

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 2. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

- A. $S = 40\pi a^2$. B. $S = 20\pi a^2$. C. $S = 10\pi a^2$. D. $S = 36\pi a^2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(3) = 9$. Tính $I = \int_1^3 f'(x)dx$.

- A. $I = 7$. B. $I = 11$. C. $I = 2$. D. $I = 18$.

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$ là

- A. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$. B. $y' = x \cdot 2022^{x-1}$. C. $y' = 2022^x \ln 2022$. D. $y' = 2022^x$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x - 3y + 5z + 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

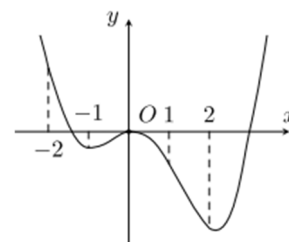
- A. $\vec{n} = (1; -3; 5)$. B. $\vec{n} = (1; -3; 2)$. C. $\vec{n} = (1; 3; 5)$. D. $\vec{n} = (0; -3; 2)$.

Câu 6. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{6} \cdot Bh$. C. $V = \frac{1}{3} \cdot Bh$. D. $V = \frac{1}{2} \cdot Bh$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(0;1)$. B. $(-2;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(1;2)$.



Câu 8. Giá trị của $\int_0^1 x^{2022} dx$ bằng

- A. 2023. B. . C. $\frac{1}{2022}$. D. $\frac{1}{2023}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành. B. Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận.
 C. Hàm số luôn có cực trị. D. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

- Câu 11.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^3 - 3x^2 - 1$ là
- A. $15x^2 - 6x + C$. B. $\frac{5}{4}x^4 - x^3 - x + C$.
 C. $5x^4 - 3x^3 - x + C$. D. $5x^2 - 3x + C$.
- Câu 12.** Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 2, 3, 5. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng
- A. 10. B. 15. C. 60. D. 30.
- Câu 13.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$, công sai $d = 2$. Số hạng thứ ba của cấp số cộng là
- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = 7$. C. $u_3 = 3$. D. $u_3 = 5$.
- Câu 14.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh?
- A. C_{12}^2 . B. A_{12}^2 . C. 12^2 . D. 2^{12} .
- Câu 15.** Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.
- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = \sqrt{5}$.
- Câu 16.** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(-3; 2; -4), R = 5$. B. $I(3; -2; 4), R = 5$.
 C. $I(3; -2; 4), R = 25$. D. $I(-3; 2; -4), R = 25$.
- Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm $f'(x) = (2x-1)^4(x+2)(3-3x)$, số điểm cực trị của hàm số là
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.
- Câu 18.** Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu đã cho bằng
- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .
- Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.
 B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $x = 0$.
 D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 4$.
- Câu 20.** Cho x, y là các số thực dương tùy ý. Đặt $a = \log_3 x, b = \log_3 y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{4} - \frac{b}{2}$. B. $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$.
 C. $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2}$. D. $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$.

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1)$ và $N(1; 0; -3)$. Gọi M' và N' lần lượt là hình chiếu của M và N lên (Oxy) . Khi đó độ dài $M'N'$ là
- A. 4. B. 8. C. $2\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 22.** Nếu $\int_0^1 f(t)dt = 3$ và $\int_1^2 f(u)du = -2$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng
- A. 5. B. -5. C. -6. D. .
- Câu 23.** Cho hình chóp $O.ABC$ có chiều cao $OH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm OA và OB . Tính khoảng cách giữa MN và (ABC) .
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.
- Câu 24.** Cho $z_1 = 2m + (m-2)i$ và $z_2 = 3 - 4mi$, với m là số thực. Biết $z_1 z_2$ là số thuần ảo. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?
- A. $m \in (-5; -2)$. B. $m \in (-3; 0)$. C. $m \in [2; 5]$. D. $m \in [0; 2)$.
- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc Δ ?
- A. $D(2; -2; 4)$. B. $B(2; 3; -1)$. C. $A(-1; -4; 3)$. D. $C(-1; 1; -2)$.
- Câu 26.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hai đường thẳng nào sau đây vuông góc với nhau?
- A. $A'D$ và BC' . B. $A'D$ và AC . C. $A'D$ và DC' . D. $A'D$ và $B'C$.
- Câu 27.** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là
- A. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. B. $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. D. $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
- Câu 28.** Gọi A và lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 1 + 4i$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là
- A. $(4; 2)$. B. $(2; 3)$. C. $(2; 1)$. D. $(1; -3)$.
- Câu 29.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 5$ là
- A. $(\log_3 5; +\infty)$. B. $(\log_3 15; +\infty)$. C. $(\log_5 3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_3 15)$.
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Tổng $a + b + c$ bằng
- A. 2. B. -3. C. 1. D. 3.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 1; 2)$, $B(1; -1; 0)$ là
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 32. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a^2b = 9$. Giá trị của $2\log_3 a + \log_3 b$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(2i - i^2)z + 10i = 5$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

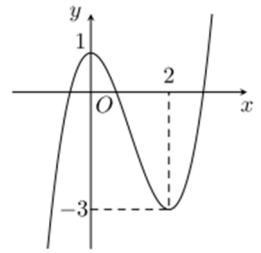
- A. z có phần ảo bằng 4. B. $|z| = 5$.
C. $\bar{z} = -3 + 4i$. D. z có phần thực bằng -3 .

Câu 34. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$?

- A. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$. B. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$.
C. $y = \frac{x + 1}{x + 2}$. D. $y = \sqrt{x^2 + 1}$.

Câu 35. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 + 3x + 1$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.



Câu 36. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 37. Xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang. Xác suất để 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = x^4 + 8x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[1; 3]$ bằng 6. Tham số thực m bằng

- A. 6. B. 15. C. -42 . D. -3 .

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $m \cdot 9^x - (2m + 1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1)$?

- A. 5. B. 6. C. 8. D. Vô số.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $\cos x \cdot f(x) + f'(x) = e^{-\sin x} \cdot \sin x$. Tính $f(0)$.

- A. $f(0) = 0$. B. $f(0) = \frac{\pi}{2}$. C. $f(0) = 1$. D. $f(0) = -1$.

Câu 41. Nếu khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{3a^3}{4}$ thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ là

- A. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 42. Cho hai số phức z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|2z - i| = |2 + iz|$, biết $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_2|$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 43. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích của khối nón tương ứng

- A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. C. $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$. D. $\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 44. Cho phương trình $2x^3 - mx + 4 = 0$ (với m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất?

- A. 5. B. 3.
C. 6. D. 4.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$

$d_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$ và $d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

- A. 4. B. 6.
C. $\sqrt{13} + 2$. D. $\sqrt{13} + 1$.

Câu 47. Cho bất phương trình $\log_{3a} 11 + \left(\log_{\frac{1}{7}} \left(\sqrt{x^2 + 3ax + 10} + 4 \right) \right) \cdot \log_{3a} (x^2 + 3ax + 12) \geq 0$. Giá trị

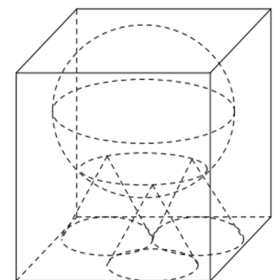
thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(2; +\infty)$. B. $(1; 2)$.
C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 48. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể.

Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ

ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. Thể tích nước ban đầu ở trong bể là



- A. $\approx 1209,2 \text{ cm}^3$. B. $\approx 885,2 \text{ cm}^3$.
C. $\approx 1174,2 \text{ cm}^3$. D. $\approx 1106,2 \text{ cm}^3$.

Câu 49. Cho hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2$ có đồ thị (C') cắt nhau tại bốn điểm phân biệt. Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn (C) và (C') là hợp của ba hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ có diện tích tương ứng là S_1, S_2, S_3 trong đó $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3$ và các hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ đôi một giao nhau tại không quá một điểm. Gọi T là tập hợp các giá trị của m sao cho $S_3 = S_1 + S_2$. Tính tổng bình phương các phần tử của T .

A. 23.

B. 14.

C. 20.

D. 19.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(-3) = 0$, đồng thời có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = \left| 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2) \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. A	4. C	5. A	6. A	7. C	8. D	9. A	10. C
11. B	12. D	13. D	14. A	15. D	16. B	17. B	18. A	19. A	20. A
21. D	22. D	23. A	24. D	25. C	26. A	27. A	28. C	29. B	30. C
31. A	32. C	33. A	34. A	35. D	36. B	37. B	38. D	39. B	40. D
41. C	42. C	43. A	44. A	45. B	46. D	47. B	48. A	49. B	50. D

Câu 1. C. 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$, ta có hàm số đã cho đạt cực trị tại $x = -3$ và $x = 2$.

Câu 2. Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S = 40\pi a^2$. **B.** $S = 20\pi a^2$. **C.** $S = 10\pi a^2$. **D.** $S = 36\pi a^2$.

Lời giải

Bán kính đáy của hình nón là $r = \frac{1}{2} \cdot 4a = 2a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi r \ell = 10\pi a^2$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 3]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(3) = 9$. Tính

$$I = \int_1^3 f'(x) dx.$$

A. $I = 7$. **B.** $I = 11$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 18$.

Lời giải

$$\text{Ta có } I = \int_1^3 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^3 = f(3) - f(1) = 9 - 2 = 7.$$

Câu 4. Đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$ là

A. $y' = \frac{2022^x}{\ln 2022}$. **B.** $y' = x \cdot 2022^{x-1}$. **C.** $y' = 2022^x \ln 2022$. **D.** $y' = 2022^x$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = 2022^x \cdot \ln 2022.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + 5z + 2 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của của (P) là

A. $\vec{n} = (1; -3; 5)$. **B.** $\vec{n} = (1; -3; 2)$. **C.** $\vec{n} = (1; 3; 5)$. **D.** $\vec{n} = (0; -3; 2)$.

Lời giải

Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; -3; 5)$.

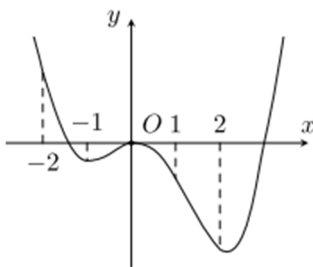
Câu 6. Thể tích V của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{6} \cdot Bh$. C. $V = \frac{1}{3} \cdot Bh$. D. $V = \frac{1}{2} \cdot Bh$.

Lời giải

Theo công thức tính thể tích khối lăng trụ ta có $V = Bh$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng



- A. $(0; 1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, trong các khoảng đã cho, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 8. Giá trị của $\int_0^1 x^{2022} dx$ bằng

- A. 2023. B. 2022. C. $\frac{1}{2022}$. D. $\frac{1}{2023}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^1 x^{2022} dx = \frac{x^{2023}}{2023} \Big|_0^1 = \frac{1}{2023}.$$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành. B. Đồ thị hàm số luôn có tiệm cận.
C. Hàm số luôn có cực trị. D. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$.

Lời giải

Ta có $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Nếu $a > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Nếu $a < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

Do đó đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-2}$.

- A. $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; +\infty)$. C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^3 - 3x^2 - 1$ là

A. $15x^2 - 6x + C$. **B.** $\frac{5}{4}x^4 - x^3 - x + C$. **C.** $5x^4 - 3x^3 - x + C$. **D.** $5x^2 - 3x + C$.

Lời giải

Ta có $\int (5x^3 - 3x^2 - 1)dx = \frac{5}{4}x^4 - x^3 - x + C$.

Câu 12. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt bằng 2, 3, 5. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. 10. **B.** 15. **C.** 60. **D.** 30.

Lời giải

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho là $V = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$.

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$, công sai $d = 2$. Số hạng thứ ba của cấp số cộng là

A. $u_3 = 4$. **B.** $u_3 = 7$. **C.** $u_3 = 3$. **D.** $u_3 = 5$.

Lời giải

Số hạng thứ ba của cấp số cộng $u_3 = u_1 + 2d = 5$.

Câu 14. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh?

A. C_{12}^2 . **B.** A_{12}^2 . **C.** 12^2 . **D.** 2^{12} .

Lời giải

Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là số tổ hợp chập 2 của 12 phần tử và bằng C_{12}^2 .

Câu 15. Cho số phức $z = 2 + i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 5$. **B.** $|z| = 2$. **C.** $|z| = 3$. **D.** $|z| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $|z| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-3; 2; -4)$, $R = 5$. **B.** $I(3; -2; 4)$, $R = 5$.
C. $I(3; -2; 4)$, $R = 25$. **D.** $I(-3; 2; -4)$, $R = 25$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 4)$ và bán kính $R = 5$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm $f'(x) = (2x-1)^4(x+2)(3-3x)$, số điểm cực trị của hàm số là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x-1)^4(x+2)(3-3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -2 \\ x = 1. \end{cases}$

Bảng xét dấu của $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu qua $x = -2$ và $x = 1$.

Vậy hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

- Câu 18.** Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu đã cho bằng
- A.** $\frac{32}{3}\pi$. **B.** 8π . **C.** 16π . **D.** 4π .

Lời giải

Thể tích của khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu đã cho là $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{32}{3}\pi$.

- Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $x = 0$.
D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 4$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.

- Câu 20.** Cho x, y là các số thực dương tùy ý. Đặt $a = \log_3 x$, $b = \log_3 y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{4} - \frac{b}{2}$. **B.** $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{2} - \frac{b}{2}$.
C. $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{4} + \frac{b}{2}$. **D.** $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{a}{2} + \frac{b}{2}$.

Lời giải

Ta có $\log_9 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{1}{2} \log_3 \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right) = \frac{1}{2} \log_3 \sqrt{x} - \frac{1}{2} \log_3 y = \frac{1}{4} a - \frac{1}{2} b$.

- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho $M(3; -2; 1)$ và $N(1; 0; -3)$. Gọi M' và N' lần lượt là hình chiếu của

M và N lên (Oxy) . Khi đó độ dài $M'N'$ là

- A.** 4. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $M'(3; -2; 0)$, $N'(1; 0; 0) \Rightarrow \overrightarrow{M'N'} = (-2; 2; 0) \Rightarrow MN' = 2\sqrt{2}$.

Câu 22. Nếu $\int_0^1 f(t)dt = 3$ và $\int_1^2 f(u)du = -2$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. 5.

B. -5.

C. -6.

D. 1.

Lời giải

Ta có

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx.$$

$$\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 f(t)dt = 3.$$

$$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 f(u)du = -2.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = 3 + (-2) = 1.$$

Câu 23. Cho hình chóp $O.ABC$ có chiều cao $OH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm OA và OB .

Tính khoảng cách giữa MN và (ABC) .

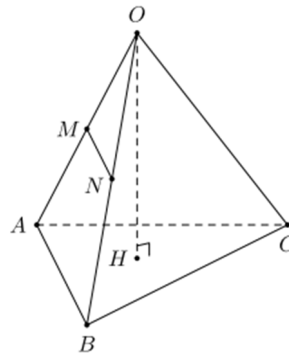
A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Ta có $MN \parallel AB$ (do MN là đường trung bình tam giác OAB) nên $MN \parallel (ABC)$.

Do đó $d(MN, (ABC)) = d(M, (ABC))$.

$$\text{Mặt khác } \frac{d(M, (ABC))}{d(O, (ABC))} = \frac{AM}{AO} = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Suy ra } d(M, (ABC)) = \frac{1}{2} d(O, (ABC)) = \frac{1}{2} \cdot OH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(MN, (ABC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 24. Cho $z_1 = 2m + (m-2)i$ và $z_2 = 3-4mi$, với m là số thực. Biết $z_1 z_2$ là số thuần ảo. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $m \in (-5; -2)$.

B. $m \in (-3; 0)$.

C. $m \in [2; 5]$.

D. $m \in [0; 2)$.

Lời giải

Ta có $z_1 \cdot z_2 = -2m + 4m^2 + (-8m^2 + 3m - 6)i$ là số thuần ảo suy ra $-2m + 4m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc Δ ?

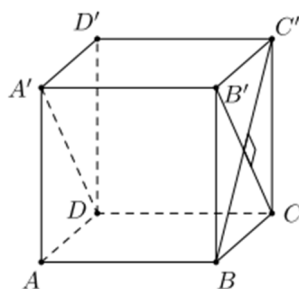
- A.** $D(2; -2; 4)$. **B.** $B(2; 3; -1)$. **C.** $A(-1; -4; 3)$. **D.** $C(-1; 1; -2)$.

Lời giải

Khi $t = -1$ thay vào phương trình của Δ ta có $(x; y; z) = (-1; -4; 3)$. Vậy điểm $A(-1; -4; 3) \in \Delta$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hai đường thẳng nào sau đây vuông góc với nhau?
A. $A'D$ và BC' . **B.** $A'D$ và AC . **C.** $A'D$ và DC' . **D.** $A'D$ và $B'C$.

Lời giải



Tứ giác $A'B'CD$ là hình bình hành nên $A'D \parallel B'C$. (1)

Tứ giác $BCC'B'$ là hình vuông nên $B'C \perp BC'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'D \perp BC'$.

Câu 27. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x}$ là

- A.** $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} + 3\ln x - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.
C. $\frac{x^3}{3} - 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$. **D.** $\frac{x^3}{3} + 3\ln|x| + \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C$.

Lời giải

$$I = \int \left(x^2 + \frac{3}{x} - 2\sqrt{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} + 3\ln|x| - \frac{4}{3}\sqrt{x^3} + C.$$

Câu 28. Gọi A và B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 1 + 4i$. Trung điểm của đoạn AB có tọa độ là

- A.** $(4; 2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(2; 1)$. **D.** $(1; -3)$.

Lời giải

$$z_1 = 3 - 2i \Rightarrow A(3; -2).$$

$$z_2 = 1 + 4i \Rightarrow B(1; 4).$$

Tọa độ trung điểm AB là $(2; 1)$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-1} > 5$ là

- A. $(\log_3 5; +\infty)$. B. $(\log_3 15; +\infty)$. C. $(\log_5 3; +\infty)$. D. $(-\infty; \log_3 15)$.

Lời giải

Ta có

$$3^{x-1} > 5 \Leftrightarrow x-1 > \log_3 5 \Leftrightarrow x > 1 + \log_3 5 \Leftrightarrow x > \log_3 15.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (\log_3 15; +\infty)$.

- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 7 = 0$ và điểm $A(1; 1; -2)$. Điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P) . Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 2. B. -3. C. 1. D. 3.

Lời giải

Ta có $AH \perp (P)$ nên $\overrightarrow{AH} = (a-1; b-1; c+2)$ cùng phương với $\vec{n}_{(P)} = (2; -2; -1)$

$$\frac{a-1}{2} = \frac{b-1}{-2} = \frac{c+2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ b-2c=5. \end{cases}$$

Mặt khác $H \in (P)$ nên $2a - 2b - c + 7 = 0$, vậy ta có
$$\begin{cases} a+b=2 \\ b-2c=5 \\ 2a-2b-c+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=-1. \end{cases}$$

Suy ra $H(-1; 3; -1)$ nên $a + b + c = 1$.

- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 1; 2)$, $B(1; -1; 0)$ là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$. B. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng AB có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (4; -2; -2)$ cùng phương với $\vec{u}(2; -1; -1)$.

AB đi qua $B(1; -1; 0)$ nên có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-1}$.

- Câu 32.** Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $a^2b = 9$. Giá trị của $2\log_3 a + \log_3 b$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Với a và b là hai số thực dương ta có

$$2\log_3 a + \log_3 b = \log_3 a^2 + \log_3 b = \log_3 (a^2b) = \log_3 9 = 2.$$

- Câu 33.** Cho số phức z thỏa mãn $(2i - i^2)z + 10i = 5$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. z có phần ảo bằng 4. B. $|z| = 5$.
C. $\bar{z} = -3 + 4i$. D. z có phần thực bằng -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2i - i^2)z + 10i = 5 \Leftrightarrow z = \frac{5-10i}{2i-i^2} = \frac{5-10i}{2i+1} = \frac{(5-10i)(1-2i)}{5} = -3-4i.$$

Vậy z có phần ảo bằng 4 là khẳng định sai.

- Câu 34.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$?

A. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1.$

B. $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}.$

C. $y = \frac{x+1}{x+2}.$

D. $y = \sqrt{x^2 + 1}.$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$ có $y' = \frac{1}{(x+2)^2} > 0$ với mọi x thuộc tập xác định nên không nghịch biến trên $(1;3)$.

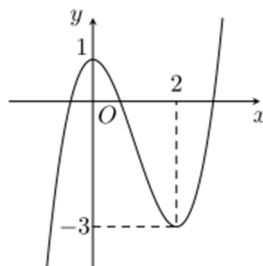
Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ có $y' = x^2 - 4x + 3$. Đạo hàm $y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = 3$; y' mang dấu âm với mọi x thuộc khoảng $(1;3)$ và mang dấu dương với mọi x nằm ngoài đoạn $[1;3]$. Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 2}$ không liên tục trên khoảng $(1;3)$ nên không nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1}$ có $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} > 0$ với mọi $x \in (1;3)$ nên không nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

.

Câu 35. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

B. $y = x^3 + 3x + 1.$

C. $y = x^3 + 3x^2 + 1.$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

Lời giải

Từ hình vẽ ta có:

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$ nên loại phương án $y = x^3 - 3x^2 + 2$;

Đồ thị đi qua điểm $(2; -3)$ nên loại các phương án $y = x^3 + 3x^2 + 1$ và $y = x^3 + 3x + 1$.

Câu 36. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ bằng

A. $-1.$

B. $1.$

C. $\frac{5}{2}.$

D. $-\frac{5}{2}.$

Lời giải

Ta có $2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Do đó tích các nghiệm của phương trình đã cho bằng 1.

Câu 37. Xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang. Xác suất để 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = 6!$.Gọi A là biến cố "Xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang mà 2 bạn nữ không ngồi cạnh nhau."Khi đó $\bar{A}$ là biến cố "Xếp 4 bạn nam và 2 bạn nữ thành một hàng ngang mà 2 bạn nữ ngồi cạnh nhau."Xếp 4 nam và 1 nữ thành một hàng ngang có $5!$ cách.

Xếp nữ còn lại ngồi cạnh nữ đã xếp ở trên có 2 cách.

Khi đó $n(\bar{A}) = 2 \cdot 5!$.

Ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{2 \cdot 5!}{6!} = \frac{2}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = x^4 + 8x^2 + m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[1; 3]$ bằng 6. Tham số thực m bằng

A. 6.

B. 15.

C. -42.

D. -3.

Lời giải

Ta có $y' = 4x^3 + 16x$ và $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \notin [1; 3]$.Ta có $y(1) = 9 + m$ và $y(3) = 153 + m$ nên hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất trên $[1; 3]$ bằng $9 + m$.

Theo đề bài ta có

$$9 + m = 6 \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để bất phương trình $m \cdot 9^x - (2m+1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 1)$?

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. Vô số.

Lời giải

Ta có

$$m \cdot 9^x - (2m+1) \cdot 6^x + m \cdot 4^x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^x - (2m+1) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^x + m \leq 0. \quad (1)$$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x$. Khi $x \in (0; 1)$ thì $t \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$. Bất phương trình (1) trở thành

$$\begin{aligned} mt^2 - (2m+1)t + m &\leq 0 \Leftrightarrow m(t^2 - 2t + 1) \leq t \\ &\Leftrightarrow m(t-1)^2 \leq t \\ &\Leftrightarrow m \leq \frac{t}{(t-1)^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{(t-1)^2}$ với $t \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Ta có $f'(t) = \frac{-t^2+1}{(t-1)^2} < 0, \forall t \in \left(1; \frac{3}{2}\right)$.

t	1	$\frac{3}{2}$
$f'(t)$	—	
$f(t)$	$+\infty$ 	
	6	

Bởi vậy, bất phương trình đã cho đúng với mọi $x \in (0;1)$ khi và chỉ khi bất phương trình (2) đúng với mọi $t \in \left(1; \frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow m \leq 6$.

Vậy, có 6 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $\cos x \cdot f(x) + f'(x) = e^{-\sin x} \cdot \sin x$. Tính $f(0)$.

- A.** $f(0) = 0$. **B.** $f(0) = \frac{\pi}{2}$. **C.** $f(0) = 1$. **D.** $f(0) = -1$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned}
 & \cos x \cdot f(x) + f'(x) = e^{-\sin x} \cdot \sin x \\
 \Leftrightarrow & e^{\sin x} \cdot \cos x \cdot f(x) + e^{\sin x} \cdot f'(x) = \sin x \\
 \Leftrightarrow & (e^{\sin x})' \cdot f(x) + f'(x) \cdot e^{\sin x} = \sin x \\
 \Leftrightarrow & (e^{\sin x} \cdot f(x))' = \sin x \\
 \Leftrightarrow & e^{\sin x} \cdot f(x) = \int \sin x \, dx = -\cos x + C \\
 \Leftrightarrow & f(x) = \frac{-\cos x + C}{e^{\sin x}}.
 \end{aligned}$$

Vì $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ nên $C = 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{\cos x}{e^{\sin x}}$.

Vậy $f(0) = -1$.

Câu 41. Nếu khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và thể tích bằng $\frac{3a^3}{4}$ thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C$ là

- A.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

$$\text{Diện tích } S_{A'B'C'} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Do đó } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} \Leftrightarrow \frac{3a^3}{4} = AA' \cdot S_{ABC}$$

$$\Rightarrow AA' = a\sqrt{3} \Rightarrow A'C = B'C = 2a.$$

$$\text{Đặt } p = \frac{A'C + B'C + A'B'}{2} = \frac{2a + 2a + a}{2} = \frac{5a}{2}.$$

Câu 43. Cắt một hình nón bởi một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh bằng a . Tính thể tích của khối nón tương ứng

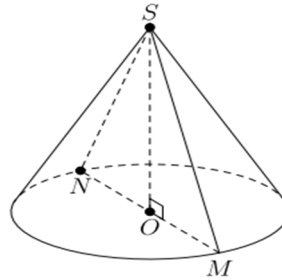
A. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}\pi a^3}{9}$.

D. $\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải



Giả sử hình nón đang xét như hình bên, SMN là tam giác đều cạnh a . Ta có $h = SO = \frac{\sqrt{3}a}{2}$,

$$r = OM = \frac{a}{2}.$$

Thể tích khối nón cần tìm là

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}a}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}.$$

Câu 44. Cho phương trình $2x^3 - mx + 4 = 0$ (với m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất?

A. 5.

B. 3.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Đặt $2x^3 - mx + 4 = 0$ (1) và $y = f(x) = 2x^3 - mx + 4$.

Ta có: $y' = 6x^2 - m$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{m}{6}$.

Với $m \leq 0$ thì $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép. Khi đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có cực trị nên phương trình (1) có nghiệm duy nhất (vì đồ thị hàm số cắt trục hoành duy nhất tại 1 điểm).

$$\text{Với } m > 0 \text{ thì } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{\frac{m}{6}} \Rightarrow y_{\text{CB}} = \frac{2m}{3} \cdot \sqrt{\frac{m}{6}} + 4 \\ x = \sqrt{\frac{m}{6}} \Rightarrow y_{\text{CT}} = -\frac{2m}{3} \cdot \sqrt{\frac{m}{6}} + 4. \end{cases}$$

Khi đó ta có đồ thị hàm số có 2 cực trị nên (1) có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow y_{\text{CT}} \cdot y_{\text{CB}} > 0 \Leftrightarrow m < 6.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán là: 1; 2; 3; 4; 5.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$

$$d_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1} \text{ và } d_3: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}. \text{ Đường thẳng } d \text{ song song với } d_3 \text{ cắt } d_1$$

và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng d cắt d_1 tại $A(3+t; 3+2t; -2-t)$.

Đường thẳng d cắt d_2 tại $B(5+3m; -1-2m; 2-m)$.

Khi đó, đường thẳng d có nhận $\overrightarrow{AB} = (3m-t+2; -2m-2t-4; 4-m+t)$ làm một véc-tơ chỉ phương.

Mà đường thẳng d song song với d_3 có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 2; 3)$.

Suy ra tồn tại số thực k sao cho

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} = k\vec{u} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-t+2 = k \\ -2m-2t-4 = 2k \\ 4-m+t = 3k \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-t-k = -2 \\ -2m-2t-2k = 4 \\ -m+t-3k = -4 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ t = -2 \\ k = 1. \end{cases} \end{aligned}$$

Khi đó đường thẳng d qua $A(1; -1; 0)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ làm một véc-tơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2-3i|=1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là

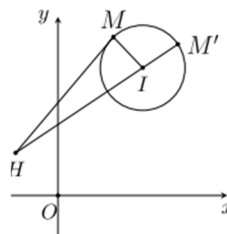
A. 4.

B. 6.

C. $\sqrt{13}+2$.

D. $\sqrt{13}+1$.

Lời giải



Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $z - 2 - 3i = (x-2) + (y-3)i$.

Theo giả thiết, ta có $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ nên điểm $M(x; y)$ biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$, bán kính $R=1$.

Ta có $|\bar{z}+1+i| = |x-yi+1+i| = |x+1+(1-y)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2} = HM$, với $H(-1;1)$.

Ta có $HM \leq HI + IM = \sqrt{13}+1$, dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của tia đối của tia IH với đường tròn (tức là M trùng với M' trên hình vẽ).

Vậy giá trị lớn nhất của $|\bar{z}+1+i|$ là $\sqrt{13}+1$.

Câu 47. Cho bất phương trình $\log_{3a} 11 + \left(\log_{\frac{1}{7}} \left(\sqrt{x^2 + 3ax + 10} + 4 \right) \right) \cdot \log_{3a} (x^2 + 3ax + 12) \geq 0$. Giá trị thực của tham số a để bất phương trình trên có nghiệm duy nhất thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Đặt $m = 3a$, ta có $\log_m 11 \left(\log_{\frac{1}{7}} \left(\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4 \right) \right) \cdot \log_m (x^2 + mx + 12) \geq 0$.

Điều kiện: $m > 0$, $m \neq 1$, $x^2 + mx + 10 \geq 0$.

Bất phương trình đã cho tương đương với

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\log_{11} m} - \log_7 \left(\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4 \right) \cdot \frac{\log_{11} (x^2 + mx + 12)}{\log_{11} m} \geq 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{1 - \log_7 \left(\sqrt{x^2 + mx + 10} + 4 \right) \cdot \log_{11} (x^2 + mx + 12)}{\log_{11} m} \geq 0. \quad (*) \end{aligned}$$

Đặt $u = x^2 + mx + 10$, $u \geq 0$. Đặt $f(u) = \log_7 (\sqrt{u} + 4) \cdot \log_{11} (u + 2)$.

Dễ thấy $f(u)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $f(9) = 1$.

Với $0 < m < 1$ ta có $\log_{11} m < 0$ nên

$$\begin{aligned} (*) \Leftrightarrow f(u) \geq 1 & \Leftrightarrow f(u) \geq f(9) \Leftrightarrow u \geq 9 \\ & \Leftrightarrow x^2 + mx + 10 \geq 9 \Leftrightarrow x^2 + mx + 1 \geq 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Ta có $\Delta = m^2 - 4 < 0 \quad \forall 0 < m < 1$ nên bất phương trình (1) vô nghiệm.

Với $m > 1$ ta có $\log_{11} m > 0$ nên

$$\begin{aligned} (*) \Leftrightarrow f(u) \leq 1 & \Leftrightarrow f(u) \leq f(9) \Leftrightarrow 0 \leq u \leq 9 \\ & \Leftrightarrow 0 \leq x^2 + mx + 10 \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx + 10 \geq 0 & (2) \\ x^2 + mx + 1 \leq 0 & (3). \end{cases} \end{aligned}$$

Xét (3), ta có $\Delta = m^2 - 4$.

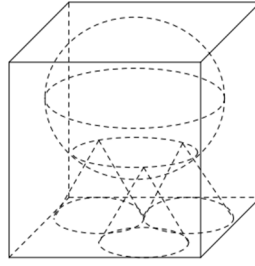
Nếu $1 < m < 2$ thì $\Delta < 0$, suy ra (3) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.

Nếu $m > 2$ thì $\Delta > 0$, suy ra (3) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x^2 + mx + 1 = 0$. Khi đó x_1, x_2 cũng thỏa (2) nên hệ có hai nghiệm phân biệt. Do đó bất phương trình ban đầu cũng có nghiệm hai nghiệm phân biệt.

Nếu $m = 2$ thì (3) có một nghiệm $x = -1$ và $x = -1$ cũng thỏa (2) với $m = 2$, suy ra hệ có nghiệm duy nhất. Do đó bất phương trình ban đầu có nghiệm duy nhất.

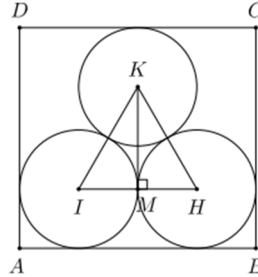
Vậy giá trị của m để bất phương trình ban đầu có nghiệm duy nhất là $m = 2 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$.

Câu 48. Có một bể hình hộp chữ nhật chứa đầy nước. Người ta cho ba khối nón giống nhau có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân vào bể sao cho ba đường tròn đáy của ba khối nón tiếp xúc với nhau, một khối nón có đường tròn đáy chỉ tiếp xúc với một cạnh của đáy bể và hai khối nón còn lại có đường tròn đáy tiếp xúc với hai cạnh của đáy bể. Sau đó người ta đặt lên đỉnh của ba khối nón một khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}$ lần bán kính đáy của khối nón. Biết khối cầu vừa đủ ngập trong nước và lượng nước trào ra là $\frac{337\pi}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$. Thể tích nước ban đầu ở trong bể là



A. $\approx 1209,2 \text{ cm}^3$. **B.** $\approx 885,2 \text{ cm}^3$. **C.** $\approx 1174,2 \text{ cm}^3$. **D.** $\approx 1106,2 \text{ cm}^3$.

Lời giải



Gọi bán kính đáy của khối nón là x . Theo giả thiết ta có thiết diện qua trục của khối nón là tam giác vuông cân nên khối nón có chiều cao bằng x . Suy ra thể tích khối nón là $V_N = \frac{1}{3}\pi x^3$.

Gọi khối cầu là (S) .

Theo giả thiết khối cầu có bán kính bằng $\frac{4}{3}x$ nên $V_{(S)} = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{4}{3}x\right)^3 = \frac{256\pi}{81}x^3$.

Xét đáy của hình hộp chữ nhật có:

Tam giác IHK đều cạnh $IH = 2x$. Suy ra $KM = x\sqrt{3}$. Từ đó suy ra

$$AD = 2x + x\sqrt{3} = x(2 + \sqrt{3}) \text{ và } AB = 2IH = 4x.$$

Ta có ba đỉnh của khối nón tạo thành một tam giác đều cạnh $2x$ nên bán kính đường tròn ngoại tiếp ba đỉnh khối nón là $\frac{2x\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra khoảng cách từ tâm của khối cầu đến mặt phẳng tạo bởi ba đỉnh của khối nón bằng

$$\sqrt{\left(\frac{4x}{3}\right)^2 - \left(\frac{2x\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2x}{3}. \text{ Từ đó suy ra chiều cao của hình hộp chữ nhật là}$$

$$h = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x + x = 3x.$$

Suy ra thể tích khối hộp chữ nhật là $V = AB \cdot AD \cdot h = 12(2 + \sqrt{3})x^3$.

$$\text{Theo giả thiết ta có } 3V_{(N)} + V_{(S)} = \frac{337\pi}{3} \Rightarrow \pi x^3 + \frac{256\pi}{81}x^3 = \frac{337\pi}{3} \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy thể tích ban đầu ở trong bể là $V = 12(2 + \sqrt{3}) \cdot 3^3 \approx 1209,2 \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 49. Cho hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}$ có đồ thị (C) và hàm số $y = x^2$ có đồ thị (C') cắt nhau tại bốn điểm phân biệt. Biết rằng hình phẳng (H) giới hạn (C) và (C') là hợp của ba hình phẳng (H_1) , (H_2) , (H_3) có diện tích tương ứng là S_1, S_2, S_3 trong đó $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3$ và các

hình phẳng $(H_1), (H_2), (H_3)$ đôi một giao nhau tại không quá một điểm. Gọi T là tập hợp các giá trị của m sao cho $S_3 = S_1 + S_2$. Tính tổng bình phương các phần tử của T .

A. 23.

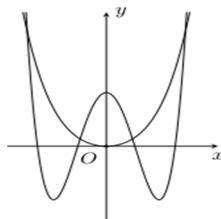
B. 14.

C. 20.

D. 19.

Lời giải

Nhận xét $m = 0$ không thỏa mãn bài toán.



Với $m \neq 0$ thì hàm số $y = mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}$ là hàm bậc bốn trùng phương.

Hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (C') là nghiệm của phương trình:

$$mx^4 - (m^2 + 2)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9} = x^2$$

$$\Leftrightarrow mx^4 - (m^2 + 3)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9} = 0. \quad (*)$$

Giả sử $-x_2, -x_1, x_1, x_2$ ($0 < x_1 < x_2$) là 4 nghiệm phân biệt của phương trình (*).

$$\text{Đặt } g(x) = mx^4 - (m^2 + 3)x^2 + \frac{m^3 + 11m}{9}.$$

Vì $0 < S_1 \leq S_2 \leq S_3$ và đồ thị hàm số $g(x)$ đối xứng qua trục Oy nên

$$S_1 = S_2 = -\int_{x_1}^{x_2} g(x) dx$$

$$S_3 = \int_{-x_1}^{x_1} g(x) dx = 2 \int_0^{x_1} g(x) dx$$

$$\text{Mà } S_3 = S_1 + S_2 \text{ nên suy ra } 2 \int_0^{x_1} g(x) dx = -2 \int_{x_1}^{x_2} g(x) dx \text{ hay } \int_0^{x_2} g(x) dx = 0.$$

Khi đó ta có:

$$\frac{mx_2^5}{5} - \frac{(m^2 + 3)x_2^3}{3} + \frac{(m^3 + 11m)x_2}{9} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{mx_2^4}{5} - \frac{(m^2 + 3)x_2^2}{3} + \frac{m^3 + 11m}{9} = 0 (x_2 > 0). \quad (1)$$

$$\text{Vì } x_2 \text{ là nghiệm của phương trình } (*) \text{ nên ta có } mx_2^4 - (m^2 + 3)x_2^2 + \frac{m^3 + 11m}{9} = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$\frac{4mx_2^4}{5} - \frac{2(m^2 + 3)x_2^2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4mx_2^2}{5} = \frac{2(m^2 + 3)}{3}$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 = \frac{5(m^2 + 3)}{6m}. \quad (3)$$

Từ (3) suy ra $m > 0$.

Thay (3) vào phương trình (1) ta được

$$\begin{aligned} & \frac{5(m^2+3)^2}{36m} - \frac{5(m^2+3)^2}{18m} + \frac{m^3+11m}{9} = 0 \\ \Leftrightarrow & -m^4 + 14m^2 - 45 = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} m^2 = 9 \\ m^2 = 5. \end{cases} \end{aligned}$$

Vì $m > 0$ nên chỉ tồn tại 2 giá trị của m thỏa mãn bài toán là $m = 3$ và $m = \sqrt{5}$.

Vậy tổng bình phương các phần tử của T bằng 14.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(-3) = 0$, đồng thời có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $g(x) = \left| 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2) \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7.

B. 6.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Đặt $h(x) = 2(x+1)^6 - 6(x+1)^2 - 3f(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2) \Rightarrow h(-1) = 0$.

Ta có $h'(x) = 12 \left[(x+1)^5 - (x+1) + (x^3 + 3x^2 + 2x) f'(-x^4 - 4x^3 - 4x^2 - 2) \right]$.

$$\begin{aligned} h'(x) = 0 & \Leftrightarrow (x+1)^5 - (x+1) + x(x+1)(x+2) f'[-x^2(x+2)^2 - 2] = 0 \\ & \Leftrightarrow (x+1) \left[(x+1)^4 - 1 + x(x+2) f'[-x^2(x+2)^2 - 2] \right] = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ (x+1)^4 - 1 + x(x+2) f'[-x^2(x+2)^2 - 2] = 0. \quad (*) \end{cases} \end{aligned}$$

Xét (*), ta có

$$\begin{aligned} (*) & \Leftrightarrow \left[(x+1)^2 + 1 \right] \left[(x+1)^2 - 1 \right] + x(x+2) f'[-x^2(x+2)^2 - 2] = 0 \\ & \Leftrightarrow (x^2 + 2x + 2)(x^2 + 2x) + (x^2 + 2x) f'[-x^2(x+2)^2 - 2] = 0 \\ & \Leftrightarrow (x^2 + 2x) \left[x^2 + 2x + 2 + f'[-x^2(x+2)^2 - 2] \right] = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, x = -2 \\ x^2 + 2x + 2 + f'[-x^2(x+2)^2 - 2] = 0. \quad (**) \end{cases} \end{aligned}$$

Xét (**), ta có $-x^2(x+2)^2 - 2 \leq -2, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f'[-x^2(x+2)^2 - 2] \geq 0$. Suy ra phương trình

(**) vô nghiệm.

Suy ra $h'(x) = 0$ có 3 nghiệm là $x = 0, x = -1, x = -2$.

Bảng biến thiên hàm số $h(x)$

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
$h'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		$h(-2)$	0	$h(0)$	$+\infty$

Bảng biến thiên hàm số $g(x)=|h(x)|$

x	$-\infty$	x_1	-2	-1	0	x_2	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		0		0		0	
							$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

THI THỬ LẦN 2

Đề thi gồm 06 trang

Ngày 1/6/2022

MÃ ĐỀ: 102**KỶ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022****Bài thi môn: TOÁN**

Thời gian làm bài: 90 phút

không kể thời gian phát đề**Câu 1:** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

- A. $x^3 + \sin x + C$. B. $6x - \sin x + C$. C. $x^3 - \sin x + C$. D. $6x + \sin x + C$.

Câu 2: Mặt phẳng nào sau đây đi qua điểm $M(2; 1; 0)$:

- A. $y + z + 1 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$.
C. $2x + y + z - 5 = 0$. D. $2x + z + 5 = 0$.

Câu 3: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. B. $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$. C. $(a^m)^n = (a^n)^m$. D. $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a}(1; 2; 2); \vec{b}(1; -4; 0)$, vector $\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là:

- A. $(2; -2; 2)$. B. $(0; 6; 2)$. C. $(2; -8; 0)$. D. $(1; -8; 0)$.

Câu 5: Nghiệm của phương trình $C_9^k = 36$ là

- A. $k = 4$. B. $k = 2$. C. $k = 6$. D. $k = 9$.

Câu 6: Tích phân $I = \int_0^2 (4x - 3) dx$ bằng

- A. 5. B. 2. C. 4. D. 7.

Câu 7: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^3 + 1$. B. $y = x + 1$. C. $y = \frac{x-2}{x-1}$. D. $y = x^5 + x^3 - 10$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BC là

- A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $2a$. D. a .

Câu 9: Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây?

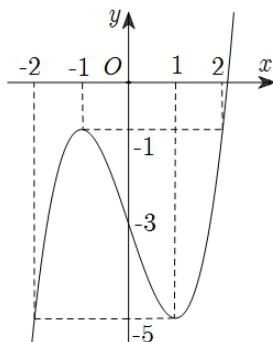
- A. $M(1; 2)$. B. $N(-1; -2)$. C. $P(1; -2)$. D. $Q(0; 2)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = 3^{x^2+x-2}$ có $y' = (ax + b)3^{x^2+x-2} \ln c$ khi đó $a + b + c$ bằng:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

Câu 11: Phần ảo của số phức $z = -1 + i$ là

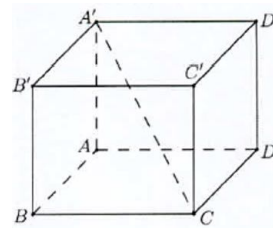
- A. -1. B. 1. C. 0. D. i .

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $m = -5; M = -1$. B. $m = -2; M = 2$. C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

Câu 13:

Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $AB = a$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và $AA' = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .

Câu 14: Một mặt cầu có diện tích $S = 180\pi$. Bán kính R của mặt cầu đó bằng

- A. $R = 2\sqrt{3}$. B. $R = 5\sqrt{3}$. C. $R = 3\sqrt{5}$. D. $R = 3\sqrt{2}$.

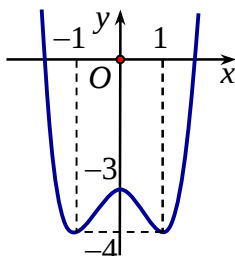
Câu 15: Hỏi bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}}(x + 21) > \log_{\frac{2}{3}}(22 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên âm ?

- A. 22. B. 21. C. 20. D. 43.

Câu 16: Cho $\int_1^e f(x)dx = 2$, khi đó $\int_1^e (f(x) - \frac{2}{x})dx$ bằng:

- A. e . B. 2. C. 4. D. 0.

Câu 17: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^4 + x^2 - 3$. B. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = -16$. Công bội của cấp số nhân đó là:

- A. -6. B. -2. C. 2. D. -8.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau dưới đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		
			1				$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 20: Phương trình $e^x = m$ có nghiệm khi

- A. $m = e$. B. $m > 1$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là vectơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (-2; 1; -1)$. B. $\vec{u} = (0; -1; 0)$.
C. $\vec{u} = (1; -1; 2)$. D. $\vec{u} = (-2; 1; 1)$.

Câu 22: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón là

- A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $4\pi\sqrt{3}$.

Câu 23: Chọn ngẫu nhiên hai số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số lẻ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{9}{38}$. C. $\frac{9}{76}$. D. $\frac{9}{19}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -1)$. B. $(2; 4; 1)$. C. $(2; -4; 1)$. D. $(-2; -4; -1)$.

Câu 25: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\frac{1}{2}}(4a)$ bằng

- A. $-2 + \log_2 a$. B. $-2 - \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.

Câu 26: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2021}{2022x+1}$ là đường thẳng có phương trình là

- A. $y = -\frac{1}{2022}$. B. $y = \frac{2021}{2022}$. C. $y = 0$. D. $x = 0$.

Câu 27: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;3;5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 4y + z - 2 = 0$ là

- A. $d: \begin{cases} x = 3+t \\ y = -4+3t \\ z = 1+5t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3-4t \\ z = 5+t \end{cases}$
- C. $d: \begin{cases} x = -1+3t \\ y = -3+4t \\ z = -5+t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 3-4t \\ z = 5-t \end{cases}$

Câu 28: Cho hàm số có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Cực tiểu của hàm số là:

- A. -2 . B. -4 . C. 1 . D. 0 .

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-3)$ có phương trình:

- A. $6x - 3y - 2z - 6 = 0$. B. $6x - 3y + 2z - 6 = 0$.
C. $3x - 2y - 5z + 1 = 0$. D. $x + 2y + 3z = 0$.

Câu 30: Nếu $\int_0^5 f(x)dx = 12$ và $\int_0^5 g(x)dx = 23$ thì $\int_0^5 [3f(x) - 2g(x)]dx$ bằng :

A. 10.

B. 82.

C. 13.

D. -10.

Câu 31: Thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên bằng a là

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $V = a^3\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32: Biết phương trình : $z^2 - 2z + 2 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Tính $z_1 + z_2$.

A. -2.

B. 2

C. $2i$.

D. $-2i$.

Câu 33: Cho hình trụ có bán kính đáy 5 cm chiều cao 4 cm . Diện tích toàn phần của hình trụ này là:

A. $94\pi(\text{cm}^2)$.

B. $90\pi(\text{cm}^2)$.

C. $96\pi(\text{cm}^2)$.

D. $92\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 34: Cho số phức z thỏa mãn: $z(2-i) + 13i = 1$. Tính mô đun của số phức z .

A. $|z| = \sqrt{34}$.

B. $|z| = 34$.

C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$.

D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt đáy ($ABCD$). Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = a^3\sqrt{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = 2a^3\sqrt{3}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 37: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là

A. $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = (1; 3)$.

D. $S = (-\infty; 3)$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; -3), B(1; 0; 2), C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó tổng $x+y$ bằng bao nhiêu?

A. $x+y=17$.

B. $x+y=\frac{11}{5}$.

C. $x+y=1$.

D. $x+y=-\frac{11}{5}$.

Câu 39: Tìm m để phương trình $\log_2(x^3 - 3x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

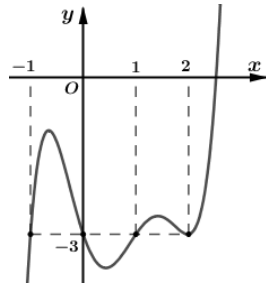
A. $m > 0$.

B. $m > 1$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 1$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x+1) + 6x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng



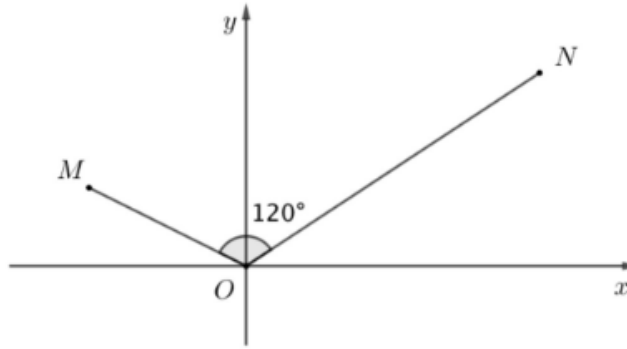
A. $f(1)$.

B. $f(1)+3$.

C. $f(1)+6$.

D. $f(3)+6$.

Câu 41: Hai điểm N, M trong hình vẽ bên dưới lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .



Biết $ON = 2OM = 2\sqrt{5}$. Giá trị của $|z_1^2 + z_2^2|$ bằng

A. $5\sqrt{13}$.

B. $5\sqrt{37}$.

C. $5\sqrt{21}$.

D. $5\sqrt{11}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{2}{2x-5} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Cho biết tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = -\frac{1}{a}(\ln b + \ln c)$,

với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, a, b, c là các số nguyên tố. Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

A. 14.

B. 10.

C. 15.

D. 12.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x > 0$. Tính tổng

$f(1) + f(2) + \dots + f(2021)$ biết rằng $f'(x) = (2x+1)f^2(x)$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$.

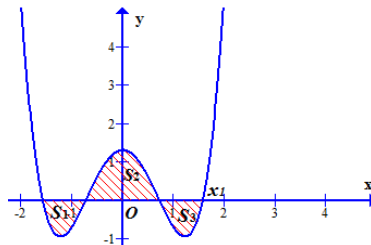
A. $\frac{2022}{2021}$.

B. $\frac{2021}{2022}$.

C. $-\frac{2021}{2022}$.

D. $-\frac{2022}{2023}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của $m = a/b$ (dạng phân số tối giản) để $S_1 + S_3 = S_2$. Khi đó $2a - b$ bằng

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-2; 0)$. C. $m \in (-1; +\infty)$. D. $m \in [-1; 0)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với (P) một góc nhỏ nhất. (Q) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; b)$, khi đó $a + b$ bằng

A. 4. B. 0. C. 1. D. -2.

Câu 47: Cho số phức z thay đổi thỏa $|z + i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + i - 4| + 2|z + 3i - 3|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{2}$. D. 6.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4); \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn $0 < m < 2004$ để hàm số $g(x) = f\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

A. 2004. B. 2003. C. 2002. D. 4008

Câu 49: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên đoạn thẳng $AC, B'D'$ sao cho $2AM = D'N$. Khối tứ diện $AMNB'$ có thể tích lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. B. $\frac{a^3}{24}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x} + 2022x^3$. Biết rằng tồn tại số thực m sao cho bất phương trình

$f(4^x - mx + 37m) + f((x - m - 37) \cdot 2^x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(30; 50)$. B. $(10; 30)$. C. $(50; 70)$. D. $(-10; 10)$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	C	A	B	B	C	B	A	C	B	A	C	C	C	D	C	B	B	C	A	A	B	C	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	B	A	D	C	B	B	A	C	B	A	C	C	A	A	B	C	B	C	B	C	B	B	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VD-VDC

Câu 39. Tìm m để phương trình $\log_2(x^3 - 3x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m > 0$.

B. $m > 1$.

C. $m < 1$.

D. $0 < m < 1$.

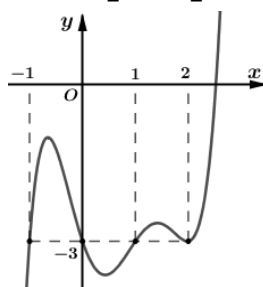
Lời giải

Chọn C.

$$\text{PT } \log_2(x^3 - 3x) = m \Leftrightarrow x^3 - 3x = 2^m$$

$$\text{Ycbt suy ra } 2^m < 2 \Leftrightarrow m < 1$$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong như hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2x+1) + 6x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$ bằng



A. $f(1)$.

B. $f(1) + 3$.

C. $f(1) + 6$.

D. $f(3) + 6$.

Lời giải

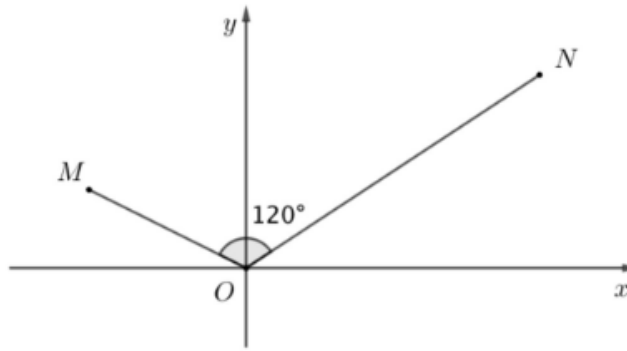
Chọn A.

$$\text{Đặt: } t = 2x + 1 \Rightarrow 6x = 3t - 3, t \in [0; 3]$$

$$g(t) = f(t) + 3t - 3$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -3 \Leftrightarrow t = 1, t = 2$$

Câu 41. Hai điểm N , M trong hình vẽ bên dưới lần lượt là điểm biểu diễn số phức z_1 , z_2 .



Biết $ON = 2OM = 2\sqrt{5}$. Giá trị của $|z_1^2 + z_2^2|$ bằng

A. $5\sqrt{13}$.

B. $5\sqrt{37}$.

C. $5\sqrt{21}$.

D. $5\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn A.

Từ giả thiết ta có:
$$\begin{cases} ON = |z_1| = 2\sqrt{5} \\ OM = |z_2| = \sqrt{5} \\ \widehat{MON} = 120^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1 - z_2| = MN = \sqrt{OM^2 + ON^2 - 2OM \cdot ON \cdot \cos \widehat{MON}} = \sqrt{35}$$

Khi đó
$$\begin{cases} \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = 2 \\ \left| \frac{z_1}{z_2} - 1 \right| = \frac{|z_1 - z_2|}{|z_2|} = \sqrt{7} \end{cases}$$

Đặt $\frac{z_1}{z_2} = a + bi \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ (a-1)^2 + b^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 4 \\ -2a + 5 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = \pm\sqrt{3} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{z_1}{z_2} = -1 \pm \sqrt{3}i \Rightarrow |z_1^2 + z_2^2| = |z_2|^2 \left| \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + 1 \right| = 5 \left| (-1 \pm \sqrt{3}i)^2 + 1 \right| = 5 \left| -1 \pm 2\sqrt{3}i \right| = 5\sqrt{13}.$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \geq 2 \\ \frac{2}{2x-5} & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Cho biết tích phân $I = \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = -\frac{1}{a}(\ln b + \ln c)$,

với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, a, b, c là các số nguyên tố. Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

A. 14.

B. 10.

C. 15.

D. 12.

Lời giải

Chọn B.

Đặt

$u = \ln^2 x$. Khi

đó

$$I = \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = \frac{1}{2} \int_1^4 \frac{f(u)}{u} du \rightarrow \frac{1}{2} \int_1^4 \frac{f(x)}{x} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \frac{2}{x(2x-5)} dx + \frac{1}{2} \int_2^4 (x-3) dx$$

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x > 0$. Tính tổng $f(1) + f(2) + \dots + f(2021)$ biết rằng $f'(x) = (2x+1)f^2(x)$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$.

A. $\frac{2022}{2021}$.

B. $\frac{2021}{2022}$.

C. $-\frac{2021}{2022}$.

D. $-\frac{2022}{2023}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $f'(x) = (2x+1)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+1 \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{f(x)}\right)' = 2x+1$.

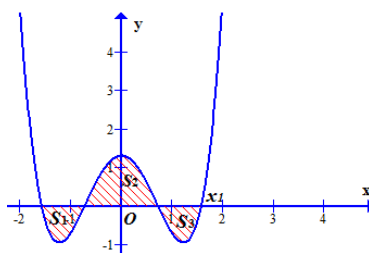
Lấy nguyên hàm hai vế ta được: $-\frac{1}{f(x)} = x^2 + x + C \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2 + x + C}$.

Mặt khác: $f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{x^2 + x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$.

Ta có

$$\begin{aligned} & f(1) + f(2) + \dots + f(2021) \\ &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2021} - \frac{1}{2020}\right) + \left(\frac{1}{2022} - \frac{1}{2021}\right) \\ &= \frac{1}{2022} - 1 = -\frac{2021}{2022}. \end{aligned}$$

Câu 44. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là $m = a/b$ (phân số tối giản). Tính $2a - b$.

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn B.

Có x_1 là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$, ta có $m = -x_1^4 + 3x_1^2$ (1).

Vì $S_1 + S_3 = S_2$ và $S_1 = S_3$ nên $S_2 = 2S_3 \Rightarrow \int_0^a f(x)dx = \int_a^{x_1} -f(x)dx$ hay $\int_0^{x_1} f(x)dx = 0$.

Mà $\int_0^{x_1} f(x)dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m)dx = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx\right)\Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m\right)$.

Do đó, $x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0$ (2). (vì $x_1 > 0$)

Từ (1) và (2), ta có phương trình $\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}$.

Vậy $m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}$ tìm ra $a = 5, b = 4 \Rightarrow 2a - b = 6$ chọn B.

- Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}]$ có hai nghiệm thực phân biệt.
- A. $m \in (-1; 0)$. B. $m \in (-2; 0)$. **C. $m \in (-1; +\infty)$.** D. $m \in [-1; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > -1$.

Nhận thấy với $x = 0$ thì phương trình đã cho trở thành $0 = 1$ (vô lí), nên $x = 0$ không là nghiệm của phương trình với mọi m .

Xét $-1 < x \neq 0$ ta có:

$$x \log_3(x+1) = \log_9[9(x+1)^{2m}] \Leftrightarrow \log_3(x+1)^x = \log_3[3(x+1)^m]$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^{x-m} = 3 \Leftrightarrow x-m = \frac{\ln 3}{\ln(x+1)}$$

$$\Leftrightarrow m = x - \frac{\ln 3}{\ln(x+1)}$$

Đặt $f(x) = x - \frac{\ln 3}{\ln(x+1)}$ với $-1 < x \neq 0$

$$\Rightarrow f'(x) = 1 + \frac{\ln 3}{(x+1)\ln^2(x+1)} > 0, \quad \forall x \in (-1; +\infty) \setminus \{0\}.$$

Ta lập được bảng biến thiên:

x	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	-1	$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $m = x - \frac{\ln 3}{\ln(x+1)}$ có hai nghiệm thực phân biệt khi $m \in (-1; +\infty)$.

- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; 4; 0)$, mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y - 2z + 2017 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với (P) một góc nhỏ nhất. (Q) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; b)$, khi đó $a + b$ bằng
- A. 4. **B. 0.** C. 1. D. -2.

Lời giải

Chọn B.

+) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$.

+) (Q) đi qua hai điểm $A, B \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{n}_{(Q)} \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_{(Q)} = 0 \Leftrightarrow -1 + 2a + b = 0 \Leftrightarrow b = 1 - 2a$.

+) Khi đó $\vec{n}_{(Q)} = (1; a; 1 - 2a)$

+) Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -2)$.

+) Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) .

$$+) \text{ Ta có } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{|2 - a - 2 + 4a|}{3 \cdot \sqrt{1 + a^2 + (1 - 2a)^2}} = \frac{|a|}{\sqrt{5a^2 - 4a + 2}}.$$

+) Nếu $a = 0$ thì $\cos \alpha = 0$.

$$+) \text{ Nếu } a \neq 0 \text{ thì } \cos \alpha = \frac{|a|}{|a| \cdot \sqrt{5 - \frac{4}{a} + \frac{2}{a^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 3}} \leq \frac{1}{\sqrt{3}}, \forall a \neq 0.$$

+) Ta có α nhỏ nhất khi $\cos \alpha$ lớn nhất.

+) Kết hợp 2 trường hợp ta có $\max \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, đạt được khi $a = 1, b = -1$. Khi đó $a + b = 0$.

Câu 47. Cho số phức z thay đổi thỏa $|z + i| = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + i - 4| + 2|z + 3i - 3|$ bằng

A. $2\sqrt{3}$.

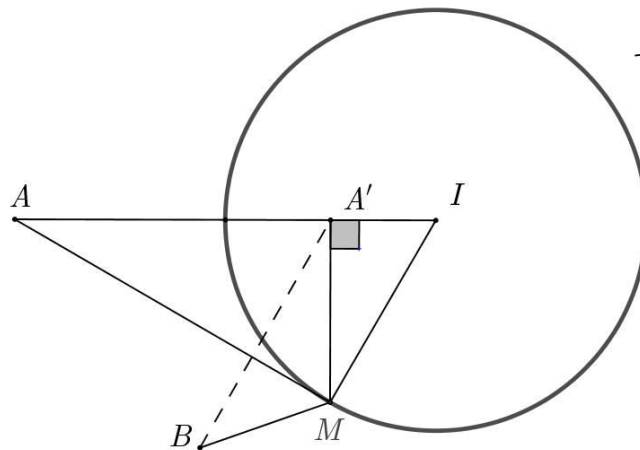
B. $\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.



Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Gọi M điểm có tọa độ $(x; y)$ biểu diễn cho số phức z .

Ta có $|z + i| = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y + 1)^2 = 4$ khi đó điểm M thuộc đường tròn tâm $I(0; -1)$, $R = 2$.

Ta có: $P = |z + i - 4| + 2|z + 3i - 3| = \sqrt{(x - 4)^2 + (y + 1)^2} + 2\sqrt{(x - 3)^2 + (y + 3)^2} = MA + 2MB$

với $M(x; y)$, $A(4; -1)$, $B(3; -3)$.

Ta thấy hai điểm A, B nằm ngoài đường tròn và $IA = 4 = 2R$.

Lấy điểm A' sao cho $\overrightarrow{IA'} = \frac{1}{4}\overrightarrow{IA}$.

$$\Rightarrow A'(1; -1) \Rightarrow IA' = 1 = \frac{R}{2}.$$

$\Rightarrow A'$ nằm trong đường tròn.

$$\text{Khi đó: } \frac{IA'}{IM} = \frac{IM}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle IA'M \sim \triangle IMA \Rightarrow \frac{A'M}{MA} = \frac{IA'}{IM} = \frac{1}{2} \Rightarrow MA = 2MA'.$$

$$\text{Do đó: } P = MA + 2MB = 2MA' + 2MB = 2(MA' + MB) \geq 2A'B.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi M là giao điểm của đường thẳng $A'B$ và đường tròn.

$$\text{Vậy } P_{\min} = 2A'B = 4\sqrt{2}.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)(x-4); \forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn $0 < m < 2004$ để hàm số $g(x) = f\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

A. 2004.

B. 2003.

C. 2002.

D. 4008

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } g'(x) = -\frac{3}{(x+1)^2} f'\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right).$$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow g'(x) \geq 0; \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{(x+1)^2} f'\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right) \geq 0; \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow f'\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right) \leq 0; \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\text{Ta có: } f'(x) \leq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)(x-4) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } f'\left(\frac{2-x}{1+x} - m\right) \leq 0; \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-x}{1+x} - m \leq -1; \forall x \in (2; +\infty) & (1) \\ 1 \leq \frac{2-x}{1+x} - m \leq 4; \forall x \in (2; +\infty) & (2) \end{cases}$$

Hàm số $h(x) = \frac{2-x}{1+x} - m; x \in (2; +\infty)$ có bảng biến thiên:

$$h(x) = \frac{2-x}{1+x} - m \text{ nghịch biến trên } (2; +\infty), \text{ khi đó } h(x) \in (-m-1; -m)$$

Điều kiện (2) không có giá trị nào của m thỏa mãn do m thuộc $(0; 2004)$.

Điều kiện (1) $\Leftrightarrow -m \leq -1 \Leftrightarrow m \geq 1$, kết hợp điều kiện $0 < m < 2004$ suy ra có 2003 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N là các điểm lần lượt di động trên đoạn thẳng $AC, B'D'$ sao cho $2AM = D'N$. Khối tứ diện $AMNB'$ có thể tích lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

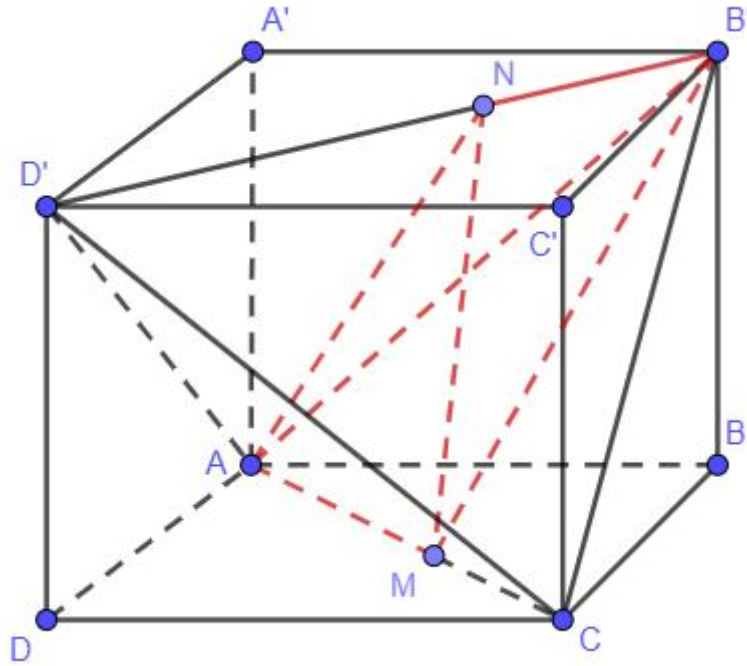
B. $\frac{a^3}{24}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có: $AB'CD'$ là tứ diện đều cạnh $a\sqrt{2} \Rightarrow V_{AB'CD'} = \frac{(a\sqrt{2})^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{a^3}{3}$.

Đặt $AM = x \Rightarrow D'N = 2x; B'N = a\sqrt{2} - 2x$ với $x \in \left[0; \frac{a\sqrt{2}}{2}\right]$.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{NACB'}}{V_{D'ACB'}} = \frac{\frac{1}{3}d(N, (ACB')) \cdot S_{\Delta ACB'}}{\frac{1}{3}d(D', (ACB')) \cdot S_{\Delta ACB'}} = \frac{d(N, (ACB'))}{d(D', (ACB'))} = \frac{B'N}{B'D'} = \frac{a\sqrt{2} - 2x}{a\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow V_{NACB'} = V_{D'ACB'} \cdot \frac{a\sqrt{2} - 2x}{a\sqrt{2}} = \frac{a^3\sqrt{2} - 2a^2x}{3\sqrt{2}}$$

$$\text{Lại có: } \frac{V_{MANB'}}{V_{CANB'}} = \frac{\frac{1}{3}d(M, (ANB')) \cdot S_{\Delta ANB'}}{\frac{1}{3}d(C, (ANB')) \cdot S_{\Delta ANB'}} = \frac{d(M, (ANB'))}{d(C, (ANB'))} = \frac{AM}{AC} = \frac{x}{a\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow V_{MANB'} = V_{CANB'} \cdot \frac{x}{a\sqrt{2}} = \frac{a^2\sqrt{2}x - 2ax^2}{6} = \frac{a}{3} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}ax - x^2 \right) = \frac{a^3}{24} - \frac{a}{3} \left(x - \frac{a\sqrt{2}}{4} \right)^2.$$

Suy ra, $V_{AMNB'}$ đạt GTLN bằng $\frac{a^3}{24}$ tại $x = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x} + 2022x^3$. Biết rằng tồn tại số thực m sao cho bất phương trình $f(4^x - mx + 37m) + f((x - m - 37) \cdot 2^x) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hỏi m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(30; 50)$.

B. $(10; 30)$.

C. $(50; 70)$.

D. $(-10; 10)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f(-x) = 2^{-x} - 2^x + 2022(-x)^3 = -(2^x - 2^{-x} + 2022x^3) = -f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 2^x \ln 2 + 2^{-x} \ln 2 + 6066x^2 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có

$$\begin{aligned} & f(4^x - mx + 37m) + f((x - m - 37) \cdot 2^x) \geq 0 \\ \Leftrightarrow & f(4^x - mx + 37m) \geq -f((x - m - 37) \cdot 2^x) \\ \Leftrightarrow & f(4^x - mx + 37m) \geq f(-(x - m - 37) \cdot 2^x) \\ \Leftrightarrow & 4^x - mx + 37m \geq -(x - m - 37) \cdot 2^x \\ \Leftrightarrow & 4^x - mx + 37m + (x - m - 37) \cdot 2^x \geq 0 \\ \Leftrightarrow & 4^x - m \cdot 2^x + 2^x(x - 37) - m(x - 37) \geq 0 \\ \Leftrightarrow & 2^x(2^x - m) + (2^x - m)(x - 37) \geq 0 \\ \Leftrightarrow & (2^x - m)(2^x + x - 37) \geq 0. \quad (1) \end{aligned}$$

Xét hàm số $g(x) = 2^x + x - 37$ và $h(x) = 2^x - m$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = 2^x \ln 2 + 1 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, ta có $g(5) = 0$, do đó $x = 5$ là nghiệm duy nhất của phương trình $g(x) = 0$.

Bảng xét dấu của $g(x)$

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

Từ bảng xét dấu của $g(x)$, để (1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì $h(5) = 0 \Leftrightarrow m = 32$.

Với $m = 32$, thay vào (1) ta có $(2^x - 32)(2^x + x - 37) \geq 0$.

Bảng xét dấu của $y = g(x)h(x)$

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$y = g(x)h(x)$	+	0	+

Từ bảng xét dấu của $y = g(x)h(x)$ ta thấy $m = 32$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $m = 32 \in (30; 50)$.

----- **HẾT** -----

- Câu 1.** Trong mặt phẳng phức Oxy, điểm $A(-2;1)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?
A. $z = 2 - i$. **B.** $z = -2 + i$. **C.** $z = 2 + i$. **D.** $z = -2 - i$.
- Câu 2.** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là
A. $(-1; -2; 3)$. **B.** $(-2; -4; 6)$. **C.** $(2; 4; -6)$. **D.** $(1; 2; -3)$.
- Câu 3.** Hàm số $y = x^3 - 3x + 2018$ đạt cực tiểu tại điểm.
A. $x = -1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.
- Câu 4.** Thể tích của khối nón có chiều cao h và có bán kính đáy r là
A. $\pi r^2 h$. **B.** $\frac{4}{3} \pi r^2 h$. **C.** $2\pi r^2 h$. **D.** $\frac{1}{3} \pi r^2 h$.
- Câu 5.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là
A. $F(x) = \tan x + C$. **B.** $F(x) = \cot x + C$. **C.** $F(x) = -\sin x + C$. **D.** $F(x) = \sin x + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.
- Câu 7.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng
A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -1.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = 2a$, $AC = a$, $SA = 3a$, $SA \perp (ABC)$.
 Thể tích của hình chóp là
A. $V = 2a^3$. **B.** $V = 6a^3$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ là
A. $[0; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.
- Câu 10.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\log_2(1+x) < 2$. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.
A. $P = 4$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = 3$.
- Câu 11.** Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 5$ và $\int_7^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^7 f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 7. **C.** -10. **D.** -7.
- Câu 12.** Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 + i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng
A. $-1 + 3i$. **B.** $-1 - 3i$. **C.** $1 + 3i$. **D.** $1 - 3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $Q(2; 2; 1)$. B. $P(2; 2; -1)$. C. $M(3; 1; 5)$. D. $N(3; 1; -5)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + 3y + z - 1 = 0$. Vec-tơ nào sau đây là một vec-tơ pháp tuyến của (P) .

- A. $\vec{n}_4 = (3; 1; -1)$. B. $\vec{n}_3 = (4; 3; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (4; -1; 1)$. D. $\vec{n}_1 = (4; 3; -1)$.

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 16. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là

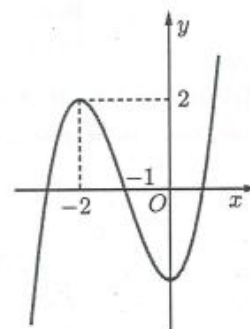
- A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $y = -6$. D. $y = 2$.

Câu 17. Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $\log_2(x+y) = \log_2 x + \log_2 y$. B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.
C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$. D. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

Câu 18. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = -x^4 - 3x^2 - 2$.
B. $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.



Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

- A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 20. Gieo một đồng tiền xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt ngửa.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $16a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{16}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ là

- A. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$. B. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$.
C. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3$. D. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \ln 3$.

Câu 23. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^4 + 3x^2$. B. $y = \frac{x-2}{x+1}$. C. $y = 3x^3 + 3x - 2$. D. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A. $8\pi \text{ cm}^2$. B. $4\pi \text{ cm}^2$. C. $32\pi \text{ cm}^2$. D. $16\pi \text{ cm}^2$.

Câu 25. Biết $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 5. B. 1. C. 6. D. -1.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 7$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. $\frac{7}{2}$. B. 9. C. 14. D. 5.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + 2$ là

- A. $10x + C$. B. $x^5 + 2$. C. $x^5 + 2x + C$. D. $\frac{1}{5}x^5 + 2x + C$

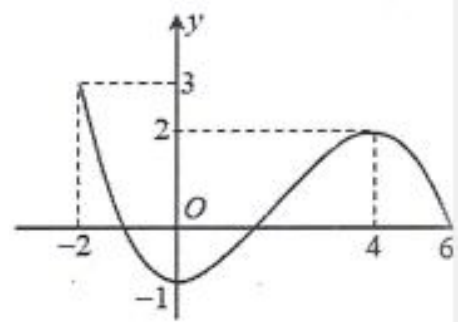
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Mệnh đề nào sau đây sai về hàm số đó?

x	-3	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0

- A. Đạt cực đại tại $x = 1$. B. Đạt cực đại tại $x = -1$.
C. Đạt cực đại tại $x = 2$. D. Đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 6]$ và có đồ thị như hình vẽ dưới. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 6]$. Hiệu $M - m$ bằng

- A. 4.
B. 8.
C. 6.
D. 3.



Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = 2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 31. Với a, b là hai số thực dương tùy ý, biểu thức $L = \ln\left(\frac{a^{2001}}{b^{2019}}\right)$ bằng

- A. $L = 2001\ln a - \frac{1}{2019}\ln b$. B. $L = 2001\ln a - 2019\ln b$.
C. $L = 2001\ln a + 2019\ln b$. D. $L = 2001\log a - 2019\log b$.

Câu 32. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Số đo góc giữa hai đường thẳng AD' và A'B bằng

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 33. Biết $F(x) = e^x + 2x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ Khi đó $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $2e^x + 4x^2 + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + 4x^2 + C$. C. $e^{2x} + 8x^2 + C$. D. $\frac{1}{2}e^{2x} + 2x^2 + C$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

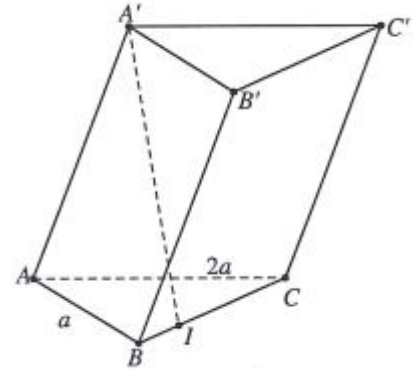
- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$.

Câu 35. Giả sử z_1, z_2 là 2 nghiệm thức của phương trình $z^2 + (1 - 2i)z - 1 - i = 0$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 3 B. 1 C. 4 D. 2

Câu 36. Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$.

- A. $\frac{2}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.
C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$. D. $\frac{1}{3}a$.



Câu 37. Một con súc sắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần các mặt còn lại. Gieo con súc sắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng

- A. $\frac{8}{49}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{12}$. D. $\frac{3}{49}$.

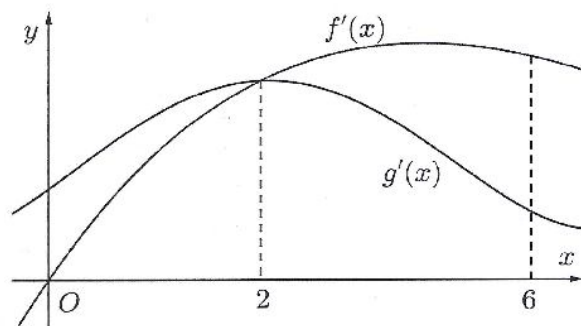
Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y + 8z - 599 = 0$. Biết rằng mặt phẳng $(\alpha): 6x - 2y + 3z + 49 = 0$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm là điểm $P(a;b;c)$ và bán kính đường tròn (C) là r . Giá trị của tổng $S = a + b + c + r$ là

- A. $S = 11$. B. $S = 13$. C. $S = 37$. D. $S = -13$.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $(3^{x+2} - \sqrt{3})(3^x - 2m) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

- A. 3281. B. 3283. C. 3280. D. 3279.

Câu 40. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$, có đạo hàm là $f'(x), g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



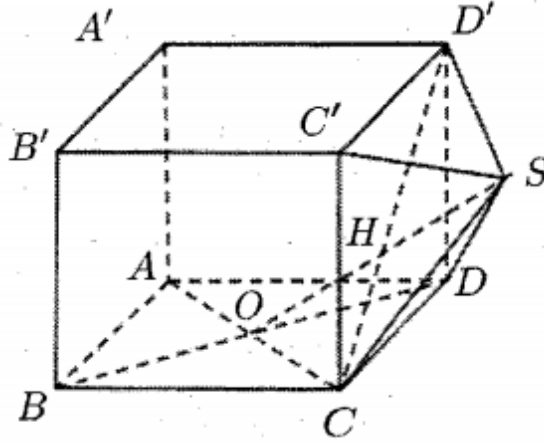
Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0;6]$ lần lượt là

- A. $h(2), h(6)$. B. $h(6), h(2)$. C. $h(2), h(0)$. D. $h(0), h(2)$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x.f'(x) - x^2.e^x = f(x)$ và $f(1) = e$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x)dx$.

- A. $I = e^2 - 2e$. B. $I = e$. C. $I = e^2$. D. $I = 3e^2 - 2e$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, S là điểm đối xứng với O qua CD' (như hình vẽ). Thể tích của khối đa diện $ABCDSA'B'C'D'$ bằng



- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{7a^3}{6}$. D. $\frac{4a^3}{3}$.

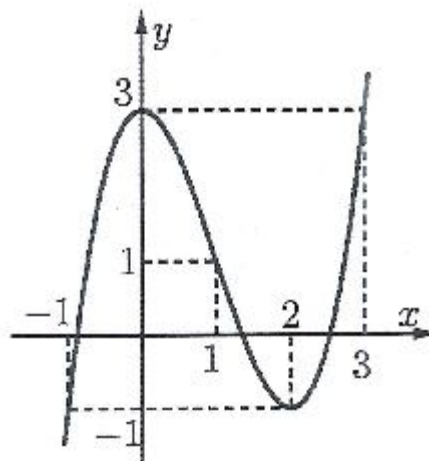
Câu 43. Cho hai số phức z_1, z_2 thay đổi, luôn thỏa mãn $|z_1 - 1 - 2i| = 1$ và $|z_2 - 5 + i| = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = |z_1 - z_2|$.

- A. $P_{\min} = 2$. B. $P_{\min} = 1$. C. $P_{\min} = 5$. D. $P_{\min} = 3$.

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn điều kiện $|iz - 2i - 2| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1+i)z + 2i|$.

- A. $P_{\min} = \frac{9}{\sqrt{17}}$. B. $P_{\min} = 3\sqrt{2}$. C. $P_{\min} = 4\sqrt{2}$. D. $P_{\min} = \sqrt{26}$.

Câu 45. Cho hàm $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $f^2(\sin x) - 5|f(\sin x)| + 6 = 0$ là



- A. 13. B. 12. C. 9. D. 7.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1), A(-1;2;3), B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I , đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{4}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-4}$.

Câu 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3), B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H (giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P)) có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

A. $S = -18$

B. $S = -11$

C. $S = -24$

D. $S = -14$

Câu 48. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $3^{x+y} - x^2(3^x - 1) = (x+1)3^y - x^3$, với $x < 2020$?

A. 13

B. 15

C. 6

D. 7

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) nhận mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 6 = 0$ làm các mặt phẳng đối xứng. Biết khoảng cách từ gốc O đến một điểm M nằm trên mặt cầu (S) có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là 12 và 2, điểm O nằm bên ngoài khối cầu (S) . Tung độ của tâm mặt cầu có giá trị dương và bằng

A. $\frac{-12 + \sqrt{209}}{5}$.

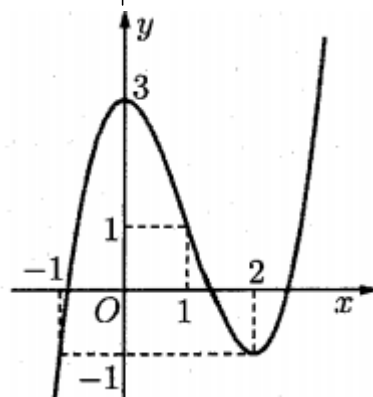
B. $4\sqrt{2}$.

C. 5.

D. $\frac{12 + \sqrt{209}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trong đoạn $[-20; 20]$, có bao nhiêu số nguyên m

để hàm số $y = \left| 10f(x-m) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$ có 3 điểm cực trị?



A. 36.

B. 32.

C. 40.

D. 34.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	2-D	3-D	4-D	5-D	6-D	7-C	8-C	9-B	10-D
11-A	12-D	13-D	14-B	15-A	16-D	17-A	18-B	19-D	20-C
21-B	22-C	23-C	24-D	25-A	26-B	27-C	28-C	29-A	30-C
31-B	32-C	33-B	34-D	35-B	36-C	37-A	38-A	39-C	40-B
41-C	42-C	43-A	44-C	45-A	46-C	47-A	48-C	49-D	50-A

HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VD-VDC

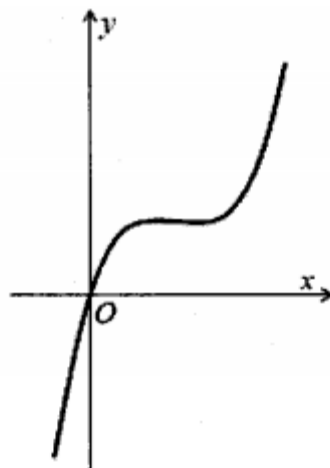
Câu 39: Chọn C.

HD: Bất phương trình trở thành: $\left(3^{x+2} - 3^{\frac{1}{2}}\right) \left[3^x - 3^{\log_3(2m)}\right] < 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right) \left[x - \log_3(2m)\right] < 0$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \log_3 2m$ mà x nhận tối đa 9 số nguyên $\Rightarrow x = \{-1; 0; 1; \dots; 7\}$.

Do đó $\log_3(2m) < 8 \Leftrightarrow m < \frac{3^8}{2} \approx 3280,5$.

Câu 40: Chọn B.



Xét $h'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = g'(x)$.

Với $x \in [0; 6]$ thì phương trình trên có nghiệm $x = 2$.

Ta có bảng xét dấu $h'(x)$ như sau:

x	0	2	6
$h'(x)$	0	-	0

$$\Rightarrow \begin{cases} \min_{[0;6]} h(x) = h(2) \\ \max_{[0;6]} h(x) = \max \{h(0); h(6)\} \end{cases}.$$

Do $f(6) - g(6) > f(0) - g(0)$ nên $h(6) > h(0) \Rightarrow \max_{[0;6]} h(x) = h(6)$.

Câu 41: Chọn C.

$$\text{Ta có } x \cdot f'(x) - x^2 e^x = f(x) \Leftrightarrow x \cdot f'(x) - f(x) = x^2 e^x \Leftrightarrow \frac{x \cdot f'(x) - x \cdot f(x)}{x^2} = e^x$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{f(x)}{x} \right]' = e^x \Leftrightarrow \frac{f(x)}{x} = e^x + C \text{ mà } f(1) = e \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = x e^x$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 x e^x dx = x e^x \Big|_1^2 - \int_1^2 e^x dx = 2e^2 - e - e^2 + e = e^2.$$

Câu 42: Chọn C.

Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là a^3 .

Do S là trung điểm của CD' , S là điểm đối xứng với O qua CD' nên $d(S; (CDD'C')) = d(CDD'C') = \frac{a}{2}$.

$$\text{Mặt khác } S_{CDD'C'} = a^2 \Rightarrow V_{S.CDD'C'} = \frac{1}{3} S_{CDD'C'} \cdot d(S; (CDD'C')) = \frac{a^3}{6}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối đa diện } ABCDSA'B'C'D' \text{ là: } V = a^3 + \frac{a^3}{6} = \frac{7a^3}{6}.$$

Câu 43: Chọn A.

Gọi $M(z_1) \Rightarrow M$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(1;2), R_1 = 1$

Gọi $N(z_2) \Rightarrow N$ thuộc đường tròn (C_2) tâm $I_2(5;-1), R_2 = 2$.

Ta có $\overline{I_1 I_2} = (4; -3) \Rightarrow I_1 I_2 = 5 > R_1 + R_2$ nên $(C_1), (C_2)$ không cắt nhau.

Do đó $P_{\min} = MN_{\min} = I_1 I_2 - R_1 - R_2 = 2$.

Câu 44: Chọn C.

$$\text{Ta có } P = |(1+i)z + 2i| \Leftrightarrow \frac{P}{\sqrt{2}} = \frac{|(1+i)z + 2i|}{|1+i|} = |z + 1 + i|$$

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) và M là điểm biểu diễn của số phức z

$$\text{Gọi } A(2; -2), B(-1; 3) \text{ suy ra } \overline{AB} = (-3; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{34}.$$

Từ giả thiết, ta có $|z - 2 + 2i| - |z + 1 - 3i| = \sqrt{34} \Leftrightarrow MA - MB = AB \Leftrightarrow MA = MB + AB$, suy ra điểm M thuộc tia AB và M nằm ngoài đoạn thẳng AB (có thể trùng với điểm B)

Phương trình đường thẳng AB có $\vec{n}_{AB} = (5; 3)$ và đi qua A là $5x + 3y - 4 = 0$.

Từ đó suy ra $M\left(x; \frac{4-5x}{3}\right)$ với $x \leq -1$.

$$\text{Khi đó } \frac{P}{\sqrt{2}} = |z+1+i| = |x+1+(y+1)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x+1)^2 + \left(\frac{4-5x}{3}+1\right)^2}$$

Khảo sát hàm số $f(x) = \sqrt{(x+1)^2 + \left(\frac{4-5x}{3}+1\right)^2}$ trên $(-\infty; -1]$, ta được

$$\min_{(-\infty; -1]} f(x) = f(-1) = 4 \rightarrow P_{\min} = 4\sqrt{2}.$$

Câu 45: Chọn A.

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } \begin{cases} |f(\sin x)| = 2 & (1) \\ |f(\sin x)| = 3 & (2) \end{cases}$$

Đặt $u = \sin x \in [-1; 1] \rightarrow (1)$ có nghiệm: $u = \frac{1}{2}; u = -\frac{1}{2}$ và (2) có nghiệm: $u = 0$.

Do đó, với $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right) \Rightarrow$ Vẽ đường tròn lượng giác thì $\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$ có tổng 13 nghiệm.

Câu 46: Chọn C.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của A, B xuống Δ .

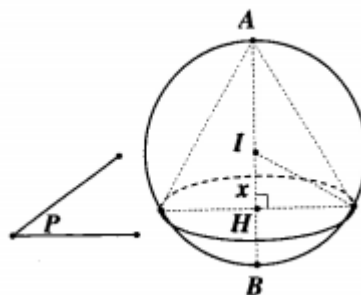
$$\text{Ta có: } \begin{cases} AK \leq AI \\ BH \leq BI \end{cases} \rightarrow (AK + BH)_{\max} = AI + BI.$$

Dấu “=” xảy ra khi $AI \perp \Delta, BI \perp \Delta \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = [\vec{AI}; \vec{BI}] = (-6; 4; -8) = -2(3; -2; 4)$ mà Δ đi qua I

$$\text{nên } \Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{4}.$$

Câu 47: Chọn A.

Hình vẽ tham khảo



Ta có $\vec{AB} = (4; 4; 2)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(4; 3; 4)$ và bán kính $R = \frac{1}{2}AB = 3$

Gọi r là bán kính của đường tròn tâm H . Vì thể tích khối nón lớn nhất nên ta chỉ cần xét trường hợp H thuộc đoạn IB , tức là $AH > 3$. Đặt $IH = x$, $0 \leq x < 3 \Rightarrow r^2 = R^2 - x^2 = 9 - x^2$.

Khi đó thể tích khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H là

$$VV = \frac{1}{3}AH \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{3}(3+x) \cdot \pi(9-x^2) = \frac{1}{6}(3+x) \cdot (3+x)(6-2x) \pi \leq \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{12}{3}\right)^3 \pi = \frac{32}{3} \pi,$$

$$\text{Thể tích lớn nhất bằng } \frac{32}{3} \pi \Leftrightarrow 3+x = 6-2x \Leftrightarrow x=1$$

Ta có mặt phẳng (P) nhận $\frac{1}{2}\overline{AB} = (2; 2; 1)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là

$$2x + 2y + z + m = 0. \text{ Lại có } d(H; (P)) = 1 \Leftrightarrow \frac{|18+m|}{3} = 1 \begin{cases} m = -15 \\ m = -21 \end{cases}$$

Khi $m = -15$ ta có phương trình mặt phẳng (P) : $2x + 2y + z - 15 = 0$ lúc này I và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) ($AH = d(A; (P)) < 3$) nên loại.

Khi $m = -21$ ta có phương trình mặt phẳng (P) : $2x + 2y + z - 21 = 0$ lúc này I và B nằm khác phía so với mặt phẳng (P) ($AH = d(A; (P)) > 3$) nên nhận.

$$\text{Vậy } b = 2; c = 1; d = -21 \Rightarrow S = -18.$$

Câu 48: Chọn C.

Phương trình đã cho trở thành: $3^x \cdot 3^y - x^2 \cdot 3^x + x^2 = x \cdot 3^y + 3^y - x^3$

$$\Leftrightarrow 3^x \cdot (3^y - x^2) = 3^y - x^2 + x \cdot (3^y - x^2) \Leftrightarrow (3^y - x^2) \cdot (3^x - x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^y - x^2 = 0 \\ 3^x = x + 1 \end{cases}$$

+ Phương trình $3^x = x + 1; x > 0$

$$\text{Xét } f(x) = 3^x - x - 1; x > 0$$

$$f'(x) = 3^x \ln 3 - 1 > 0 \forall x > 0$$

Do đó $f(x) = 3^x - x - 1$ đồng biến trên $(0; +\infty) \rightarrow f(x) > f(0) = 0$

+ Ta có $3^y - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{3^y}$ mà $1 \leq x < 2020 \rightarrow 1 \leq y \leq \log_3 2020^2$

Suy ra $y \in [1; 13]$. Thử lại từng giá trị của y , ta được 6 số nguyên x .

Vậy có tất cả 6 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn bài toán.

Câu 49: Chọn D.

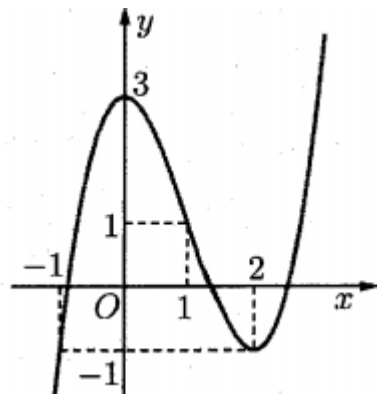
Do mặt cầu (S) nhận mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 6 = 0$ làm các mặt phẳng đối xứng nên tâm I của mặt cầu thuộc mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 6 = 0$.

Giao tuyến của (Oxy) và (P) có phương trình $\begin{cases} x = -2t + 6 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow I(-2t + 6; t; 0)$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} OM_{\max} = OI + R = 12 \\ OM_{\min} = OI - R = 2 \end{cases} \Rightarrow OI = 7$ (do O nằm ngoài mặt cầu)

$$\Rightarrow (-2t + 6)^2 + t^2 = 49 \Leftrightarrow 5t^2 - 24t - 25 = 0 \xrightarrow{t > 0} t = \frac{12 + \sqrt{209}}{5}.$$

Câu 50: **Chọn A.**



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là số điểm cực trị của hàm số $y = \left| 10f(x) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m \right|$.

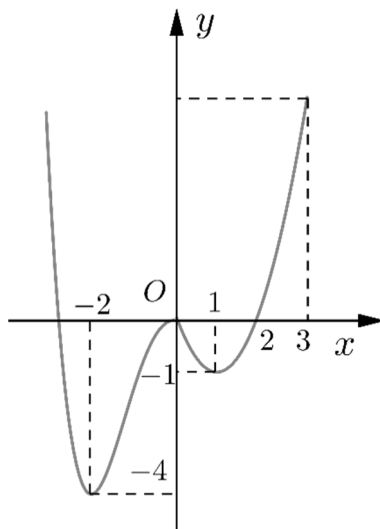
Xét hàm số $g(x) = 10f(x) - \frac{11}{3}m^2 + \frac{37}{3}m$ thì $g'(x) = 10f'(x) = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lại có $g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m$ (*), để hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì (*) có một

nghiệm đơn hoặc một nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \geq 3 \\ \frac{11}{30}m^2 - \frac{37}{30}m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -\frac{18}{11} \\ \frac{15}{11} \leq m \leq 2 \end{cases}$.

Kết hợp $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-20; 20] \end{cases} \Rightarrow$ có 36 giá trị của m .

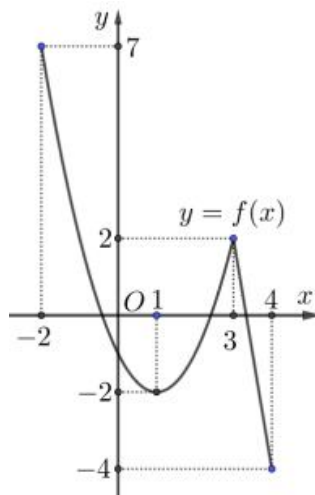
- Câu 1.** Cho tập hợp A có 20 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?
A. C_{20}^6 . **B.** 20. **C.** P_6 . **D.** A_{20}^6 .
- Câu 2.** Công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng với công sai d và số hạng đầu u_1 là
A. $u_n = nu_1 + n(n-1)d$. **B.** $u_n = u_1 + (n-1)d$.
C. $u_n = u_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$. **D.** $u_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.
- Câu 3.** Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng
A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{A_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **D.** $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.
- Câu 4.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết $MN = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng
A. 45° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 30° .
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng
A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A.** $(-1; 0)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 3)$.
- Câu 7.** Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị
A. $m > 0$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \leq 0$.
- Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; -1; 3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là
A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8$. **B.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.

- Câu 9.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .
- A. $-3x+6y-2z+6=0$. B. $-3x-6y+2z+6=0$.
C. $-3x+6y+2z+6=0$. D. $-3x-6y+2z-6=0$.
- Câu 10.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$. Độ dài đoạn thẳng AH là
- A. 3. B. 7. C. 4. D. 1.
- Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a;2;b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a+b$.
- A. -8. B. 8. C. 4. D. -4.
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là
- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.
- Câu 13.** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 14.** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng.



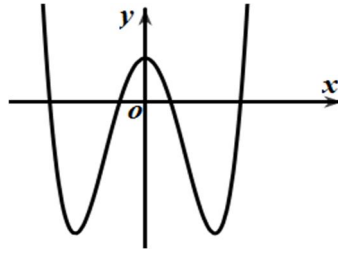
- A. 5. B. 3. C. 0. D. -2.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		+		+		+	
y		$0 \nearrow$	$+\infty$		$+\infty$		$0 \nearrow$
				$-\infty \nearrow$		$-\infty \nearrow$	

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

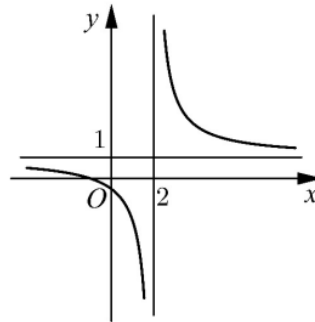
- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

- Câu 17.** Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?.



- A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

- Câu 18.** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. C. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.



- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' < 0, \forall x \neq 2$. D. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

- Câu 19.** Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$.

- A. $x_B + y_B = -5$. B. $x_B + y_B = -2$. C. $x_B + y_B = 4$. D. $x_B + y_B = 7$.

- Câu 20.** Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3} \sqrt{x}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{5}{8}}$. D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

- Câu 21.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $(1; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.

- Câu 22.** Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

- A. 48. B. 56. C. 36. D. $8 \log_2 256$.

- Câu 23.** Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $\log_3 x^2$. B. $y = \log(x^3)$. C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

- Câu 24.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0$ bằng

- A. $\frac{17}{2}$. B. 8. C. 9. D. $\frac{19}{2}$.

- Câu 25.** Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 9)}{\log(3 - x)} \leq 1$ là

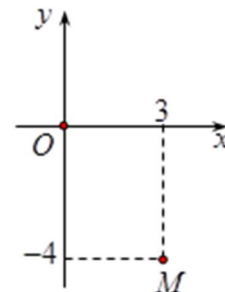
- A. $(-4; -3)$. B. $[-4; -3)$. C. $(3; 4]$. D. $\emptyset$.

Câu 26. Cho $f(x) = x.e^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $(0; 1)$.

Câu 27. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.
 B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .
 C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.
 D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.



Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+2i) = 4-3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z

- A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$. B. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$. C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 29. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó

- A. $2a$. B. a . C. $3a$. D. $4a$.

Câu 30. Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$

- A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{a} = (3; 1; -4)$. C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$. D. $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Câu 32. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$

- A. $P = 1$. B. $P = -\frac{1}{2}$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -1$.

Câu 33. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$

- A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. C. $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $\cos x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $-\sin x + C$. D. $\sin x + C$.

Câu 35. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kỳ thuộc K ?

- A. $\int_a^b [f(x) + 2g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + 2 \int_a^b g(x) dx$. B. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$.

$$\text{C. } \int_a^b [f(x).g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx . \int_a^b g(x)dx .$$

$$\text{D. } \int_a^b f^2(x)dx = \left[\int_a^b f(x)dx \right]^2 .$$

Câu 36. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$

A. $I = 0$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 37. Cho $\int_{-2}^2 f(x)dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t)dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y)dy$

A. $I = 5$.

B. $I = -3$.

C. $I = 3$.

D. $I = -5$.

Câu 38. Khối lập phương có tổng diện tích các mặt là 24 thì thể tích bằng

A. 8.

B. 9.

C. $6\sqrt{6}$.

D. $3\sqrt{3}$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó

A. $I(2; -3)$.

B. $I(1; 1)$.

C. $I(0; 1)$.

D. $I(1; 0)$.

Câu 40. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a , đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = 2a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đó.

A. $V = a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 41. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $(z_1 - 1)^{2019} + (z_2 - 1)^{2019}$ bằng?

A. 2^{1009} .

B. 2^{1010} .

C. 0.

D. -2^{1010} .

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2021$, $f(2) = 2022$.

Tính $S = f(3) - f(-1)$

A. $S = \ln 4043$.

B. $S = 4$.

C. $S = \ln 2$.

D. $S = 1$.

Câu 43. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6cm$, $AC = 8cm$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{3}{4}$.

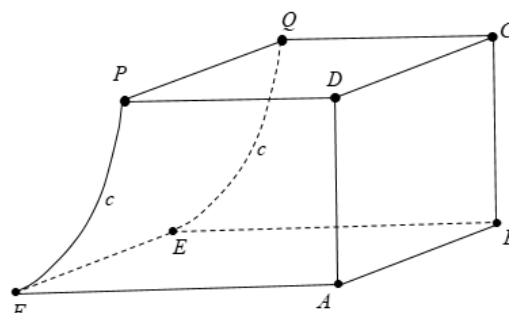
B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{9}{16}$.

Câu 44. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.

Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5cm$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5cm$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm



trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng

- A. $\frac{395}{24} \text{ cm}^3$. B. $\frac{50}{3} \text{ cm}^3$. C. $\frac{125}{8} \text{ cm}^3$. D. $\frac{425}{24} \text{ cm}^3$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm SA , G là trọng tâm tam giác SCD , thể tích khối tứ diện $DOGM$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

- A. $T = 3$. B. $T = -3$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$

Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

- A. 30. B. 26. C. 20. D. 21.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$g(x) = f\left(4x - x^2\right) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3} \text{ trên đoạn } [1; 3].$$

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5		$-\infty$

- A. $\frac{25}{3}$. B. 15. C. $\frac{19}{3}$. D. 12.

Câu 49. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$

- A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$. B. $S = \{-1; 1\}$.
C. $S = \{-5; 5\}$. D. $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

Câu 50. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0$, $w = w_0$. Tính $|3z_0 - w_0|$

- A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 1. D. $6\sqrt{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	C	B	C	A	B	C	D	B	B	C	C	B	A	C	C	A	C	C	C	C	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	A	C	D	D	D	D	A	A	D	A	A	A	D	D	B	D	D	D	B	D	B	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

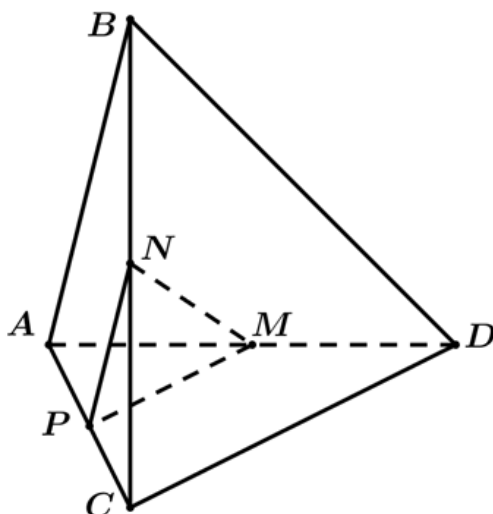
Câu 1. Cho tập hợp A có 20 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?
A. C_{20}^6 . **B.** 20. **C.** P_6 . **D.** A_{20}^6 .

Câu 2. Công thức tính số hạng tổng quát của cấp số cộng với công sai d và số hạng đầu u_1 là
A. $u_n = nu_1 + n(n-1)d$. **B.** $u_n = u_1 + (n-1)d$.
C. $u_n = u_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$. **D.** $u_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

Câu 3. Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng
A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{A_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **D.** $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$.

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết $MN = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng.
A. 45° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Lời giải



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$

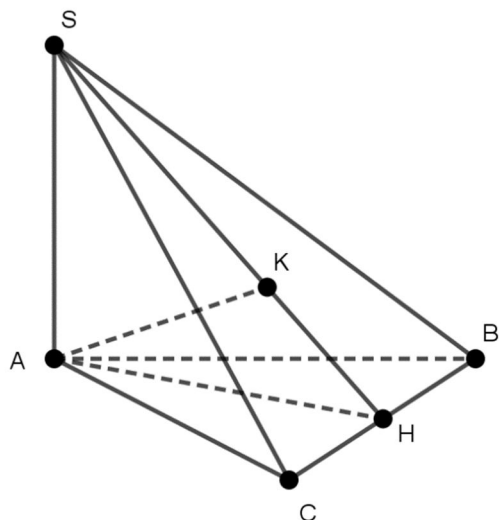
B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{19}$

D. $\frac{2a\sqrt{38}}{19}$

Lời giải

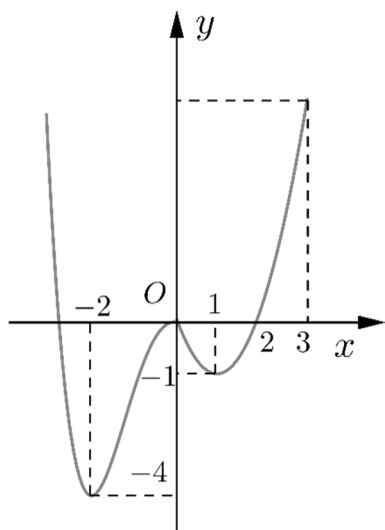
Chọn B



Ta có $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{19}{12a^2}$.

Suy ra $AK = \frac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$ hay $d(A, (SBC)) = \frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1; 0)$.

B. $(-2; -1)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị

A. $m > 0$.

B. $m \geq 0$.

C. $m < 0$.

D. $m \leq 0$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(1; -1; 3)$. Phương trình mặt cầu có đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 8$.

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$.

D. $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 8$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. B. $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.

C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. D. $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;-2;3)$ lên mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AH là

A. 3.

B. 7.

C. 4.

D. 1.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận véc tơ $\vec{u}(a;2;b)$ làm véc tơ chỉ phương. Tính $a+b$.

A. -8.

B. 8.

C. 4.

D. -4.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1;0;2)$ và $F(2;1;-5)$. Phương trình đường thẳng EF là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$

B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$

D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$

Câu 13. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

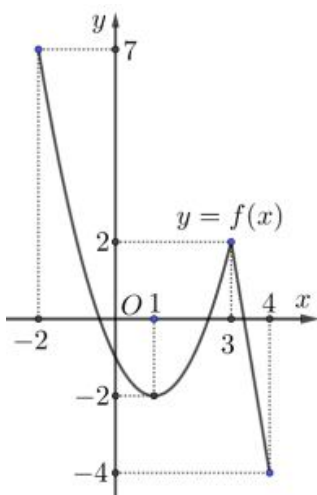
Câu 14. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - 3x + 2$.

B. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 2x^2 - 4x + 1$. D. $y = -x^3 - 2x^2 + 5x - 2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng



A. 5

B. 3

C. 0

D. -2

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
y'		+		+		+	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	0

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

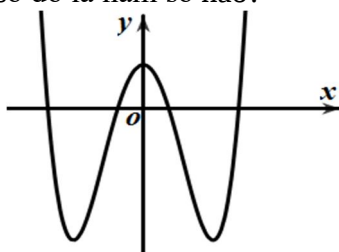
A. 3

B. 1.

C. 4.

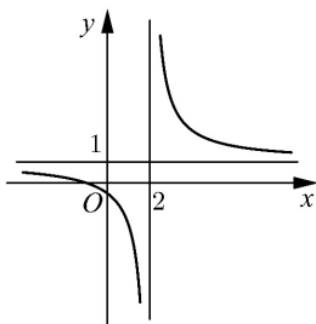
D. 2.

Câu 17. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$. **C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.** D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 18. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \neq 1$ B. $y' < 0, \forall x \neq 1$ **C. $y' < 0, \forall x \neq 2$** D. $y' > 0, \forall x \neq 2$

Câu 19. Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?

A. $x_B + y_B = -5$ B. $x_B + y_B = -2$ C. $x_B + y_B = 4$ D. $x_B + y_B = 7$

Câu 20. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3 \sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$.B. $P = x^{\frac{7}{12}}$.**C. $P = x^{\frac{5}{8}}$.**D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Câu 21. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $[1; +\infty)$

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

C. $(1; +\infty)$

D. $(0; +\infty)$

Câu 22. Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

A. 48

B. 56

C. 36

D. $8\log_2 256$

Câu 23. Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\log_3 x^2$

B. $y = \log(x^3)$

C. $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$

D. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$

Câu 24. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0$ bằng

A. $\frac{17}{2}$.

B. 8.

C. 9.

D. $\frac{19}{2}$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2 - 9)}{\log(3 - x)} \leq 1$ là:

A. $(-4; -3)$.

B. $[-4; -3)$.

C. $(3; 4]$.

D. $\emptyset$.

Câu 26. Cho $f(x) = x.e^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

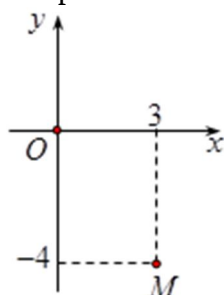
A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$

B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$

C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

D. $(0; 1)$

Câu 27. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



A. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$

B. Phần thực là 3 và phần ảo là -4

C. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$

D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3

Câu 28. Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + 2i) = 4 - 3i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

A. $\bar{z} = \frac{-2}{5} - \frac{11}{5}i$.

B. $\bar{z} = \frac{2}{5} - \frac{11}{5}i$.

C. $\bar{z} = \frac{-2}{5} + \frac{11}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{2}{5} + \frac{11}{5}i$.

Câu 29. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a . Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $2a$.

B. a .

C. $3a$.

D. $4a$.

Câu 30. Một mặt cầu có diện tích xung quanh là π thì có bán kính bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 1.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

- A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. B. $\vec{a} = (3; 1; -4)$. C. $\vec{a} = (0; 1; -1)$. **D. $\vec{a} = (4; 1; -5)$**

Câu 32. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$. Tính $P = a + b$

- A. $P = 1$ B. $P = -\frac{1}{2}$ C. $P = \frac{1}{2}$ **D. $P = -1$**

Câu 33. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

- A. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$. B. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$. C. $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$. **D. $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.**

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là:

- A. $\cos x + C$. B. $-\cos x + C$. C. $-\sin x + C$. **D. $\sin x + C$.**

Câu 35. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đúng với mọi hàm f, g liên tục trên K và a, b là các số bất kỳ thuộc K ?

- A. $\int_a^b [f(x) + 2g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + 2 \int_a^b g(x) dx$.** B. $\int_a^b \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int_a^b f(x) dx}{\int_a^b g(x) dx}$.
C. $\int_a^b [f(x) \cdot g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$. D. $\int_a^b f^2(x) dx = \left[\int_a^b f(x) dx \right]^2$.

Câu 36. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx$.

- A. $I = 0$.** B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 37. Cho $\int_{-2}^2 f(x) dx = 1$, $\int_{-2}^4 f(t) dt = -4$. Tính $\int_2^4 f(y) dy$.

- A. $I = 5$. B. $I = -3$. C. $I = 3$. **D. $I = -5$.**

Câu 38. Khối lập phương có tổng diện tích các mặt là 24 thì thể tích bằng

- A. 8.** B. 9. C. $6\sqrt{6}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- A. $I(2; -3)$.** B. $I(1; 1)$. C. $I(0; 1)$. D. $I(1; 0)$.

Câu 40. Khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng a , đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = 2a$. Tính theo a thể tích khối lăng trụ đó.

- A. $V = a^3$.** B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3}{12}$

Câu 41. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $(z_1 - 1)^{2019} + (z_2 - 1)^{2019}$ bằng?

A. 2^{1009} .

B. 2^{1010} .

C. 0.

D. -2^{1010} .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + i \\ z = 2 - i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - 1 = 1 + i \\ z - 1 = 1 - i \end{cases}.$$

$$\text{Mà } i^2 = -1; i^4 = 1; (1+i)^2 = 2i; (1+i)^4 = -4; (1-i)^2 = -2i; (1-i)^4 = -4;$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } (z_1 - 1)^{2019} + (z_2 - 1)^{2019} &= \left((1-i)^4\right)^{504} \cdot (1-i)^2 (1-i) + \left((1+i)^2\right)^{504} \cdot (1+i)^2 \cdot (1+i) \\ &= (-4)^{504} \cdot (-2i) \cdot (1-i) + (-4)^{504} \cdot (2i) \cdot (1+i) = 4^{504} \cdot 2i \cdot (-1+i+1+i) = 4^{504} \cdot 2i \cdot 2i = -2^{1010}. \end{aligned}$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2021$, $f(2) = 2022$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4043$.

B. $S = 4$.

C. $S = \ln 2$.

D. $S = 1$.

Lời giải

$$\text{Trên khoảng } (1; +\infty) \text{ ta có } \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln(x-1) + C_1 \Rightarrow f(x) = \ln(x-1) + C_1.$$

$$\text{Mà } f(2) = 2022 \Rightarrow C_1 = 2022.$$

$$\text{Trên khoảng } (-\infty; 1) \text{ ta có } \int f'(x) dx = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln(1-x) + C_2 \Rightarrow f(x) = \ln(1-x) + C_2.$$

$$\text{Mà } f(0) = 2021 \Rightarrow C_2 = 2021.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \begin{cases} \ln(x-1) + 2022 & \text{ khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + 2021 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}. \text{ Suy ra } f(3) - f(-1) = 1.$$

Câu 43. Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

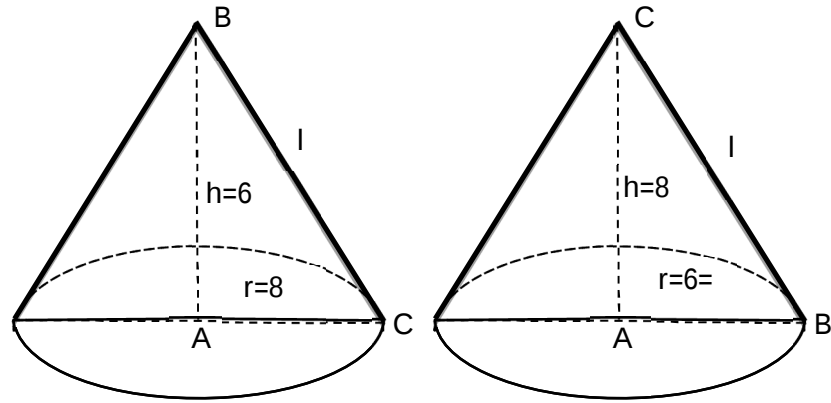
A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{16}{9}$.

D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải



Ta có công thức tính thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

+ Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB thì:

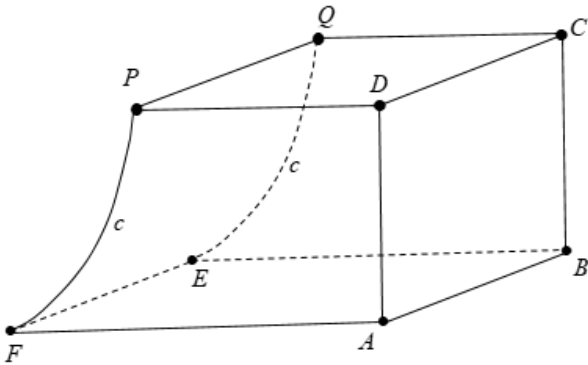
$$h = AB = 6\text{cm} \text{ và } r = AC = 8\text{cm} \text{ thì } V_1 = \frac{1}{3}\pi \cdot 8^2 \cdot 6 = 128\pi$$

+ Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC thì:

$$h = AC = 8\text{cm} \text{ và } r = AB = 6\text{cm} \text{ thì } V_2 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$$

Vậy: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{4}{3}$ đáp án **B**.

Câu 44. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.



Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5\text{cm}$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5\text{cm}$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng

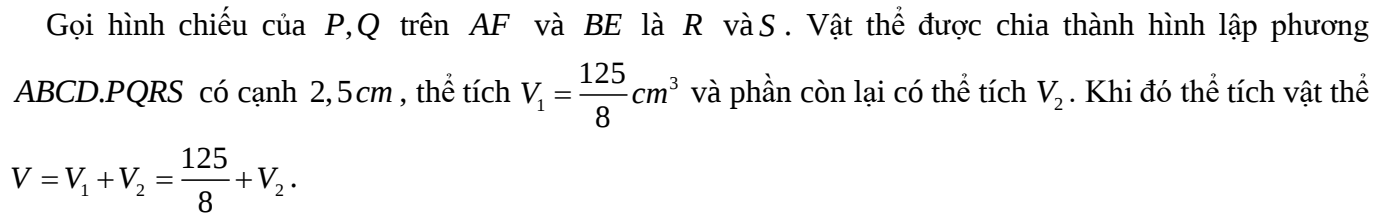
A. $\frac{395}{24}\text{cm}^3$.

B. $\frac{50}{3}\text{cm}^3$.

C. $\frac{125}{8}\text{cm}^3$.

D. $\frac{425}{24}\text{cm}^3$.

Lời giải



Đặt hệ trục $Oxyz$ sao cho O trùng với F , Ox trùng với FA , Oy trùng với tia Fy song song với AD . Khi đó Parabol (P) có phương trình dạng $y = ax^2$, đi qua điểm $P\left(1; \frac{5}{2}\right)$ do đó $a = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{2}x^2$.

Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với Ox và đi qua điểm $M(x; 0; 0)$, $0 \leq x \leq 1$ ta được thiết diện là hình chữ nhật $MNKH$ có cạnh là $MN = \frac{5}{2}x^2$ và $MK = \frac{5}{2}$ do đó diện tích $S(x) = \frac{25}{4}x^2$

Áp dụng công thức thể tích vật thể ta có $V_2 = \int_0^1 \frac{25}{4} x^2 dx = \frac{25}{12}$

Từ đó $V = \frac{125}{8} + \frac{25}{12} = \frac{425}{24} \text{ cm}^3$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm SA , G là trọng tâm tam giác SCD , thể tích khối tứ diện $DOGM$ bằng

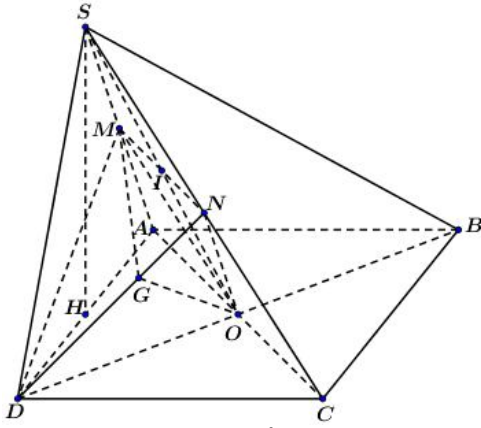
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

D. $-\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$.

Chon D



♦ Gọi H là trung điểm của AD . Do tam giác SAD đều nên $SH \perp AD$.

Do $(SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

♦ Gọi N là trung điểm của SC ; $I = MN \cap SO$.

Ta thấy I là trung điểm của MN và I là trung điểm của SO .

Khi đó $d(O; (DMN)) = d(S; (DMN)) \Rightarrow V_{O.DMG} = V_{S.DMG}$.

♦ Ta có $\frac{V_{S.MID}}{V_{S.AOD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$; $\frac{V_{S.NID}}{V_{S.COD}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SI}{SO} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Mà $V_{S.AOD} = V_{S.COD} = \frac{1}{2} \cdot V_{S.ADC} \Rightarrow V_{S.MND} = V_{S.MID} + V_{S.NID} = \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{S.ADC} = \frac{1}{8} \cdot V_{S.ABCD}$

♦ Lại có $S_{S.ABCD} = AB \cdot AD = a^2 \sqrt{3}$; $SH = a\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3a}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Khi ấy ta được $V_{S.MND} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$

♦ Mặt khác $\frac{S_{MDG}}{S_{MDN}} = \frac{DG}{DN} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{S.MDG} = \frac{2}{3} \cdot V_{S.MDN} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$. Vậy $V_{O.DMG} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{24}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$, $C(0; 1; -2)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c$ có giá trị là

A. $T = 3$.

B. $T = -3$.

C. $T = 1$.

D. $T = -1$.

Lời giải:

Chọn D

Xét $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$

$$= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})$$

$$= 6MI^2 + \overrightarrow{MI}(4\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 5\overrightarrow{IC}) + \overrightarrow{IAIB} + 2\overrightarrow{IBIC} + 3\overrightarrow{ICIA}$$

$$\text{Gọi } I \text{ là điểm thỏa mãn } 4\vec{IA} + 3\vec{IB} + 5\vec{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{4x_A + 3x_B + 5x_C}{12} \\ y_I = \frac{4y_A + 3y_B + 5y_C}{12} \\ z_I = \frac{4x_A + 3z_B + 5z_C}{12} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{-2}{12}, \frac{1}{12}, \frac{7}{12}\right).$$

Mà: $(4\vec{IA} + 3\vec{IB} + 5\vec{IC}) = \vec{0}$. $\vec{IAIB} + 2\vec{IBIC} + 3\vec{ICIA} = \text{const}$. Nên $S_{\min} \Leftrightarrow MI_{\min}$

Suy ra M là hình chiếu của I lên mặt Oxy. $\Rightarrow M\left(\frac{-2}{12}, \frac{1}{12}, 0\right) \Rightarrow T = 12a + 12b + c = -1$

Câu 47. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là

tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1; 1; 2)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. 30.

B. 26.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

Mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R_1 = 3$.

$M \in d \Leftrightarrow M(1+a; 1+2a; 2-3a)$.

Do MA, MB, MC là những tiếp tuyến tại A, B, C với mặt cầu (S_1) .

Suy ra $MA^2 = MB^2 = MC^2 = OM^2 - 9$.

Khi đó A, B, C $\in (S_2)$ có tâm là M, bán kính $R_2 = \sqrt{OM^2 - 9}$.

Ta có phương trình $(S_2): (x - (a+1))^2 + (y - (2a+1))^2 + (z - (2-3a))^2 = OM^2 - 9$.

$\Leftrightarrow (S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2(a+1)x - 2(2a+1)y - 2(2-3a)z + 9 = 0$.

Mặt khác theo giả thiết A, B, C cùng thuộc mặt cầu (S_1) .

Suy ra tọa độ A, B, C thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 9 = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2(a+1)x - 2(2a+1)y - 2(2-3a)z + 9 = 0 \end{cases}$.

Do đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $2(a+1)x + 2(2a+1)y + 2(2-3a)z - 18 = 0$.

$D \in (ABC) \Leftrightarrow 2(a+1) + 2(2a+1) + 4(2-3a) - 18 = 0 \Leftrightarrow a = -1$

$\rightarrow M(0; -1; 5) \rightarrow x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 26$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$g(x) = f(4x - x^2) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3} \text{ trên đoạn } [1; 3].$$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				5		

$\swarrow$ -3 $\nearrow$ $\searrow$ $-\infty$

A. $\frac{25}{3}$.

B. 15.

C. $\frac{19}{3}$.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = f'(4x - x^2) \cdot (4 - 2x) + x^2 - 6x + 8 = 2(2 - x) \left[f'(4x - x^2) + \frac{4 - x}{2} \right]$

Xét thấy $\forall x \in [1; 3] \Rightarrow 3 \leq 4x - x^2 \leq 4 \Rightarrow f'(4x - x^2) > 0$

Mặt khác $\frac{4 - x}{2} > 0 \quad \forall x \in [1; 3]$

Suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

$$g(1) = f(3) + \frac{19}{3} < f(4) + \frac{17}{3} = 5 + \frac{17}{3} = \frac{32}{3}$$

$$g(3) = f(3) + \frac{19}{3} < f(4) + \frac{19}{3} = 5 + \frac{19}{3} = \frac{34}{3}$$

$$g(2) = 5 + 7 = 12.$$

$$\Rightarrow g(1) < g(2) < g(3)$$

Vậy $\max_{[1; 3]} g(x) = 12$ tại $x = 2$.

Câu 49. Tìm tập S tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_{x^2 + y^2 + 2} (4x + 4y - 6 + m^2) \geq 1 \text{ và } x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

A. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$.

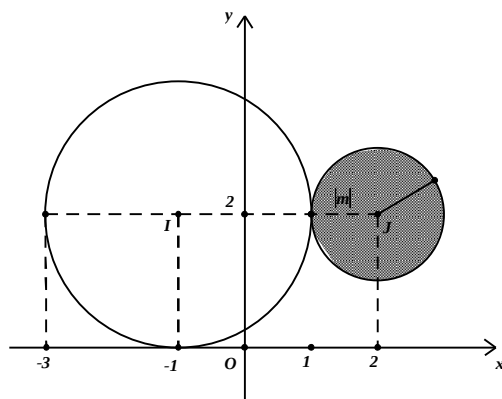
B. $S = \{-1; 1\}$.

C. $S = \{-5; 5\}$.

D. $S = \{-7 - 5; -1; 1; 5; 7\}$.

Lời giải

Chọn A



Nhận thấy $x^2 + y^2 + 2 > 1$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ nên:

$$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+8-m^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq m^2 \quad (*).$$

Khi $m = 0$ thì $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$. Cặp $(2; 2)$ không là nghiệm của phương trình $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$.

Khi $m \neq 0$, tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn $(*)$ là hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính là $|m|$. Trường hợp này, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính 2 và hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính $|m|$ có đúng một điểm chung (hình vẽ)

Điều này xảy ra khi $|m| = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$ (thỏa mãn $m \neq 0$).

Vậy $S = \{-1; 1\}$.

Câu 50. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$. Biết rằng $|z - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z = z_0$, $w = w_0$. Tính $|3z_0 - w_0|$.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $6\sqrt{2}$.

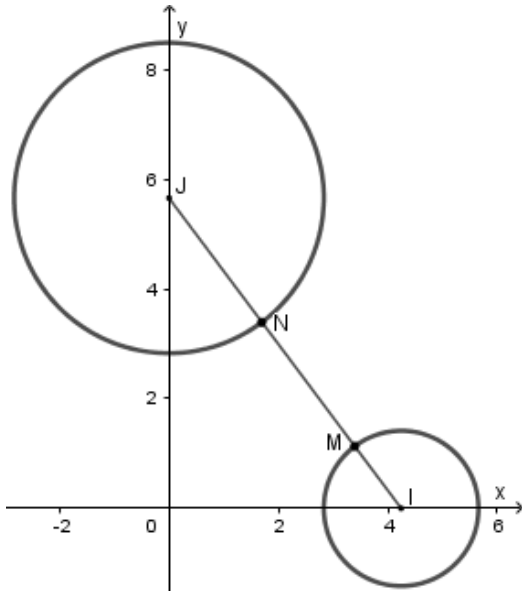
Lời giải

Ta có: $|z - 3\sqrt{2}| = \sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn M biểu diễn số phức z là đường tròn có tâm $I(3\sqrt{2}; 0)$, bán kính $r = \sqrt{2}$.

+ $|w - 4\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$, suy ra tập hợp điểm biểu diễn N biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $J(0; 4\sqrt{2})$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Ta có $\min|z - w| = \min MN$.

$$+ \quad IJ = 5\sqrt{2}; IM = r = \sqrt{2}; NJ = R = 2\sqrt{2}.$$



Mặt khác $IM + MN + NJ \geq IJ \Rightarrow MN \geq IJ - IM - NJ$ hay $MN \geq 5\sqrt{2} - \sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Suy ra min $MN = 2\sqrt{2}$ khi I, M, N, J thẳng hàng và M, N nằm giữa I, J (Hình vẽ).

Cách 1:

Khi đó ta có: $|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}|$ và $IN = 3\sqrt{2} \Rightarrow \overrightarrow{IM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}; \overrightarrow{IN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Mặt khác $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IN} = \overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$; $3\overrightarrow{OM} = 3(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM}) = 3\left(\overrightarrow{OI} + \frac{1}{5}\overrightarrow{IJ}\right) = 3\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}$.

Suy ra $|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = \left|3\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ} - \left(\overrightarrow{OI} + \frac{3}{5}\overrightarrow{IJ}\right)\right| = |2\overrightarrow{OI}| = 6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Ta có $\overrightarrow{IN} = 3\overrightarrow{IM} \Rightarrow 3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN} = \vec{0}$.

Do đó $|3z_0 - w_0| = |3\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}| = |3(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IM}) - (\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IN})| = |2\overrightarrow{OI}| = 2.OI = 2.3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$.

Cách 3:

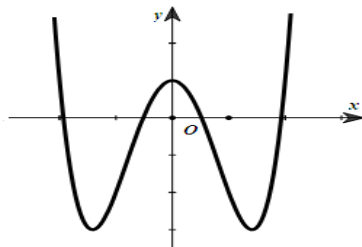
$$+) \overrightarrow{IM} = \frac{IM}{IJ} \overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = \frac{1}{5} \overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{12\sqrt{2}}{5} \\ y_M = \frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Rightarrow z_0 = \frac{12\sqrt{2}}{5} + \frac{4\sqrt{2}}{5}i.$$

$$+) \overrightarrow{IN} = \frac{IN}{IJ} \overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \overrightarrow{IN} = \frac{3}{5} \overrightarrow{IJ} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = \frac{6\sqrt{2}}{5} \\ y_N = \frac{12\sqrt{2}}{5} \end{cases} \Rightarrow w_0 = \frac{6\sqrt{2}}{5} + \frac{12\sqrt{2}}{5}i.$$

Suy ra $|3z_0 - w_0| = |6\sqrt{2}| = 6\sqrt{2}$.

- Câu 1.** Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng
A. -3 . **B.** -4 . **C.** 3 . **D.** 4 .
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ là
A. $I(2; -1; -1)$ và $R = 9$. **B.** $I(-2; 1; 1)$ và $R = 3$.
C. $I(2; -1; -1)$ và $R = 3$. **D.** $I(-2; 1; 1)$ và $R = 9$.

- Câu 3.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ.



- A.** $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.
C. $y = x^4 + 2x^2 + 1$ **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
- Câu 4.** Nếu tăng bán kính của một khối cầu lên ba lần thì thể tích của khối cầu tăng lên
A. 9 lần. **B.** 6 lần. **C.** 3 lần. **D.** 27 lần.
- Câu 5.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$ là
A. $x^3 - x^2 + C$. **B.** $x^3 - x^2 + 3x + C$.
C. $6x - 2 + C$. **D.** $3x^3 - 2x^2 + 3x + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = -3$.
B. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 0$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.
D. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $(0; -3)$.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) \geq 3$ là
A. $[5; +\infty)$. **B.** $(5; +\infty)$. **C.** $[7; +\infty)$. **D.** $(7; +\infty)$.
- Câu 8.** Cho khối hộp hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3cm, AD = 4cm, AA' = 5cm$. Thể tích khối hộp bằng
A. $60cm^3$. **B.** $20cm^3$. **C.** $12cm^3$. **D.** $15cm^3$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số lũy thừa?

- A. $y = x^{\sqrt{3}}$ B. $y = \sqrt[3]{x^2}$ C. $y = 2021^x$ D. $y = \pi^x$

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 9$ là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = 3$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 11. Tính tích phân $I = \int_2^7 \sqrt{x+2} dx$ bằng

- A. $I = \frac{38}{3}$. B. $I = \frac{670}{3}$. C. $I = 19$. D. $I = 38$.

Câu 12. Gọi $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 10z + 13 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức $2z_1 + 4z_2$ bằng

- A. $1 - 15i$. B. $-15 - i$. C. $-15 + i$. D. $-1 - 15i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -4; -3)$ và $\vec{n} = (-2; 5; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận $\vec{n} = (-2; 5; 2)$ làm vector pháp tuyến là

- A. $-2x + 5y + 2z + 28 = 0$. B. $-2x + 5y + 2z - 28 = 0$.
C. $x - 4y - 3z + 28 = 0$. D. $x - 4y - 3z - 28 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(-1; -1; -3)$ B. $(3; 1; 1)$ C. $(1; 1; 3)$ D. $(3; 3; -1)$

Câu 15. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ là

- A. $1 + 2i$. B. $-1 + 2i$. C. $-1 - 2i$. D. $1 - 2i$.

Câu 16. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là

- A. $x = 2, y = -1$. B. $x = -1, y = 2$.
C. $x = \frac{1}{2}, y = -1$. D. $y = 2, x = 1$

Câu 17. Đặt $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

- A. $\log_6 5 = a + b$. B. $\log_6 5 = a^2 + b^2$. C. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. D. $\log_6 5 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{2f(x)-1} = 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là
- A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
- Câu 20.** Cho một chiếc hộp đựng 4 quả bóng xanh và 10 quả bóng đỏ. Số cách lấy ra 3 quả bóng bất kì bằng
- A. $C_4^1 C_{10}^2$. B. A_{14}^3 . C. C_{14}^3 . D. $C_4^2 C_{10}^1$.
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; SA vuông góc với $(ABCD)$, cạnh bên $SC = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.
- Câu 22.** Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $\log_a(xy) = \log_a(x)\log_a(y)$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $a^{\log_a b} = b$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.
- Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+4}{x}$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng
- A. $(-2;2)$. B. $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.
C. $(-2;0)$ và $(0;2)$. D. $(-\infty;0)$.
- Câu 24.** Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối trụ là
- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. πa^3 . C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.
- Câu 25.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1;9]$, thỏa mãn $\int_1^9 f(x)dx = 7$ và $\int_4^5 f(x)dx = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \int_1^4 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx$.
- A. $P = 3$. B. $P = 4$. C. $P = 10$. D. $P = 2$.
- Câu 26.** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
- A. 4. B. -3. C. 3. D. 5.
- Câu 27.** Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\cot x + C$. B. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C$.
C. $\int e^x dx = \frac{1}{e^{-x}} + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$.

Câu 28. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x=3$. B. $x=-2$. C. $x=4$. D. $x=-1$

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x)=x^2(x-1)(x-3)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ là

- A. $f(-2)$. B. $f(0)$. C. $f(1)$. D. $f(3)$.

Câu 30. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

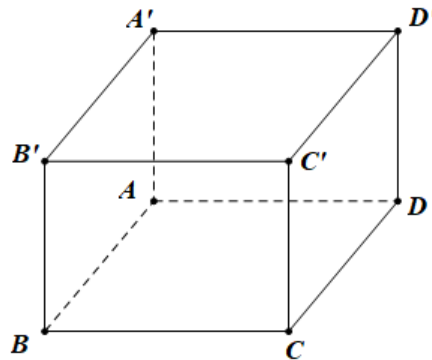
- A. $y=\frac{3x+1}{x+2}$. B. $y=x^3-2x^2+6x-1$.

- C. $y=\tan x+2$. D. $y=\sqrt{x^3+2x}$.

Câu 31. Với a, b là các số thực cùng dấu và khác 0, $\log_2(ab)$ bằng

- A. $\log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2 a \cdot \log_2 b$. C. $b \log_2 a$. D. $\log_2 |a| + \log_2 |b|$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng



- A. 30° . B. 135° . C. 45° . D. 90° .

Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x)dx=10$ và $\int_0^4 f(x)dx=7$ thì $\int_4^6 f(x)dx$ bằng

- A. -17 . B. 17 . C. 3 . D. -3 .

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Cho biết $B(2;3;7), D(4;1;3)$. Phương trình mặt phẳng (SAC) là

- A. $x+y-2z+9=0$. B. $x-y-2z-9=0$.
C. $x-y-2z+9=0$. D. $x-y+2z+9=0$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=2-i$. Số phức $w=z_1\overline{z_2}+z_2$ có phần thực bằng

- A. 7. B. 9. C. 4. D. 3.

Câu 36. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm CD . Khoảng cách giữa AC và BM là

- A. $\frac{a\sqrt{154}}{28}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 37. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh trong đó có Việt và Nam ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để hai bạn Việt và Nam ngồi cạnh nhau bằng.

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{14}$. D. $\frac{1}{28}$.

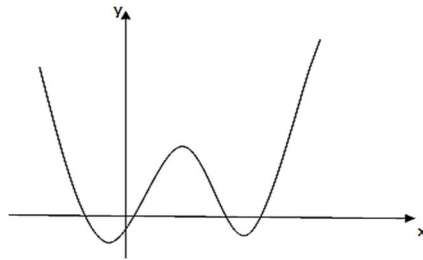
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; -3; -1)$ song song (α) và mặt phẳng (Oyz) là

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \right] (16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 17. B. 18.
C. 16. D. Vô số.

Câu 40. Biết rằng $f(x)$ là đa thức bậc 4 và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$ và trục Ox là

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 0.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. $\frac{242}{225}$. B. $\frac{208}{225}$.
C. $\frac{121}{225}$. D. $\frac{149}{225}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$ B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$ C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$ D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

Câu 43. Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức, trong đó c, d là các số nguyên dương, nguyên tố cùng nhau. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, tính $P = c + 2d$.

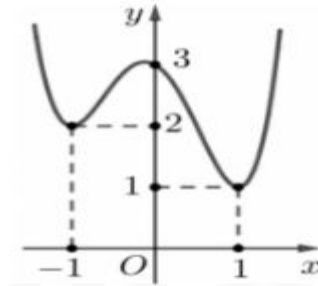
- A. $P = 18$. B. $P = 10$. C. $P = 14$ D. $P = 22$.

Câu 44. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$.

Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để hàm số

$$g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}m \cdot f^2(x) + 3f(x) - 1$$

nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 16. B. 15. C. 14. D. 13.

Câu 46. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2, |2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{71}{9}$. C. $\frac{71}{6}$. D. $\frac{64}{9}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$

- A. Vô số. B. 5. C. 2. D. 1.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\angle AMB = 90^\circ$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

- A. 27 B. 25 C. 26 D. 28

----- HẾT -----

THI THỬ LẦN 5

Đề thi gồm 06 trang

Ngày 9/6/2022

MÃ ĐỀ: 105**KỶ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022****Bài thi môn: TOÁN**

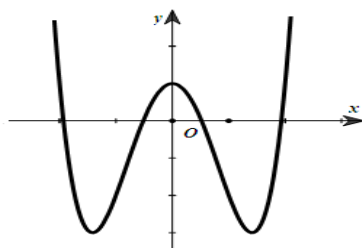
Thời gian làm bài: 90 phút

không kể thời gian phát đề**BẢNG ĐÁP ÁN**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	A	D	B	C	C	A	A	D	A	B	A	C	A	B	C	C	B	C	B	A	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	C	B	D	C	C	C	D	C	B	A	B	D	C	C	D	D	C	D	B	C	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1.** Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng**A.** -3 .**B.** -4 .**C.** 3 .**D.** 4 .**Lời giải****Chọn C.****Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ là**A.** $I(2; -1; -1)$ và $R = 9$.**B.** $I(-2; 1; 1)$ và $R = 3$.**C.** $I(2; -1; -1)$ và $R = 3$.**D.** $I(-2; 1; 1)$ và $R = 9$.**Lời giải****Chọn C.**

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

Vậy (S) có tâm $I(2; -1; -1)$ và bán kính $R = 3$.**Câu 3.** Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ.**A.** $y = x^4 - 4x^2 + 1$.**B.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.**C.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$.**D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.**Lời giải****Chọn A.****Câu 4.** Nếu tăng bán kính của một khối cầu lên ba lần thì thể tích của khối cầu tăng lên**A.** 9 lần.**B.** 6 lần.**C.** 3 lần.**D.** 27 lần.**Lời giải**Gọi V_1 là thể tích ban đầu của khối cầu có bán kính R .

$$\text{Ta có } V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

Gọi V_2 là thể tích ban đầu của khối cầu có bán kính $3R$ (sau khi tăng bán kính lên 3 lần).

Ta có $V_2 = \frac{4}{3}\pi(3R)^3 = 27 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = 27V_1$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$ là

A. $x^3 - x^2 + C$.

B. $x^3 - x^2 + 3x + C$.

C. $6x - 2 + C$.

D. $3x^3 - 2x^2 + 3x + C$.

Lời giải

Chọn B.

$$\int (3x^2 - 2x + 3)dx = x^3 - x^2 + 3x + C.$$

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$ và đạt cực tiểu tại $x = -3$.

B. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 0$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 0$.

D. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là $(0; -3)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) \geq 3$ là

A. $[5; +\infty)$.

B. $(5; +\infty)$.

C. $[7; +\infty)$.

D. $(7; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $x > -1$.

$$\text{Ta có } \log_2(x+1) \geq 3 \Leftrightarrow x+1 \geq 8 \Leftrightarrow x \geq 7.$$

Câu 8. Cho khối hộp hình chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3cm$, $AD = 4cm$, $AA' = 5cm$. Thể tích khối hộp bằng

A. $60cm^3$.

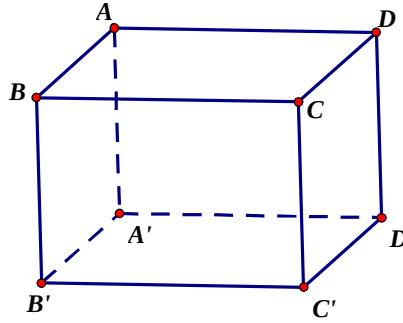
B. $20cm^3$.

C. $12cm^3$.

D. $15cm^3$.

Lời giải

Chọn A.



$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.AA' = 3.4.5 = 60\text{cm}^3$$

Câu 9. Hàm số nào dưới đây là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^{\sqrt{3}}$

B. $y = \sqrt[3]{x^2}$

C. $y = 2021^x$

D. $y = \pi^x$

Lời giải

Chọn A.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 9$ là

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 3^{2x-1} = 9 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^2 \Leftrightarrow 2x-1 = 2 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}.$$

Câu 11. Tính tích phân $I = \int_2^7 \sqrt{x+2} dx$ bằng

A. $I = \frac{38}{3}$.

B. $I = \frac{670}{3}$.

C. $I = 19$.

D. $I = 38$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x+2} \Rightarrow t^2 = x+2 \Rightarrow 2t dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận } x=2 \Rightarrow t=2, x=7 \Rightarrow t=3.$$

$$\text{Ta có } I = \int_2^3 t.2t dt = 2 \int_2^3 t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big|_2^3 = \frac{2.3^3}{3} - \frac{2.2^3}{3} = \frac{38}{3}.$$

Câu 12. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 10z + 13 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức $2z_1 + 4z_2$ bằng

A. $1-15i$.

B. $-15-i$.

C. $-15+i$.

D. $-1-15i$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \Delta' = 5^2 - 2.13 = -1 = i^2.$$

$$\text{Suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm } z_1 = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i \text{ (do } z_1 \text{ có phần ảo dương)}$$

$$\text{và } z_2 = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$$

Khi đó: $2z_1 + 4z_2 = 2 \cdot \left(-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i\right) + 4 \cdot \left(-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}i\right) = (-5 + i) + 2(-5 - i) = -15 - i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -4; -3)$ và $\vec{n} = (-2; 5; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm A và nhận $\vec{n} = (-2; 5; 2)$ làm vector pháp tuyến là

A. $-2x + 5y + 2z + 28 = 0$.

B. $-2x + 5y + 2z - 28 = 0$.

C. $x - 4y - 3z + 28 = 0$.

D. $x - 4y - 3z - 28 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; -4; -3)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 5; 2)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là $-2(x-1) + 5(y+4) + 2(z+3) = 0 \Leftrightarrow -2x + 5y + 2z + 28 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(-1; -1; -3)$

B. $(3; 1; 1)$

C. $(1; 1; 3)$

D. $(3; 3; -1)$

Lời giải

Chọn C.

Câu 15. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ là

A. $1 + 2i$.

B. $-1 + 2i$.

C. $-1 - 2i$.

D. $1 - 2i$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + 2i \\ z = 1 - 2i \end{cases}$.

Vậy nghiệm phức có phần ảo dương là $1 + 2i$.

Câu 16. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là

A. $x = 2, y = -1$.

B. $x = -1, y = 2$.

C. $x = \frac{1}{2}, y = -1$.

D. $y = 2, x = 1$

Lời giải

Chọn B.

♦ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

♦ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị.

♦ $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = +\infty \Rightarrow x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị.

Câu 17. Đặt $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\log_6 5 = a + b$.

B. $\log_6 5 = a^2 + b^2$.

C. $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

D. $\log_6 5 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

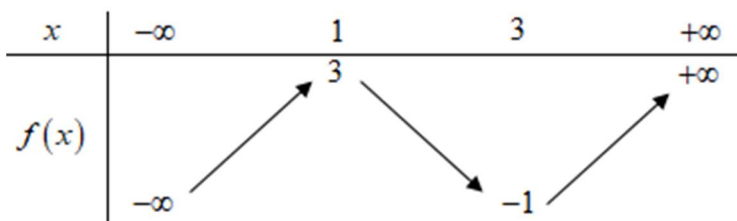
Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_6 5 = \frac{1}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_2 5} + \frac{1}{\log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{1}{\frac{a+b}{a \cdot b}} = \frac{ab}{a+b}$

Vậy $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{2f(x)-1} = 1$ là

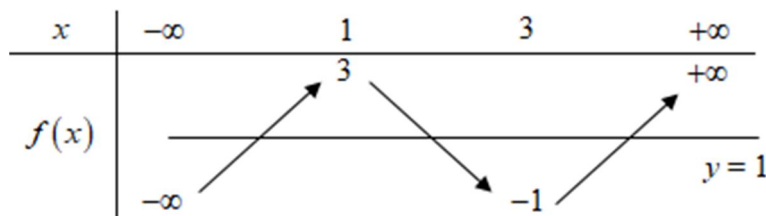
- A. 1. B. 2. **C. 3.** D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình $\frac{1}{2f(x)-1} = 1 \Leftrightarrow f(x) = 1$.

Đường thẳng $y = 1$ cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng 1 và song song với trục Ox .



Từ hình vẽ, ta thấy phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và song song với đường thẳng d có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$. **B. $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$.**
- C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng song song d nên có VTCP cùng phương với $\vec{a_d} = (-1; 2; -1)$. Suy ra đáp án A hoặc B.

Mặt khác, tọa độ điểm $M(2;1;-1)$ thỏa phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 20. Cho một chiếc hộp đựng 4 quả bóng xanh và 10 quả bóng đỏ. Số cách lấy ra 3 quả bóng bất kì bằng

- A. $C_4^1 C_{10}^2$. B. A_{14}^3 . **C. C_{14}^3 .** D. $C_4^2 C_{10}^1$.

Lời giải

Chọn C.

Số cách lấy ra 3 quả bóng bất kì trong 14 quả là C_{14}^3

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a ; SA vuông góc với $(ABCD)$, cạnh bên $SC = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{\frac{5a^2}{2} - 2a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Thể tích là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 22. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a(xy) = \log_a(x)\log_a(y)$. B. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.
C. $a^{\log_a b} = b$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải

Chọn A.

Mệnh đề sai là “ $\log_a(xy) = \log_a(x)\log_a(y)$ “, mệnh đề đúng là $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.
C. $(-2; 0)$ và $(0; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

♦ $y = f(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$

♦ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

♦ $y' = \frac{x^2 - 4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

♦ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'		+	0	-	
y		$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$

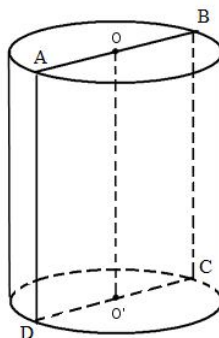
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2; 0)$ và $(0; 2)$

Câu 24. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được thiết diện là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối trụ là

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. πa^3 . C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$

Lời giải

Chọn D.



Theo đề bài ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Thể tích khối trụ là $V = \pi \cdot OA^2 \cdot AD = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1;9]$, thỏa mãn $\int_1^9 f(x)dx = 7$ và $\int_4^5 f(x)dx = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \int_1^4 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx$.

A. $P = 3$.

B. $P = 4$.

C. $P = 10$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_1^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx &= \int_1^9 f(x)dx \\ \Leftrightarrow \int_1^4 f(x)dx + \int_5^9 f(x)dx &= \int_1^9 f(x)dx - \int_4^5 f(x)dx = 7 - 3 = 4 \end{aligned}$$

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4.

B. -3.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn C.

Vì (u_n) là cấp số cộng nên $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$.

Câu 27. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = -\cot x + C$.

B. $\int a^x dx = a^x \cdot \ln a + C$.

C. $\int e^x dx = \frac{1}{e^{-x}} + C$.

D. $\int \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{x^2} + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.

$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$.

$\int e^x dx = e^x + C = \frac{1}{e^{-x}} + C$.

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$$

Câu 28. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $x = 3$.

B. $x = -2$.

C. $x = 4$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D.

Theo bảng biến thiên, dấu của đạo hàm đổi từ dương (+) sang âm (-) khi x đi qua $x_0 = -1$ nên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, biết $f'(x) = x^2(x-1)(x-3)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 3]$ là

A. $f(-2)$.

B. $f(0)$.

C. $f(1)$.

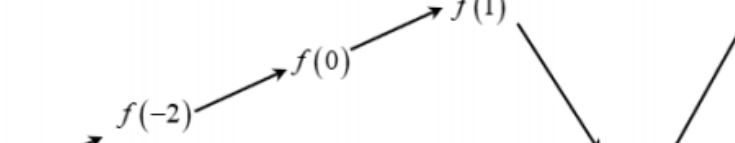
D. $f(3)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{[-2;3]} = f(1)$

Câu 30. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x+1}{x+2}$.

B. $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1$.

C. $y = \tan x + 2$.

D. $y = \sqrt{x^3 + 2x}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = x^3 - 2x^2 + 6x - 1 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4x + 6 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ba hàm số còn lại đều có tập xác định khác $\mathbb{R}$ nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Với a, b là các số thực cùng dấu và khác 0, $\log_2(ab)$ bằng

- A. $\log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2 a \cdot \log_2 b$. C. $b \log_2 a$.

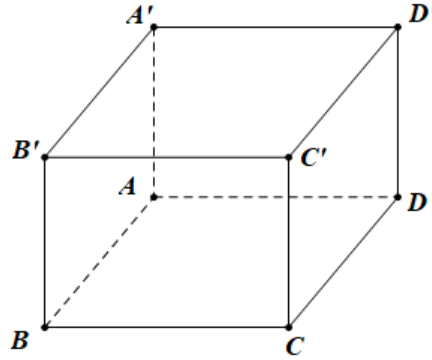
D. $\log_2 |a| + \log_2 |b|$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_2(ab) = \log_2 |a| + \log_2 |b|$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng



A. 30° .

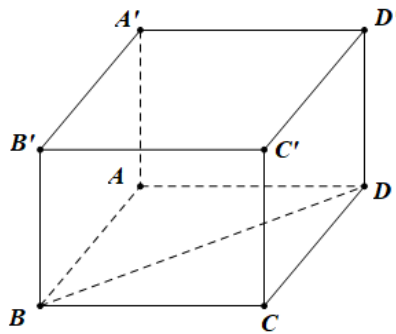
B. 135° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương $\Rightarrow ABB'A'$ là hình vuông $\Rightarrow AB \parallel A'B'$

Do đó góc giữa hai đường thẳng AB và $B'D'$ bằng góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và $B'D'$

Mặt khác, do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $A'B'C'D'$ là hình vuông nên

$\widehat{A'B'D'} = 45^\circ$ do đó góc giữa 2 đường thẳng $A'B'$ và $B'D'$ bằng 45°

Nên góc giữa đường thẳng AB và $B'D'$ bằng 45° .

Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_0^4 f(x)dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x)dx$ bằng

A. -17 .

B. 17 .

C. 3 .

D. -3 .

Lời giải

Chọn C.

$$\int_4^6 f(x)dx = \int_0^6 f(x)dx - \int_0^4 f(x)dx = 10 - 7 = 3.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy. Cho biết $B(2;3;7)$, $D(4;1;3)$. Phương trình mặt phẳng (SAC) là

A. $x + y - 2z + 9 = 0$.

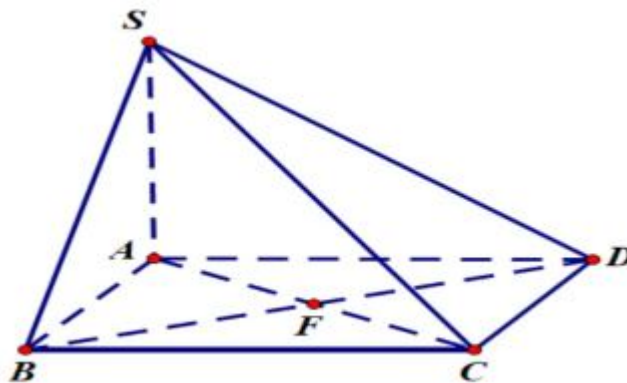
B. $x - y - 2z - 9 = 0$.

C. $x - y - 2z + 9 = 0$.

D. $x - y + 2z + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn C.



$$\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Gọi $F = AC \cap BD$.

Mặt phẳng (SAC) nhận $\overrightarrow{BD} = (2; -2; -4)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Mặt phẳng (SAC) đi qua trung điểm $F(3; 2; 5)$ của đoạn thẳng BD .

Phương trình mặt phẳng (SAC): $2(x-3) - 2(y-2) - 4(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - y - 2z + 9 = 0$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 2 - i$. Số phức $w = \overline{z_1 z_2} + z_2$ có phần thực bằng

A. 7.

B. 9.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } w = \overline{z_1 z_2} + z_2 = (2 + 3i)(2 + i) + (2 - i) = 3 + 7i$$

Suy ra w có phần thực bằng 3.

Câu 36. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm CD . Khoảng cách giữa AC và BM là

A. $\frac{a\sqrt{154}}{28}$.

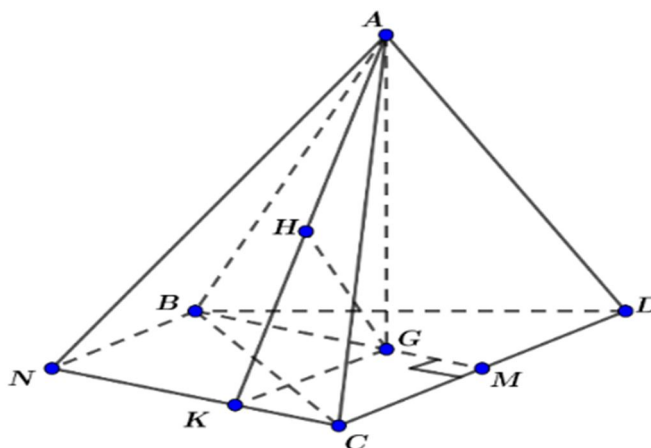
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi G là tâm tam giác đều $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$.

Trong mặt phẳng (BCD) , dựng hình hình bình hành $BMCN$ mà $BM \perp CM$ nên $BMCN$ là hình chữ nhật.

Ta có $BM \parallel (ACN) \Rightarrow d(BM, AC) = d(BM, (ACN)) = d(G, (ACN))$.

Kẻ $GK \perp NC$ ($K \in NC$) và $GH \perp AK$ ($H \in AK$) $\Rightarrow d(G, (ACN)) = GH$.

$$\text{Ta có } AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$GK = CM = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Vậy } GH = \frac{AG \cdot GK}{\sqrt{AG^2 + GK^2}} = \frac{a\sqrt{22}}{11} \text{ cm.}$$

Câu 37. Có 8 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh trong đó có Việt và Nam ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để hai bạn Việt và Nam ngồi cạnh nhau bằng.

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. $\frac{1}{28}$.

Lời giải

Chọn B.

Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh thành hàng ngang, không gian mẫu có số phần tử là $8!$

Gọi A là biến cố “hai bạn Việt và Nam ngồi cạnh nhau”.

Ta gộp hai bạn Việt và Nam thành một nhóm, khi đó:

+ Hoán vị 7 phần tử gồm 6 học sinh còn lại và nhóm hai bạn Việt và Nam có $7!$ cách.

+ Hoán vị 2 hai bạn Việt và Nam cho nhau có $2!$ cách.

Như vậy số phần tử của biến cố A là $7! \cdot 2!$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{7! \cdot 2!}{8!} = \frac{1}{4}.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua $A(2; -3; -1)$ song song (α) và mặt phẳng (Oyz) là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 3 = 0$ có VTPT $\vec{n}_1(2; -1; 2)$.

Mặt phẳng (Oyz) có phương VTPT $\vec{n}_2(1; 0; 0)$.

Gọi $\vec{u}$ là VTCP của d suy ra $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (0; 2; 1)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(2; -3; -1)$ có VTCP $\vec{u} = (0; 2; 1)$ nên PTTS của d là

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \right] (16 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. 17.

B. 18.

C. 16.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện $x > -21$.

$$\left[\log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \right] (16 - 2^{x-1}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \geq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) - \log_3(x + 21) \leq 0 \\ 16 - 2^{x-1} \leq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) \geq \log_3(x + 21) \\ 16 \geq 2^{x-1} \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3(x^2 + 1) \leq \log_3(x + 21) \\ 16 \leq 2^{x-1} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ \begin{cases} (x^2 + 1) \geq (x + 21) \\ x \leq 5 \end{cases} \\ \begin{cases} (x^2 + 1) \leq (x + 21) \\ x \geq 5 \end{cases} \end{cases}$$

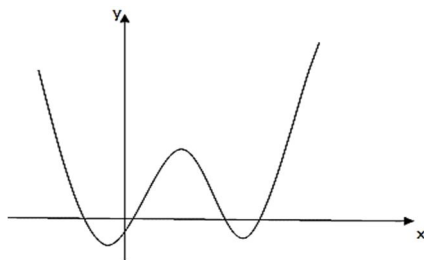
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 \\ \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -4 \\ x \leq 5 \end{cases} \\ \begin{cases} -4 \leq x \leq 5 \\ x \geq 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -21 (1) \\ \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq -4 (2) \\ x \leq 5 \end{cases} \\ \begin{cases} -4 \leq x \leq 5 (3) \\ x \geq 5 \end{cases} \end{cases}$$

Từ (1), (2) ta có $\begin{cases} x = 5 \\ -21 < x \leq -4 \end{cases}$. Do đó số giá trị x nguyên thỏa mãn là $(-4 + 21) + 1 = 18$.

Từ (1), (3) ta có $x = 5$.

Vậy có 18 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 40. Biết rằng $f(x)$ là đa thức bậc 4 và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng như hình vẽ sau



Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$ và trục Ox là

A. 4.

B. 6.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn D.

Do $f(x)$ là đa thức bậc 4 và đồ thị hàm số $y = f(x)$ có dạng như hình vẽ nên nó có 4 nghiệm phân biệt, do đó nó có dạng $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$, $a \neq 0$, $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$ và trục Ox là

$$[f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x) = 0 \Rightarrow \left[\frac{f'(x)}{f(x)} \right]' = 0 \Rightarrow \left[\frac{1}{x-x_1} + \frac{1}{x-x_2} + \frac{1}{x-x_3} + \frac{1}{x-x_4} \right]' = 0$$

$$-\frac{1}{(x-x_1)^2} - \frac{1}{(x-x_2)^2} - \frac{1}{(x-x_3)^2} - \frac{1}{(x-x_4)^2} = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = [f'(x)]^2 - f''(x) \cdot f(x)$ và trục Ox là 0

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -\frac{121}{225}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. $\frac{242}{225}$.

B. $\frac{208}{225}$.

C. $\frac{121}{225}$.

D. $\frac{149}{225}$.

Lời giải

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'(x) = \cos x \cdot \cos^2 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

$$= \frac{1}{2} \int \cos x dx + \frac{1}{4} \int (\cos 5x + \cos 3x) dx = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x + C.$$

Suy ra $f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x + C, \forall x \in \mathbb{R}$. Mà $f(0) = 0 \Rightarrow C = 0$.

Do đó $f(x) = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó:

$$F(\pi) - F(0) = \int_0^\pi f(x) dx = \int_0^\pi \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{20} \sin 5x + \frac{1}{12} \sin 3x \right) dx$$

$$= \left(-\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{100} \cos 5x - \frac{1}{36} \cos 3x \right) \Big|_0^\pi = \frac{242}{225}$$

$$\Rightarrow F(\pi) = F(0) + \frac{242}{225} = -\frac{121}{225} + \frac{242}{225} = \frac{121}{225}$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = a$ và $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60° .

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{15}$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{6}$

C. $V = \frac{4a^3 \sqrt{15}}{15}$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C.



Kẻ $AE \perp BD$

$$((SBD), (ABCD)) = \angle SEA = 60^\circ$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A

Xét $\triangle SAE$ vuông tại A

$$SA = AE \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{5}}{5} \cdot \sqrt{3} = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$$

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{15}}{5} \cdot 2a^2 = \frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$$

Câu 43. Cho phương trình $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức, trong đó c, d là các số nguyên dương, nguyên tố cùng nhau. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn của hai nghiệm đó trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều, tính $P = c + 2d$.

A. $P = 18$.

B. $P = 10$.

C. $P = 14$

D. $P = 22$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $x^2 - 4x + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm phức $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - \frac{c}{d} < 0$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức $x_1 = 2 + \sqrt{|\Delta'|}i$; $x_2 = 2 - \sqrt{|\Delta'|}i$.

Gọi A, B lần lượt là hai điểm biểu diễn của x_1 ; x_2 trên mặt phẳng Oxy ta có:

$$A(2; \sqrt{|\Delta'|}); B(2; -\sqrt{|\Delta'|}).$$

$$\text{Ta có: } AB = 2\sqrt{|\Delta'|}; OA = OB = \sqrt{4 + |\Delta'|}.$$

$$\text{Tam giác OAB đều khi và chỉ khi } AB = OA = OB \Leftrightarrow 2\sqrt{|\Delta'|} = \sqrt{4 + |\Delta'|} \Leftrightarrow 4|\Delta'| = 4 + |\Delta'|$$

$$\Leftrightarrow |\Delta'| = \frac{4}{3}. \text{ Vì } \Delta' < 0 \text{ nên } \Delta' = -\frac{4}{3} \text{ hay } 4 - \frac{c}{d} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{d} = \frac{16}{3} \text{ mà c, d là các số nguyên dương, nguyên tố cùng nhau nên ta có } c = 16; d = 3.$$

$$\text{Vậy: } P = c + 2d = 22.$$

Câu 44. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng

$$d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}; d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1} \text{ và mặt phẳng } (P): x + 2y + 3z - 5 = 0.$$

Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1; 3-2t_1; -2+t_1)$, $B(5-3t_2; -1+2t_2; 2+t_2)$.

$$\overrightarrow{AB} = (2-3t_2+t_1; -4+2t_2+2t_1; 4+t_2-t_1).$$

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (1; 2; 3)$.

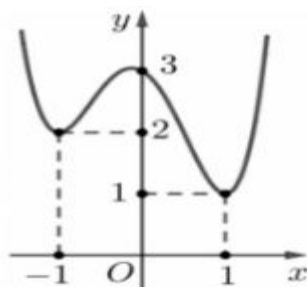
$$\text{Do } \overrightarrow{AB} \text{ và } \vec{n} \text{ cùng phương nên } \frac{2-3t_2+t_1}{1} = \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \frac{4+t_2-t_1}{3}.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2-3t_2+t_1}{1} = \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \frac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \frac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases}. \text{ Do đó } A(1; -1; 0), B(2; -1; 3).$$

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; -1; 0)$ và có vector chỉ phương $\vec{n} = (1; 2; 3)$ là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ bậc bốn có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-10; 10]$ để hàm số

$$g(x) = \frac{1}{3}f^3(x) + \frac{1}{2}m \cdot f^2(x) + 3f(x) - 1 \text{ nghịch biến trên khoảng } (0; 1)?$$

A. 16.

B. 15.

C. 14.

D. 13.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $g'(x) = f^2(x) \cdot f'(x) + mf(x)f'(x) + 3f'(x) \leq 0, \forall x \in (0; 1)$

$$\Leftrightarrow f'(x)[f^2(x) + mf(x) + 3] \leq 0, \forall x \in (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow f^2(x) + mf(x) + 3 \geq 0, \forall x \in [0; 1]$$

Đặt $t = f(x) \in [1; 3], \forall x \in [0; 1]$. Cần tìm điều kiện để

$$t^2 + mt + 3 \geq 0, \forall t \in [1; 3] \Leftrightarrow m \geq g(t) = -t - \frac{3}{t}, \forall t \in [1; 3] \Leftrightarrow m \geq \max_{[1; 3]} g(t) = g(\sqrt{3}) = -2\sqrt{3}$$

Vậy $m \in \{-3, \dots, 10\} \Rightarrow$ có 14 giá trị nguyên thỏa mãn.

- Câu 46.** Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2, |2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Đề ý $z_1 + 2z_2 = (z_1 - 2i) + 2(z_2 + i); 2z_1 - 3z_2 - 7i = 2(z_1 - 2i) - 3(z_2 + i)$.

$$\text{Gọi } A(z_1 - 2i), B(z_2 + i) \Rightarrow \begin{cases} |z_1 + 2z_2| = 2 \\ |2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB})^2 = 4 \\ (2\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{OB})^2 = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OA}^2 + 4\overrightarrow{OB}^2 + 4\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4 \\ 4\overrightarrow{OA}^2 + 9\overrightarrow{OB}^2 - 12\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 16 \end{cases}$$

$$\text{Lấy } 3 \times (1) + (2) \Rightarrow 7\overrightarrow{OA}^2 + 21\overrightarrow{OB}^2 = 12 + 16 = 28 \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}^2 + 3\overrightarrow{OB}^2 = 4.$$

$$\text{Vì vậy } P = OA + OB = 1.OA + \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}OB \leq \sqrt{\left(1 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)(\overrightarrow{OA}^2 + 3\overrightarrow{OB}^2)} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

- Câu 47.** Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$; với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{32}{3}$. B. $\frac{71}{9}$. C. $\frac{71}{6}$. D. $\frac{64}{9}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + 3$ và $g'(x) = 3mx^2 + 2nx - 1$.

$h(x) = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3 khi

$h'(x) = f'(x) - g'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là $-1, 2$ và 3

$$\Leftrightarrow f'(x) - g'(x) = t(x+1)(x-2)(x-3) (t = 4a) (*)$$

Xét hệ số tự do trong 2 vế của (*) ta được $4 = 6a \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ là

$$S = \int_{-1}^3 \left| \frac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3) \right| dx = \frac{71}{9}$$

- Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2} = 4^{x+y}$

- A. Vô số. B. 5. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C.

$$3^{x^2+y^2} = 4^{x+y} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \log_3 4^{x+y}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = (x+y)\log_3 4 \Leftrightarrow y^2 - y\log_3 4 + x^2 - x\log_3 4 = 0$$

Ta xem phương trình (*) là phương trình ẩn y , tham số x .

$$\text{Phương trình (*) có nghiệm thực } y \Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow (-\log_3 4)^2 - 4(x^2 - x \log_3 4) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1-\sqrt{2})\log_3 4}{2} \leq x \leq \frac{(1+\sqrt{2})\log_3 4}{2}, (*).$$

Do đó có hai số nguyên $x = 0$ và $x = 1$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 49. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (S) sao cho tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\angle AMB = 90^\circ$?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Gọi K là tâm mặt cầu và I là trung điểm AB

Ta có tam giác AMB vuông tại M và I là trung điểm AB suy ra $MI = \frac{1}{2}AB = OI$ (O là gốc tọa độ)

$$OI^2 = MI^2 \Leftrightarrow OI^2 = KI^2 - MK^2 \Leftrightarrow KI^2 - OI^2 = MK^2$$

$$\Leftrightarrow x_I^2 - 2^2 + y_I^2 - 3^2 + z_I^2 - 1^2 - x_I^2 + y_I^2 + z_I^2 = 1 \Leftrightarrow 6x_I + 4y_I + 2z_I = 13 \Leftrightarrow 6x_I + 4y_I = 13 \text{ (do } z_I = 0)$$

$$\Leftrightarrow 3x_A + 2y_B = 13 \Leftrightarrow 3a + 2b = 13$$

Mà a, b nguyên dương suy ra chỉ có hai cặp thỏa $(1; 5), (3; 2)$. Ứng với mỗi cặp điểm $(a; b)$ thì có duy nhất một điểm M thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 12x^3 + 30x^2 + (3-m)x$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 27

B. 25

C. 26

D. 28

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } f'(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 - m$$

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 7 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x)$ có đúng 3 điểm cực trị dương phân biệt, hay phương trình $f'(x) = 0$ có ba nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Khi đó } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 - m = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3 = m \text{ (1).}$$

Yêu cầu bài toán là phương trình (1) có ba nghiệm dương phân biệt.

$$\text{Xét hàm số } h(x) = 4x^3 - 36x^2 + 60x + 3$$

$$h'(x) = 12x^2 - 72x + 60 \text{ suy ra } h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = h(x)$

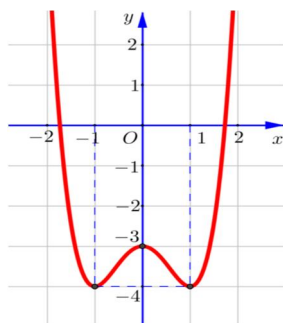
x	$-\infty$	0	1	5	$+\infty$	
$h'(x)$		+	0	-	0	+
$h(x)$	$-\infty$	3	31	-97	$+\infty$	

The graph illustrates the function $h(x)$ with its critical points and intervals of monotonicity. The function has a local maximum at $x=1$ with a value of 31, and a local minimum at $x=5$ with a value of -97. A horizontal red line $y=m$ is shown below the local maximum. The function is increasing on $(-\infty, 1)$ and $(5, +\infty)$, and decreasing on $(1, 5)$. A vertical dashed line is drawn at $x=0$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có ba nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $3 < m < 31$, vậy có 27 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----

- Câu 1.** Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là
A. $-5 + 5i$. **B.** $-5i$. **C.** $5 - 5i$. **D.** $-1 + i$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z - 3 = 0$ có tâm và bán kính là
A. $I(2; -1; 1), R = 3$. **B.** $I(-2; 1; -1), R = 9$.
C. $I(2; -1; 1), R = 9$. **D.** $I(-2; 1; -1), R = 3$.
- Câu 3.** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



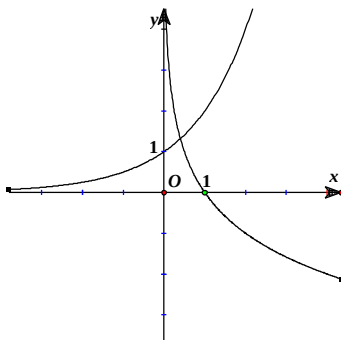
- A.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^4 - 3x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.
- Câu 4.** Thể tích V của khối trụ có diện tích đáy bằng $2a^2$ và chiều cao bằng $2a$ là
A. $V = \frac{4a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{4a^2}{3}$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.
- Câu 5.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
A. $\int (e^x + x)dx = e^x - \frac{x^2}{2} + C$. **B.** $\int (e^x + x)dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int (e^x + x)dx = e^x + \frac{x^2}{2} + C$. **D.** $\int (e^x + x)dx = e^x + x^2 + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	2
			$-\infty$		

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
B. Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = 2$.
C. Tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $x = 1$.
D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
- Câu 7.** Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$ là
A. $S = (-3; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; 3)$. **C.** $S = (-\infty; -3)$. **D.** $S = (3; +\infty)$.

- Câu 8.** Thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 3, 4, 5 là
A. $V = 20$. **B.** $V = 60$. **C.** $V = 15$. **D.** $V = 30$.
- Câu 9.** Tập xác định D của hàm số $\ln(x^2 - 2x + 1)$ là
A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = (1; +\infty)$. **C.** $D = \emptyset$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- Câu 10.** Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng
A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -2.
- Câu 11.** Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?
A. 3. **B.** 12. **C.** -6. **D.** 6.
- Câu 12.** Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = (1+i)^2 - (3+3i)$ bằng
A. 4. **B.** -4. **C.** $-3-i$. **D.** $\sqrt{10}$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n} = (1; 2; 3)$ làm vector pháp tuyến?
A. $x - 2y + 3z + 1 = 0$. **B.** $2x + 4y + 6z + 1 = 0$.
C. $2z - 4z + 6 = 0$. **D.** $x + 2y - 3z - 1 = 0$.
- Câu 14.** Cho $\int_1^5 f(x)dx = 6$ và $\int_1^5 g(x)dx = 8$. Giá trị của $\int_1^5 [4f(x) - g(x)]dx$ bằng
A. 10. **B.** 16. **C.** 14. **D.** 12.
- Câu 15.** Điểm $M(0; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?
A. $z = (1-i)^2$. **B.** $z = (1-i)(1+i)$. **C.** $z = (1+i)^2$. **D.** $z = \frac{1+i}{1-i}$.
- Câu 16.** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+3}$ là
A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 3$.
- Câu 17.** Biết $a = \log_2 5$, $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_6 5$ theo a, b ta được
A. $\log_6 5 = a + b$. **B.** $\log_6 5 = \frac{1}{a+b}$. **C.** $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$. **D.** $\log_6 5 = a^2 + b^2$.
- Câu 18.** Hình vẽ bên dưới biểu diễn đồ thị hai hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?



- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases}$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của d ?
A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-1}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 20. Cho tập A có 8 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của A là bao nhiêu?

A. 28.

B. 8.

C. 56.

D. 70.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp là

A. $V = \frac{a^2}{4}$.

B. $V = \frac{3a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$ là

A. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

B. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}$.

C. $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

D. $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$				5				$+\infty$

$\swarrow$ (from $+\infty$ to -2) $\searrow$ (from -2 to 0) $\swarrow$ (from 0 to 1) $\searrow$ (from 1 to $+\infty$)
 -1 (at $x = -2$) 1 (at $x = 1$)

A. $(-1; 5)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(5; +\infty)$.

Câu 24. Diện tích S của mặt cầu có bán kính bằng $2a$ là

A. $S = 16\pi a^2$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = \frac{32}{3}\pi a^3$.

D. $S = \frac{16}{3}\pi a^2$.

Câu 25. Nếu $\int_0^6 f(x)dx = 12$ thì $\int_0^2 f(3x)dx$ bằng

A. 36.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Câu 26. Tổng vô hạn $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 27. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$ là

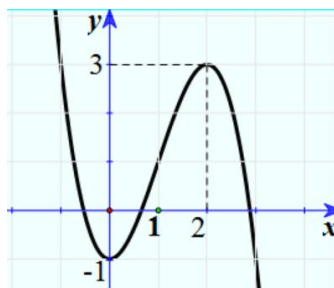
A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

B. $\int f(x)dx = 6\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

D. $\int f(x)dx = 3\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) + C$.

Câu 28. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Điểm cực tiểu của thị hàm số là



A. $y = -1$.

B. $(3; -1)$.

C. $x = 0$.

D. $(0; -1)$.

- Câu 29.** Giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x - \frac{4}{3}$ trên $[-1;1]$ là
- A. $M = -1$. B. $M = -\frac{11}{3}$. C. $M = 1$. D. $M = -\frac{4}{3}$.
- Câu 30.** Cho bốn hàm số $y = 3^x$; $y = \frac{3^x - 2^x}{2^x}$; $y = \frac{1}{4^x}$; $y = \log_{0.4} x$. Hỏi có bao nhiêu hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó?
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.
- Câu 31.** Tập nghiệm của bất phương trình: $(3^x + 2)(4^{x+1} - 8^{2x+1}) \leq 0$ là
- A. $\left[-\frac{1}{4}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$. C. $(-\infty; 4]$. D. $[4; +\infty)$.
- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SB vuông góc (ABC) . Góc giữa SC với (ABC) là góc giữa
- A. SC và AC . B. SC và AB . C. SC và BC . D. SC và SB .
- Câu 33.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;2]$ và $f(0) - f(2) = 2$. Giá trị của $\int_0^2 f'(x)dx$ bằng
- A. 2. B. -2. C. $\frac{1}{2}$. D. 4.
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm $A(0;1;2)$, $B(1;3;4)$ là
- A. $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1+t; t \in \mathbb{R} \\ z = 2+2t \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 3+2t; t \in \mathbb{R} \\ z = 4+2t \end{cases}$.
- C. $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1+3t; t \in \mathbb{R} \\ z = 2+4t \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 3+2t; t \in \mathbb{R} \\ z = 4+2t \end{cases}$.
- Câu 35.** Tìm các số thực x và y thỏa mãn $(3x-2) + (2y+1)i = (x+1) - (y-5)i$, với i là đơn vị ảo.
- A. $x = \frac{3}{2}, y = -2$. B. $x = -\frac{3}{2}, y = -\frac{4}{3}$. C. $x = 1, y = \frac{4}{3}$. D. $x = \frac{3}{2}, y = \frac{4}{3}$.
- Câu 36.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $6a^3\sqrt{3}$. C. $12a^3$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 37.** Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A . Xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước bằng
- A. $\frac{1}{72}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $\frac{5}{36}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): -x + y + z = 0$. Đường thẳng qua M và vuông góc mặt phẳng (P) có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -1+t \\ z = -1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = 1-t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = -1+t \\ z = 1+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 1+t \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 39. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-2019; 2019]$ để đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt?

- A. 2019. B. 2020. C. 2022. D. 2021.

Câu 40. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 6$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của tập S bằng

- A. 10. B. 0. C. 16. D. 8.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$,

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng đi qua A vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-4}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		$\nearrow$	-1	$\searrow$	-5	$\nearrow$ $+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$, với $a, b \in \mathbb{R}$.

Giá trị của $2a + b$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. 0. C. 5. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh $BA' = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{2a}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a}{3}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60° . Gọi H là trung điểm của đoạn AB . Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{64}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{32}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 0; 0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{4}{9}\right)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Gọi $N(a; b; c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Khi đó $a + b + c$ có giá trị bằng

A. -2.

B. 2.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ có hai nghiệm phân biệt **không** lớn hơn 5?

A. 29.

B. 27.

C. 28.

D. 26.

Câu 48. Cho M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|z_1|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|$, $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP bằng

A. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$.

D. $\frac{5\sqrt{11}}{13}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$, $(d_2): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

$(d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Gọi $S(I, R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với cả ba đường thẳng đó.

Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau

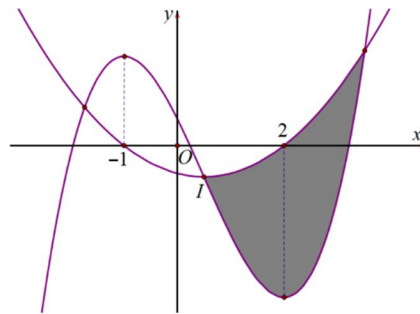
A. 2,3.

B. 2,2.

C. 2,4.

D. 2,1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $18x_1x_2x_3 = -55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

A. 5,9.

B. 6,3.

C. 6,1.

D. 5,7.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	C	C	D	C	B	D	C	B	B	B	B	C	C	C	B	B	C	C	B	D	A	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	A	A	A	C	B	B	D	C	C	D	D	B	D	D	C	C	A	A	C	B	D	D

HƯỚNG DẪN CÂU VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 40: Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức thỏa mãn $|z - m| = 6$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo. Tính tổng của các phần tử của tập S .

A. 10.

B. 0.

C. 16.

D. 8.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $z = x + iy$ với $x, y \in \mathbb{R}$ ta có $\frac{z}{z-4} = \frac{x+iy}{x-4+iy} = \frac{(x+iy)(x-4-iy)}{(x-4)^2+y^2} = \frac{x(x-4)+y^2-4iy}{(x-4)^2+y^2}$

là số thuần ảo khi $x(x-4)+y^2=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+y^2=4$

Mà $|z-m|=6 \Leftrightarrow (x-m)^2+y^2=36$

Ta được hệ phương trình

$$\begin{cases} (x-m)^2+y^2=36 \\ (x-2)^2+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (4-2m)x=36-m^2 \\ y^2=4-(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{36-m^2}{4-2m} \\ y^2=4-\left(\frac{36-m^2}{4-2m}-2\right)^2 \end{cases}$$

$$4-\left(\frac{36-m^2}{4-2m}-2\right)^2=0 \Leftrightarrow 2=\frac{36-m^2}{4-2m}-2 \text{ hoặc } -2=\frac{36-m^2}{4-2m}-2$$

$$\Leftrightarrow m=10 \text{ hoặc } m=-2 \text{ hoặc } m=\pm 6$$

Khi $m=10$; $m=-2$ thì hệ có nghiệm là $x=4$; $y=0 \Rightarrow z=4$. Lúc này $\frac{z}{z-4}$ không xác định.

Do đó, hai giá trị $m=10$; $m=-2$ bị loại.

Vậy tổng là $6-6=0$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$						

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0; -1), B(4; -5)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = -\frac{3}{4} \\ c = 0 \\ d = -1 \end{cases} \text{ . Trong các số } a, b, c, d \text{ có 1 số dương.}$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = ax^2 + \frac{b}{x^3}$, $f'(1) = 3$, $f(1) = 2$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12}$. Khi đó $2a + b$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. 5.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'(1) = 3 \Rightarrow a + b = 3$ (1).

Hàm số có đạo hàm liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$, các điểm $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$ đều thuộc $(0; +\infty)$ nên

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(ax^2 + \frac{b}{x^3} \right) dx = \frac{ax^3}{3} - \frac{b}{2x^2} + C.$$

$$+ f(1) = 2 \Rightarrow \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + C = 2 \quad (2).$$

$$+ f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{a}{24} - 2b + C = -\frac{1}{12} \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2) và (3) ta được hệ phương trình } \begin{cases} a + b = 3 \\ \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + C = 2 \\ \frac{a}{24} - 2b + C = -\frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ C = \frac{11}{6} \end{cases} \Rightarrow$$

$$2a + b = 2 \cdot 2 + 1 = 5.$$

Xét $f(a) = \frac{2a^3 + a^2 + 1}{3a + 1}$, $a \in [1; 2]$, có

$$f'(a) = \frac{12a^3 + 9a^2 + 2a - 3}{(3a + 1)^2} \geq \frac{12a^3 + 2a + 6}{(3a + 1)^2} > 0, \forall a \in [1; 2].$$

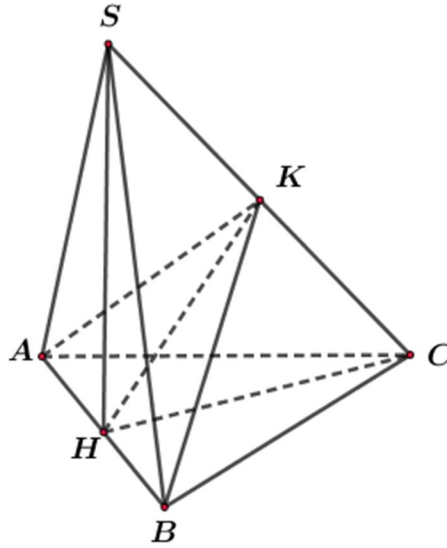
Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60° . Gọi H là trung điểm của đoạn AB . Thể tích khối chóp $S.AHC$

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{64}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{32}$.



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$

Ta có

$$\begin{cases} (ABC) \perp (SAB) \\ (ABC) \cap (SAB) = AB \Rightarrow SH \perp (ABC) \\ SH \perp AB \end{cases}$$

Gọi K là hình chiếu của H lên $SC \Rightarrow HK \perp SC$ (1).

$$\text{Khi đó } \begin{cases} AB \perp SH \\ AB \perp HC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHC) \Rightarrow AB \perp SC \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (ABK) \Rightarrow SC \perp AK; SC \perp BK$ (3)

Mà $(SCA) \cap (SCB) = SC$ (4)

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } ((SCA); (SCB)) = (AK, BK) = \begin{bmatrix} \widehat{AKB} \\ 180^\circ - \widehat{AKB} \end{bmatrix}.$$

TH1: $\widehat{AKB} = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABK$ là tam giác đều $\Rightarrow BK = BC = a$ vô lý vì $KC \perp BK$

TH2: $180^\circ - \widehat{AKB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AKB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{HKB} = 60^\circ \Rightarrow HK = HB : \tan 60^\circ = \frac{a}{2\sqrt{3}}.$

$$\text{Mà } \frac{1}{KH^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HC^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{6}}{8}$$

$$V_{S.AHC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle AHC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{8} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^3\sqrt{2}}{64}.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{8} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{32}.$$

$$V_{S.AHC} = V_{B.SHC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{64}.$$

Câu 46: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9};\frac{4}{9};\frac{4}{9}\right)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}. N(a;b;c) \text{ là điểm thuộc đường thẳng } d \text{ sao cho diện tích tam giác } IMN \text{ nhỏ nhất.}$$

Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng

- A. -2 . B. 2 . C. $\frac{5}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có diện tích tam giác IMN bằng $S_{\triangle IMN} = \frac{1}{2} \cdot \left| \left[\overrightarrow{IM}; \overrightarrow{IN} \right] \right|$

Vì $N \in d \Rightarrow N(2;t;1+t)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IM} = \left(-\frac{2}{9}; \frac{4}{9}; \frac{4}{9} \right); \overrightarrow{IN} = (1;t;1+t) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IM}; \overrightarrow{IN} \right] = \left(\frac{4}{9}; \frac{2}{3} + \frac{2}{9}t; -\frac{4}{9} - \frac{2}{9}t \right)$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle IMN} = \frac{1}{2} \cdot \left| \left[\overrightarrow{IM}; \overrightarrow{IN} \right] \right| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8}{81}t^2 + \frac{40}{81}t + \frac{68}{81}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8}{81} \left[\left(t + \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{2}{9} \right]} \geq \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

Suy ra diện tích tam giác IMN nhỏ nhất bằng $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ khi $t = -\frac{5}{2} \Rightarrow N\left(2; -\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Vậy $a+b+c = -2$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ có hai nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

- A. 29. B. 27. C. 28. D. 26.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $mx + 1 > 0$

Ta thấy phương trình luôn có nghiệm $x = 0$ với mọi m

Khi $x \neq 0$. Đặt $t = \ln(mx + 1) \Rightarrow mx + 1 = e^t$ (1)

$$\text{Ta có } m(e^x - 1)t = (e^x - 1)^2 \Leftrightarrow mt = e^x - 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có

$$\begin{cases} mx = e^t - 1 \\ mt = e^x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow mx + e^x = mt + e^t \Leftrightarrow x = t \Leftrightarrow x = \ln(mx + 1) \Leftrightarrow mx = e^x - 1 \Leftrightarrow m = \frac{e^x - 1}{x}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{e^x - 1}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{e^x(x - 1) + 1}{x^2}$$

$$\text{Xét } g(x) = (x - 1)e^x + 1 \Rightarrow g'(x) = xe^x$$

Với $x > 0$ thì $g'(x) > 0$. Do đó $g(x) > g(0) \Leftrightarrow g(x) > 0$

Với $x < 0$ thì $g'(x) < 0$. Do đó $g(x) > g(0) \Leftrightarrow g(x) > 0$

Vậy $f'(x) > 0, \forall x \neq 0$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		5	$+\infty$
$f'(x)$		+			+	
$f(x)$			1		$\frac{e^5 - 1}{5}$	$+\infty$

Để phương trình $m(e^x - 1) \cdot \ln(mx + 1) + 2e^x = e^{2x} + 1$ có hai nghiệm phân biệt không lớn hơn 5

thì $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ 1 < m \leq \frac{e^5 - 1}{5} \end{cases}$. Vậy có 28 số nguyên dương m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|z_1|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|, |z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP là:

A. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$.

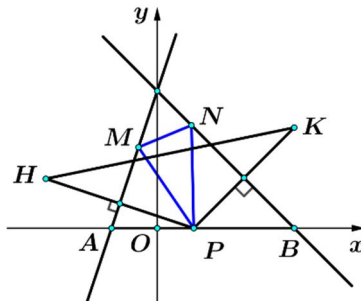
B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$.

D. $\frac{5\sqrt{11}}{13}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi $M(z_1)$ là điểm biểu số phức $z_1 = x_1 + y_1i; x_1, y_1 \in \mathbb{R}$

Ta có: $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|z_1| \Leftrightarrow |(5x_1 + 9) + (5y_1 - 3)i| = |5x_1 - 5y_1i| \Leftrightarrow 3x_1 - y_1 + 3 = 0$

$\Rightarrow M$ nằm trên đường thẳng $d_1: 3x - y + 3 = 0$

Gọi $N(z_2)$ là điểm biểu số phức $z_2 = x_2 + y_2i; x_2, y_2 \in \mathbb{R}$

Ta có: $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i| \Leftrightarrow |(x_2 - 2) + y_2i| = |(x_2 - 3) + (y_2 - 1)i| \Leftrightarrow x_2 + y_2 - 3 = 0$

$\Rightarrow N$ nằm trên đường thẳng $d_2: x + y - 3 = 0$

Gọi $P(z_3)$ là điểm biểu số phức $z_3, A(-1; 0), B(3; 0) \Rightarrow AB = 4$

Ta có: $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4 \Leftrightarrow PA + PB = 4 \Rightarrow P \in AB$ và ba điểm A, P, B thẳng hàng

Mặt khác gọi H, K lần lượt là các điểm đối xứng của P qua d_1 và d_2 thì

Nửa chu vi tam giác MNP là: $p = \frac{1}{2}(MN + PM + PN) = \frac{1}{2}(MN + MH + NK) \geq \frac{1}{2}HK$

Gọi $P(a;0)$ thì $H\left(\frac{-4a-9}{5};\frac{3a+3}{5}\right), K(3;3-a)$

$$\text{Ta có } HK^2 = \frac{16}{25}(a^2 + 45) = \frac{16}{25}a^2 + \frac{144}{5} \geq \frac{144}{5} \Leftrightarrow HK \geq \frac{12}{\sqrt{5}}$$

Khi đó $p \geq \frac{6\sqrt{5}}{5}$. Vậy $p_{\min} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 49: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=1-2t \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t \\ z=2+2t \end{cases}$

$(d_3): \begin{cases} x=4+2t \\ y=4-2t \\ z=1+t \end{cases}$. $S(I, R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với cả ba đường thẳng đó. Giá

trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,3.

B. 2,2.

C. 2,4.

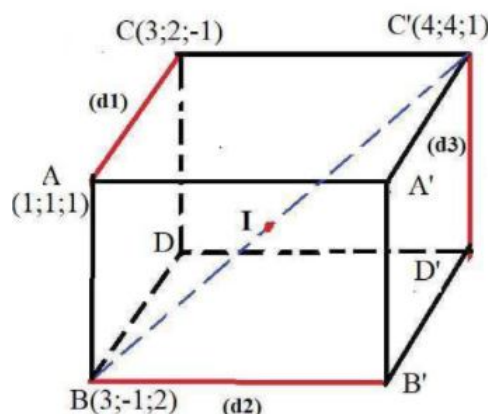
D. 2,1

Lời giải

Chọn D.

Dễ thấy $(d_1); (d_2); (d_3)$ đôi một vuông góc nhau và $d(d_1, d_2) = d(d_1, d_3) = d(d_2, d_3) = 3$.

Dựng hình lập phương $ABDC.A'B'D'C'$ sao cho $(d_1) \equiv AC; (d_2) \equiv BB'; (d_3) \equiv C'D'$ và $AB = 3$.



Ta có

$$\begin{cases} d^2(I, d_1) = d^2(I, (ACC'A')) + d^2(I, (ABDC)) \\ d^2(I, d_2) = d^2(I, (A'B'D'C')) + d^2(I, (CDD'C')) \\ d^2(I, d_3) = d^2(I, (ABB'A')) + d^2(I, (BDD'B')) \end{cases}$$

$$R^2 = d^2(I, d_1) = d^2(I, d_2) = d^2(I, d_3) = \frac{d^2(I, d_1) + d^2(I, d_2) + d^2(I, d_3)}{3}$$

$$\Leftrightarrow R^2 = \frac{1}{3} \left[d^2(I, (ACC'A')) + d^2(I, (ABDC)) + d^2(I, (A'B'D'C')) + d^2(I, (CDD'C')) + d^2(I, (ABB'A')) + d^2(I, (BDD'B')) \right]$$

Ta có:

$$d^2(I, (ABDC)) + d^2(I, (A'B'D'C')) \geq \frac{(d(I, (ABDC)) + d(I, (A'B'D'C')))^2}{2}$$

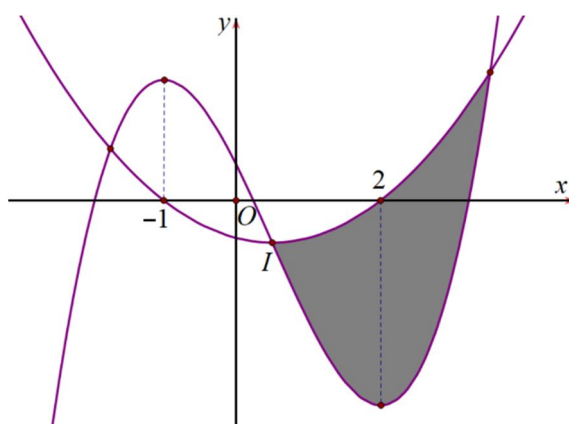
$$\Leftrightarrow d^2(I, (ABDC)) + d^2(I, (A'B'D'C')) \geq \frac{d^2((ABDC), (A'B'D'C'))}{2} = \frac{9}{2}$$

Tương tự cho các mặt phẳng đối còn lại. Và cộng lại tất cả ta được:

$R^2 \geq \frac{9}{2} \Rightarrow R \geq \frac{3\sqrt{2}}{2}$ suy ra $R_{\min} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi I là tâm hình lập phương.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$.

Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $18x_1x_2x_3 = -55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

A. 5,9.

B. 6,3.

C. 6,1.

D. 5,7.

Lời giải

Chọn D.

Do parabol cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x = -1, x = 2$ nên parabol có dạng $f(x) = m(x+1)(x-2) \Rightarrow f(x) = m(x^2 - x - 2)$

Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ nên $f(\frac{1}{2}) = -\frac{7}{12} \Leftrightarrow m(\frac{1}{2}+1)(\frac{1}{2}-2) = -\frac{7}{12} \Rightarrow m = \frac{7}{27}$.

$f(x) = \frac{7}{27}(x^2 - x - 2)$. Hàm số $g(x)$ đạt cực trị tại $x = -1, x = 2$ nên

$$g'(x) = a(x+1)(x-2) \Rightarrow g(x) = a\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right) + b$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ đi qua I nên $g(\frac{1}{2}) = -\frac{7}{12} \Leftrightarrow -\frac{7}{12} = -\frac{13}{12}a + b \Leftrightarrow -13a + 12b = -7$ (1).

Phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow a\left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x\right) + b = \frac{7}{27}(x+1)(x-2)$ Theo

$$\text{định lý Viet ta có: } 18x_1x_2x_3 = -55 \Leftrightarrow 18 \cdot \frac{-\left(b + \frac{14}{27}\right)}{\frac{a}{3}} = -55 \Rightarrow 18b + \frac{28}{3} = \frac{55a}{3} \text{ (2).}$$

Từ (1),(2) ta được $a=1, b=\frac{1}{2} \Rightarrow g(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x+\frac{1}{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm

$$\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x+\frac{1}{2}=\frac{7}{27}(x^2-x-2) \Leftrightarrow \left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x^2-\frac{16}{9}x-\frac{55}{9}\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=\frac{8+\sqrt{559}}{9} \\ x=\frac{8-\sqrt{559}}{9} \end{cases}$$

Từ đó suy ra diện tích miền tô đậm $S = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{8+\sqrt{559}}{9}} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{41}{54}x^2 - \frac{47}{27}x + \frac{55}{54} \right) dx \approx 5.7089$

xấp xỉ 5,7.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.C	4.C	5.C	6.D	7.C	8.B	9.D	10.C
11.B	12.B	13.B	14.B	15.C	16.C	17.C	18.B	19.B	20.C
21.C	22.B	23.D	24.A	25.B	26.B	27.C	28.D	29.A	30.A
31.A	32.C	33.B	34.B	35.D	36.C	37.C	38.D	39.D	40.B
41.D	42.D	43.C	44.C	45.A	46.A	47.C	48.B	49.D	50.D

Câu 1. Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

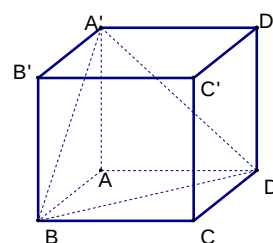
- A. A_{10}^8 . B. A_{10}^2 . C. C_{10}^2 . D. 10^2 .

Câu 3. Có 3 học sinh lớp A ; 5 học sinh lớp B ; 7 học sinh lớp C . Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh lập thành một đội. Xác suất để tất cả học sinh lớp A đều được chọn bằng

- A. $\frac{12}{91}$. B. $\frac{2}{91}$. C. $\frac{5}{13}$. D. $\frac{7}{13}$.

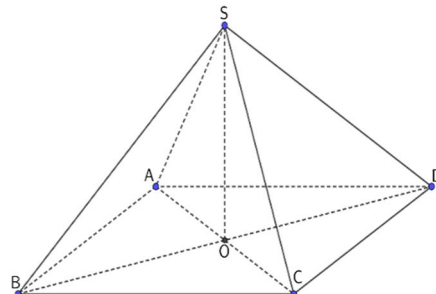
Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$. Giá trị của $\cos \alpha$ là

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.
C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , có $AB = a$, $SA = SC = a$, $SB = SD$ và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Câu 6. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x$. B. $P = x^{\frac{11}{6}}$. C. $P = x^{\frac{7}{6}}$. D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 7. Giá trị biểu thức $(3 + 2\sqrt{2})^{2022} \cdot (\sqrt{2} - 1)^{2023}$ bằng

- A. $(\sqrt{2} + 1)^{2022}$. B. $(\sqrt{2} - 1)^{2023}$. C. $(\sqrt{2} + 1)^{2021}$. D. $(\sqrt{2} + 1)^{2023}$.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$. B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$. D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

- Câu 9.** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là
- A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$. B. $y' = \frac{(2x+1)}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$. C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$. D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 3; -1)$ có phương trình chính tắc là
- A. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z+1}{-4}$. B. $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z-1}{-4}$. D. $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z+3}{-4}$.
- Câu 11.** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối trụ đó bằng
- A. 8π . B. 32π . C. 16π . D. $\frac{32\pi}{3}$.
- Câu 12.** Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là
- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 13.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là
- A. 7. B. 6. C. vô số. D. 8.
- Câu 14.** Số phức nghịch đảo của $z = 3 + 4i$ là
- A. $3 - 4i$. B. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$. C. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$. D. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.
- Câu 15.** Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\bar{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?
- A. $M(0; 1)$. B. $N(2; -1)$. C. $P(1; 3)$. D. $Q(1; 1)$.
- Câu 16.** Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = \bar{z}_1 + z_2 + 2z_1\bar{z}_2$ bằng
- A. $-54 + 26i$. B. $-54 - 26i$. C. $54 + 26i$. D. $54 - 26i$.
- Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Tính thể tích chóp $S.ABCD$ biết $SA = 2a$
- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. a^3 . D. $\frac{a^3}{3}$.
- Câu 18.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ là
- A. $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{7}{4}x^{\frac{7}{4}} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{4}} + C$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ và đường kính bằng 4 có phương trình là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.
- Câu 20.** Nếu $\int_2^5 f(x)dx = -4$ và $\int_2^5 g(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
- A. 7. B. 1. C. -1. D. -12.

Câu 21. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 2$ thì $\int_2^5 5f(x) dx$ bằng

- A. 10. B. 7. C. 25. D. 4.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 3 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x - \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = 3x + \sin x + C$.
C. $\int f(x) dx = 3x + \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;5)$, $B(4;0;4)$, $C(0;a;6)$ ($a \in \mathbb{R}$). Với giá trị nào của a thì A, B, C thẳng hàng?

- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = -1$. D. $a = -2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		$+\infty$	
	$-\infty$			-1		

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 26. Hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	
y						

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$. B. Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. D. Hàm số không có cực đại.

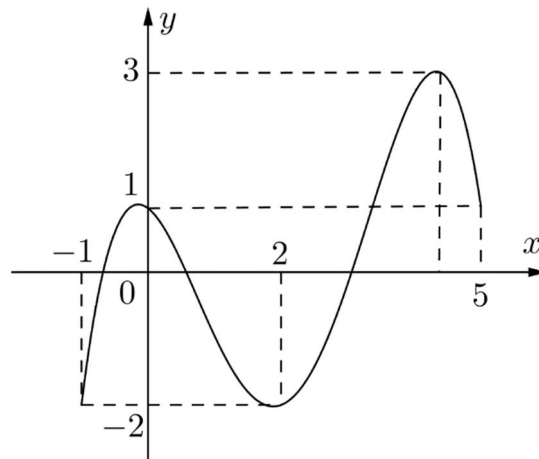
Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; 0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1; 2; 3)$. Phương trình của (P) là

- A. $x - 2y + 3z + 1 = 0$. B. $x + 2y + 3z - 5 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 1 = 0$. D. $x + 2y + 3z + 5 = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có hai điểm cực tiểu. B. Hàm số có 3 điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$. D. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng.



- A. -1. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 31. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ lần lượt có phương trình là

- A. $x = -1; y = -2$. B. $x = 1; y = -2$. C. $x = \frac{1}{2}; y = -1$. D. $x = -1; y = 2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: x = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{4}$ và $d_2: \frac{x-5}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $A(-1; -4; -5) \in d_1$. B. $B(9; -2; 1) \in d_2$. C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. $d_1 \cap d_2$.

Câu 33. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

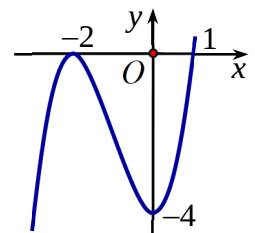
- A. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$; $B(2;1;0)$ và $C(1;2;3)$, phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $5x - y + 2z + 9 = 0$. B. $5x - y + 2z - 1 = 0$.
C. $5x - y + 2z - 9 = 0$. D. $5x - y + 2z + 1 = 0$.

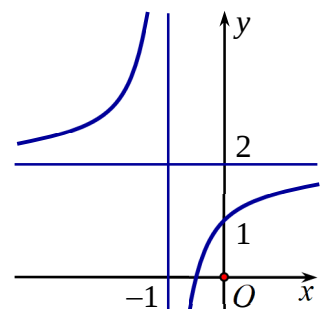
Câu 35. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.
D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.



Câu 36. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{x+3}{1-x}$.
B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.
D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.



- Câu 37.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $z+i=(1+i)^2$. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn hình học của z , biết M thuộc đường tròn có bán kính R . Tính bán kính R
- A. $R=\sqrt{3}$. B. $R=2$. C. $R=1$. D. $R=\sqrt{2}$.
- Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.
- | | | | | | | | |
|---------|-----------|-----|------|-----|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | | -1 | | 3 | | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | | 5 | | -3 | | $+\infty$ |
- Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?
- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.
- Câu 39.** Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\min_{[0;2]}|f(x)|+\max_{[0;2]}|f(x)|=8$
- A. 1. B. 0. C. Vô số. D. 2.
- Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:x=y=\frac{z}{2}$ và $d_2:\frac{x+1}{-2}=y=z-1$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} \Delta \cap d_2 \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$. Phương trình của Δ là
- A. $\Delta:x=\frac{y}{-1}=z$. B. $\Delta:\frac{x}{-1}=y=z$. C. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$. D. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$.
- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho
- A. $V_{\max}=\frac{130}{3}$. B. $V_{\max}=\frac{128}{3}$. C. $V_{\max}=\frac{125}{3}$. D. $V_{\max}=\frac{250}{3}$.
- Câu 42.** Nếu $\int_1^3 f(x)dx=2$ thì $\int_1^3 [f(x)+3x^2]dx$ bằng
- A. 30. B. 28. C. 25. D. 12.
- Câu 43.** Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(x)<0, \forall x>0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)=(2x+1)f^2(x), \forall x>0$ và $f(1)=-\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1)+f(2)+\dots+f(2022)$ bằng
- A. $-\frac{2022}{2023}$. B. $-\frac{2023}{2024}$. C. $-\frac{2019}{2020}$. D. $-\frac{2022}{2021}$.
- Câu 44.** Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z+\frac{1}{z}=1$. Giá trị của $P=z^{2020}+\frac{1}{z^{2020}}$ là
- A. $P=3$. B. $P=1$. C. $P=-1$. D. $P=2$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hai số phức z và w đồng thời thỏa mãn hai điều kiện: $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$. Giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$ là

A. $M = 3\sqrt{3}$. B. $M = 3$. C. $M = 3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 47. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Số phần tử của tập S bằng

A. 4. B. 3. C. 2. D. 6.

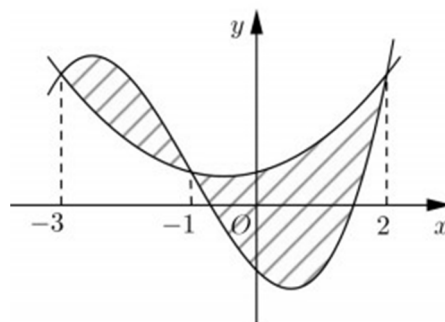
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$?

A. 9. B. 27. C. 80. D. 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$, điểm $A = (-3; 1; -6)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ A đến mặt phẳng (P) lần lượt là a và b . Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ bằng

A. $9 + \sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3} - 2$. C. 9. D. $9 - \sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng.



A. $\frac{253}{12}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{125}{48}$.

-----HẾT-----

Câu 1. Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Câu 3. Có 3 học sinh lớp A; 5 học sinh lớp B; 7 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh lập thành một đội. Xác suất để tất cả học sinh lớp A đều được chọn bằng

A. $\frac{12}{91}$.

B. $\frac{2}{91}$.

C. $\frac{5}{13}$.

D. $\frac{7}{13}$.

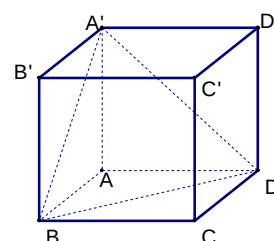
Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ). Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$. Giá trị của $\cos \alpha$ là

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.



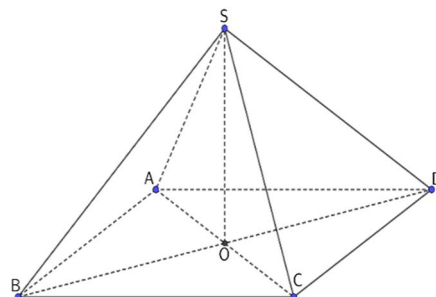
Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , có $AB = a$, $SA = SC = a$, $SB = SD$ và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Câu 6. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$.

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$.

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 7. Giá trị biểu thức $(3 + 2\sqrt{2})^{2022} \cdot (\sqrt{2} - 1)^{2023}$ bằng

A. $(\sqrt{2} + 1)^{2022}$.

B. $(\sqrt{2} - 1)^{2023}$.

C. $(\sqrt{2} + 1)^{2021}$.

D. $(\sqrt{2} + 1)^{2023}$.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$. **B.** $y' = \frac{(2x+1)}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$. **C.** $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$. **D.** $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 3; -1)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z+1}{-4}$. **B.** $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z-1}{-4}$. **D.** $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z+3}{-4}$.

Câu 11. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối trụ đó bằng

A. 8π . **B.** 32π . **C.** 16π . **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 12. Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 13. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

A. 7. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 8.

Câu 14. Số phức nghịch đảo của $z = 3 + 4i$ là

A. $3 - 4i$. **B.** $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$. **C.** $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$. **D.** $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

Câu 15. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\bar{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0; 1)$. **B.** $N(2; -1)$. **C.** $P(1; 3)$. **D.** $Q(1; 1)$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = \bar{z}_1 + z_2 + 2z_1\bar{z}_2$ bằng

A. $-54 + 26i$. **B.** $-54 - 26i$. **C.** $54 + 26i$. **D.** $54 - 26i$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Tính thể tích chóp $S.ABCD$ biết $SA = 2a$

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3 . **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{4}} + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{7}{4}x^{\frac{7}{4}} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{4}} + C$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ và đường kính bằng 4 có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Câu 20. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = -4$ và $\int_2^5 g(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -12.

Câu 21. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 2$ thì $\int_2^5 5f(x) dx$ bằng

A. 10.

B. 7.

C. 25.

D. 4.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 3 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = 3x - \cos x + C$.

B. $\int f(x) dx = 3x + \sin x + C$.

C. $\int f(x) dx = 3x + \cos x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\cos x + C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;5)$, $B(4;0;4)$, $C(0;a;6)$ ($a \in \mathbb{R}$). Với giá trị nào của a thì A, B, C thẳng hàng?

A. $a = 1$.

B. $a = 2$.

C. $a = -1$.

D. $a = -2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 26. Hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						
			4		2	
	2			-5		

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

B. Hàm số có bốn điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

D. Hàm số không có cực đại.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;2;3)$. Phương trình của (P) là

A. $x - 2y + 3z + 1 = 0$.

B. $x + 2y + 3z - 5 = 0$.

C. $x - 2y + 3z - 1 = 0$.

D. $x + 2y + 3z + 5 = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

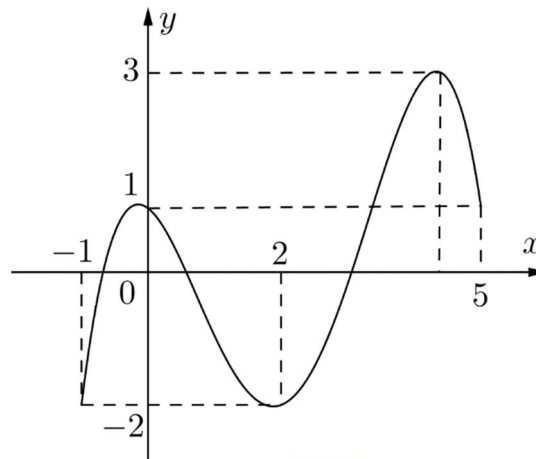
A. Hàm số có hai điểm cực tiểu.

B. Hàm số có 3 điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

D. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng.



- A. -1. B. 4. **C. 1.** D. 2.

Câu 31. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ lần lượt có phương trình là

- A. $x = -1; y = -2$. B. $x = 1; y = -2$. C. $x = \frac{1}{2}; y = -1$. **D. $x = -1; y = 2$.**

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: x = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{4}$ và $d_2: \frac{x-5}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $A(-1; -4; -5) \in d_1$. B. $B(9; -2; 1) \in d_2$. **C. d_1 và d_2 chéo nhau.** D. $d_1 \cap d_2$.

Câu 33. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

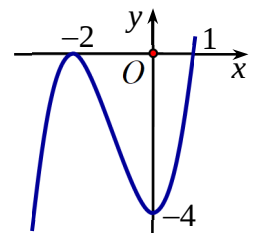
- A. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$; $B(2;1;0)$ và $C(1;2;3)$, phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $5x - y + 2z + 9 = 0$. B. $5x - y + 2z - 1 = 0$.
C. $5x - y + 2z - 9 = 0$. D. $5x - y + 2z + 1 = 0$.

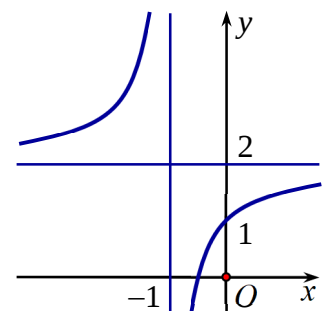
Câu 35. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.
D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.



Câu 36. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = \frac{x+3}{1-x}$.
B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.
C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.
D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.



- Câu 37.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $z+i=(1+i)^2$. Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn hình học của z , biết M thuộc đường tròn có bán kính R . Tính bán kính R
- A. $R=\sqrt{3}$. B. $R=2$. C. $R=1$. D. $R=\sqrt{2}$.
- Câu 38.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.
- | | | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 3 | $+\infty$ | | | |
| $f'(x)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | | 5 | | -3 | | $+\infty$ |
- Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?
- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.
- Câu 39.** Cho hàm số $f(x)=\frac{2x+m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\min_{[0;2]}|f(x)|+\max_{[0;2]}|f(x)|=8$
- A. 1. B. 0. C. Vô số. D. 2.
- Câu 40.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1:x=y=\frac{z}{2}$ và $d_2:\frac{x+1}{-2}=y=z-1$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} \Delta \cap d_2 \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$. Phương trình của Δ là
- A. $\Delta:x=\frac{y}{-1}=z$. B. $\Delta:\frac{x}{-1}=y=z$. C. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$. D. $\Delta:\begin{cases} x=t \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$.
- Câu 41.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho
- A. $V_{\max}=\frac{130}{3}$. B. $V_{\max}=\frac{128}{3}$. C. $V_{\max}=\frac{125}{3}$. D. $V_{\max}=\frac{250}{3}$.
- Câu 42.** Nếu $\int_1^3 f(x)dx=2$ thì $\int_1^3 [f(x)+3x^2]dx$ bằng
- A. 30. B. 28. C. 25. D. 12.
- Câu 43.** Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f(x)<0, \forall x>0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)=(2x+1)f^2(x), \forall x>0$ và $f(1)=-\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1)+f(2)+\dots+f(2022)$ bằng
- A. $-\frac{2022}{2023}$. B. $-\frac{2023}{2024}$. C. $-\frac{2019}{2020}$. D. $-\frac{2022}{2021}$.
- Câu 44.** Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z+\frac{1}{z}=1$. Giá trị của $P=z^{2020}+\frac{1}{z^{2020}}$ là
- A. $P=3$. B. $P=1$. C. $P=-1$. D. $P=2$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$. **D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.**

Câu 46. Cho hai số phức z và w đồng thời thỏa mãn hai điều kiện: $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$. Giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$ là

- A. $M = 3\sqrt{3}$. B. $M = 3$. **C. $M = 3\sqrt{2}$.** D. $2\sqrt{3}$.

Câu 47. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Số phần tử của tập S bằng

- A. 4. B. 3. **C. 2.** D. 6.

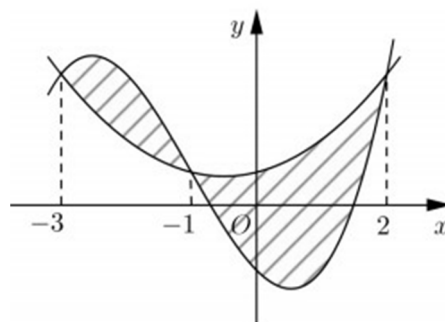
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$?

- A. 9. B. 27. **C. 80.** D. 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$, điểm $A = (-3; 1; -6)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ A đến mặt phẳng (P) lần lượt là a và b . Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ bằng

- A. $9 + \sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3} - 2$. C. 9. **D. $9 - \sqrt{3}$.**

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng.



- A. $\frac{253}{12}$. B. $\frac{125}{12}$. **C. $\frac{253}{48}$.** D. $\frac{125}{48}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	A	D	A	C	C	B	A	B	B	A	B	D	D	A	C	A	C	A	C	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	B	C	C	D	C	B	C	D	D	C	A	D	C	B	B	A	C	D	C	C	C	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$			5		-3	$+\infty$

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Xét hàm số $g(x) = f(1-3x)+1, x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = -3f'(1-3x)$ suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-3x) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x = -1 \\ 1-3x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}.$$

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = f(-1)+1=6; \quad g\left(-\frac{2}{3}\right) = f(3)+1=-2.$$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$		-2		6		$-\infty$

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3 \Leftrightarrow |g(x)|=3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = 3 \\ g(x) = -3 \end{cases}$$

Phương trình $g(x) = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $g(x) = -3$ có 1 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $|g(x)| = 3$ có 4 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(1-3x)+1| = 3$ có 4 nghiệm.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn

$$\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8.$$

A. 1 .

B. 0 .

C. Vô số.

D.2.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$ liên tục trên đoạn $[0;2]$. Ta có $f(0) = m$, $f(2) = \frac{4+m}{3}$ và đồ thị

hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{m}{2}$

Nếu $m = 2$ thì $f(x) = \frac{2x+2}{x+1} = 2, \forall x \in [0;2]$. Do đó $\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 2 + 2 = 4$ (Loại)

Trường hợp 1: Nếu $m(4+m) \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ thì $\begin{cases} \min_{[0;2]} |f(x)| = 0 \\ \max_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ -m; -\frac{4+m}{3} \right\} \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} -m = 8 \\ \frac{-4-m}{3} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8 \notin [-4;0] \\ m = -28 \notin [-4;0] \end{cases}$

Trường hợp 2: Nếu $\frac{-m}{2} < 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $\max_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ m; \frac{4+m}{3} \right\}$; $\min_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ m; \frac{4+m}{3} \right\}$

Dễ thấy nếu $\max_{[0;2]} |f(x)| = m$ thì $\min_{[0;2]} |f(x)| = \frac{4+m}{3}$, ngược lại $\max_{[0;2]} |f(x)| = \frac{4+m}{3}$ thì

$\min_{[0;2]} |f(x)| = m$. Do đó :

$$\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8 \Leftrightarrow m + \frac{4+m}{3} = 8 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (Nhận)}$$

Trường hợp 3: Nếu $\frac{-m}{2} > 2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $\max_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ -m; -\frac{4+m}{3} \right\}$; $\min_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ -m; -\frac{4+m}{3} \right\}$

Do đó $\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8 \Leftrightarrow -m - \frac{4+m}{3} = 8 \Leftrightarrow m = -7$ (Nhận)

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho 2 đường thẳng $d_1 : x = y = \frac{z}{2}$ và $d_2 : \frac{x+1}{-2} = y = z-1$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi

qua gốc tọa độ O và đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} \Delta \cap d_2 \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$

A. $\Delta: x = \frac{y}{-1} = z.$

B. $\Delta: \frac{x}{-1} = y = z.$

C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t. \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t. \\ z = t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Gọi $\Delta \cap d_2$ tại $A(-2t-1; t; t+1)$

$\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0$ từ đó tìm được t.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{130}{3} ..$

B. $V_{\max} = \frac{128}{3} ..$

C. $V_{\max} = \frac{125}{3} ..$

D. $V_{\max} = \frac{250}{3} ..$

Lời giải

Chọn B

Gọi O là tâm hình chữ nhật ABCD

$$AB = x$$

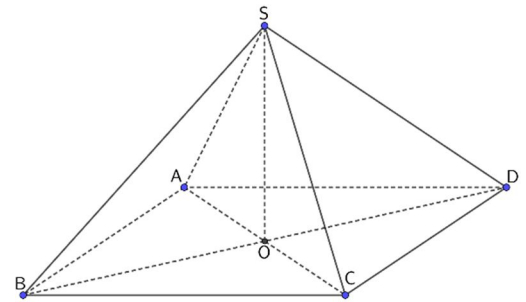
$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$SO = \sqrt{32 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\text{Có } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{32 - \frac{x^2}{4}} \cdot 4x$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{x^2 (128 - x^2)}$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} \leq \frac{128}{3}$$



Câu 42. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 3x^2] dx$ bằng

A. 30.

B. 28.

C. 25.

D. 12.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \int_1^3 [f(x) + 3x^2] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 3x^2 dx = 2 + x^3 \Big|_1^3 = 2 + 3^3 - 1^3 = 28.$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$ bằng

A. $-\frac{2022}{2023}.$

B. $-\frac{2023}{2024}.$

C. $-\frac{2019}{2020}.$

D. $-\frac{2022}{2021}.$

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$f'(x) = (2x+1)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+1 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+1) dx \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^2 + x + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{x^2 + x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = \frac{1}{2} - 1 \\ f(2) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\ f(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \\ \vdots \\ f(2022) = \frac{1}{2023} - \frac{1}{2022} \end{array} \right. \Rightarrow f(1) + f(2) + \dots + f(2022) = -1 + \frac{1}{2023} = -\frac{2022}{2023}.$$

Câu 44. Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính $P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}}$.

Lời giải

Chọn

$$+ \text{Ta có } z + \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{cases}.$$

+

TH1:

$$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\Rightarrow z^{2020} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{2020} = \frac{(1 + \sqrt{3}i) \cdot \left[(1 + \sqrt{3}i)^3 \right]^{673}}{2^{2020}} = \frac{(1 + \sqrt{3}i) \cdot (-8)^{673}}{2^{2020}} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\text{và } \frac{1}{z^{2020}} = -\frac{2}{1 + \sqrt{3}i} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

$$\text{Khi đó, } P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = -1.$$

$$+ \text{TH2: } z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \text{ Tương tự } P = -1.$$

$$\text{Vậy } P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}} = -1.$$

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. **C.** $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Chọn D.

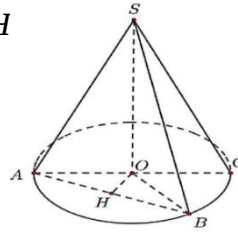
Có $OH = a$, đặt $OA = x$

$$\Rightarrow OA = SA \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow SA = \frac{2x}{\sqrt{3}}$$

Tam giác SAB đều $\rightarrow AB = SA = \frac{2x}{\sqrt{3}} \rightarrow AH$

$$\text{Có: } AH^2 + OH^2 = OA^2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{3} + a^2 = x^2 \rightarrow x \text{ xịn}$$



Câu 46. Cho số phức z và w biết chúng đồng thời thỏa mãn hai điều kiện: $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$.

Tìm giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$

A. $M = 3\sqrt{3}$.

B. $M = 3$.

C. $M = 3\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1.

$$\text{Ta có: } \left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{(1+i)z + 2(1-i)}{1-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |(1+i)z + 2(1-i)| = |1-i|$$

$$\Leftrightarrow |(1+i)z + 2(1-i)| = \sqrt{2}.$$

$$\text{Mặt khác: } |(1+i)z| - |2(1-i)| \leq |(1+i)z + 2(1-i)| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |(1+i)z| \leq |2(1-i)| + \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}|z| \leq 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó: } M = |z - w| = |z - iz| = |(1-i)z| = \sqrt{2}|z| \leq 3\sqrt{2}.$$

Câu 47. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Tìm số phần tử của tập S .

A. 4.

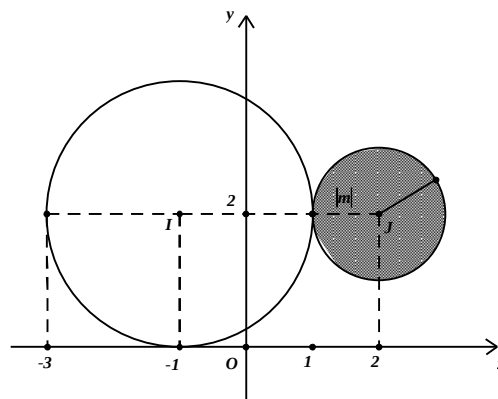
B. 3.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.



Nhận thấy $x^2 + y^2 + 2 > 1$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ nên:

$$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+8-m^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq m^2.$$

Khi $m = 0$ thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$. Cặp $(2; 2)$ không là nghiệm của phương trình

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

Khi $m \neq 0$, tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn là hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính là $|m|$.

Trường hợp này, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính 2 và hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính $|m|$ có đúng một điểm chung.

Điều này xảy ra khi hai đường tròn này tiếp xúc ngoài với nhau, tức là $|m| = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

(Do điểm J nằm ngoài đường tròn tâm I nên nếu chúng tiếp xúc trong thì hình tròn tâm J sẽ chứa trọn đường tròn tâm I . Khi đó, mọi điểm nằm trên đường tròn tâm I đều thuộc hình tròn tâm J , nghĩa là có vô số nghiệm)

Vậy $S = \{-1; 1\}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2.3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$

A. 9.

B. 27.

C. 80.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $(3^{2x+1} + 2.3^x - 1)(3^x - y) \leq 0 \Leftrightarrow [3.(3^x)^2 + 2.3^x - 1](3^x - y) \leq 0$

$\Leftrightarrow (3^x + 1)(3.3^x - 1)(3^x - y) \leq 0 \Leftrightarrow (3^{x+1} - 1)(3^x - y) \leq 0$ (do $3^x + 1 > 0, \forall x$).

TH1: $3^{x+1} - 1 \leq 0 \Rightarrow x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -1$ ta có $3^x - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 3^x \leq 3^{-1} = \frac{1}{3}$

Suy ra: Không có y là số nguyên dương thỏa mãn.

TH2: $3^{x+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ ta có $3^x - y \leq 0 \Rightarrow y \geq 3^x \geq 3^{-1} = \frac{1}{3}$

Với y là số nguyên dương thì $-1 \leq x \leq \log_3 y$

Để ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình nên nghiệm x chỉ nằm trong khoảng $\{-1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow y < 3^4 = 81$.

Vậy có 80 số nguyên dương y thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$, điểm $A = (-3; 1; -6)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z + 1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ A đến mặt phẳng (P) lần lượt là a và b . Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ bằng:

A. $9 + \sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{3} - 2$.

C. 9.

D. $9 - \sqrt{3}$.

Chọn D

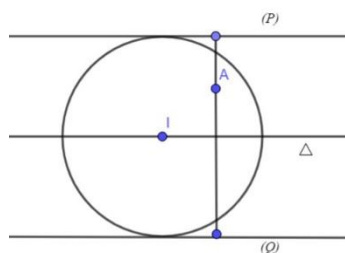
$(P) // \vec{u} = (2, -1, 3)$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và $\vec{u} = (2, -1, 3)$

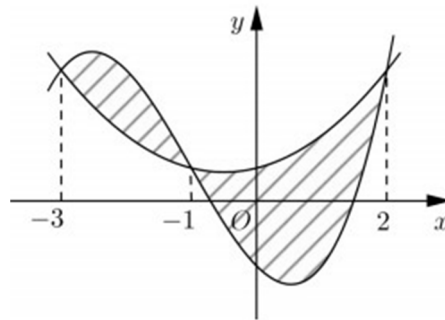
Xét (S) có $\begin{cases} I(0, 0, 1) \\ R = 3 \end{cases} \Rightarrow \Delta \begin{cases} x = 2t \\ y = -t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

$d(A, (P))_{\max} = d_{(A, \Delta)} + R = \sqrt{3} + 3$

Để $d(A, (P))_{\min} = |R - d_{(A, \Delta)}| = 3 - \sqrt{3}$



Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



A. $\frac{253}{12}$

B. $\frac{125}{12}$

C. $\frac{253}{48}$

D. $\frac{125}{48}$

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$ax^3 + bx^2 + cx - 1 = dx^2 + ex + \frac{1}{2} \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0$$

Để thấy phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt $-3; -1; 2$ nên

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = a(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = ax^3 + 2ax^2 - 5ax + 6a$$

Đồng nhất hệ số ta được:

$$-\frac{3}{2} = 6a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow f(x) - g(x) = -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\Rightarrow S = \int_{-3}^{-1} \left| -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx + \int_{-1}^2 \left| -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{63}{4} = \frac{253}{48}$$

- Câu 1.** Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 3i$ là
A. $-2 + 3i$. **B.** $3 + 2i$. **C.** $3 - 2i$. **D.** $2 - 3i$.
- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
A. $(-1; 2; -3)$. **B.** $(-2; 4; -6)$. **C.** $(2; -4; 6)$. **D.** $(1; -2; 3)$.
- Câu 3.** Điểm $M(1; -2)$ thuộc đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:
A. $y = -(x+1)(x-2)^2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 4$. **C.** $y = (x-3)^3$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
- Câu 4.** Thể tích của khối cầu có bán kính bằng $r = 2$ là
A. $V = \frac{8\pi}{3}$. **B.** $V = \frac{32\pi}{3}$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 32\pi$.
- Câu 5.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{-\frac{3}{4}}$ là
A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}} + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{4}{7}x^{-\frac{7}{4}} + C$.
C. $\int f(x)dx = 4x^{\frac{1}{4}} + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{7}{4}x^{-\frac{7}{4}} + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là
A. $(0; 8)$. **B.** $[0; 8)$. **C.** $[0; 8]$. **D.** $(0; 8]$.
- Câu 8.** Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
A. $16a^3$. **B.** $\frac{16}{3}a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^\pi$ là:
A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **C.** $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.
- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $\log_3(x-6) = 2$ là
A. $x = 8$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 12$. **D.** $x = 9$.
- Câu 11.** Đặt $I = \int_0^2 (4mx+1)dx$, m là tham số thực. **C.** Tìm m để $I = 18$
A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.
- Câu 12.** Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 2 - 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z_1 - 2z_2$ có tọa độ là
A. $(7; -4)$. **B.** $(7; 4)$. **C.** $(1; 8)$. **D.** $(-1; 8)$.

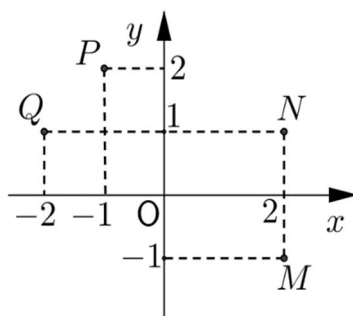
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{3}$ có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; -3; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; 3; 3)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào trong các điểm sau? (hình vẽ dưới đây).



- A.** M.. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$	1

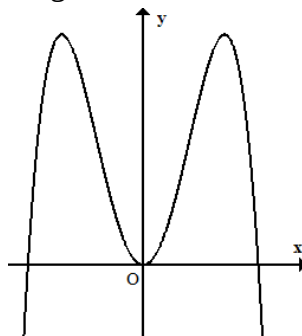
Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 17. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$

- A.** $3 + \log_a b$. **B.** $3 \log_a b$. **C.** $\frac{1}{3} + \log_a b$. **D.** $\frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 18. Đồ thị hàm số nào có dạng như đường cong hình bên dưới?



- A.** $y = -x^3 + 2x$. **B.** $y = -x^4 - 4x^2$. **C.** $y = x^3 - 2x$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $Q(1; -2; -3)$. **B.** $N(-1; 2; 3)$. **C.** $M(2; -1; 3)$. **D.** $P(-2; 1; -3)$.

Câu 20. Với k và n là hai số nguyên dương ($k \leq n$), công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$.

Câu 21. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2; 3; 7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

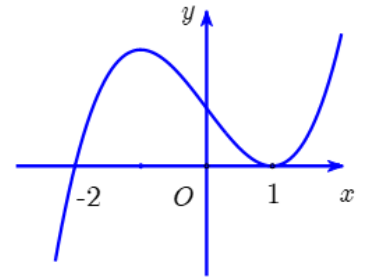
- A. 14. B. 7. C. 42. D. 12.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log_4(2x^2 - 3)$ là

- A. $y' = \frac{4x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$. B. $y' = \frac{4x}{2x^2 - 3}$. C. $y' = \frac{1}{(2x^2 - 3)\ln 4}$. D. $y' = \frac{2x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$.

Câu 23. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-2; 1)$.



Câu 24. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Tính thể tích khối trụ đó:

- A. 8π . B. 32π . C. 16π . D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ với $\int_1^4 f(x) dx = 3$. Tính $\int_1^4 [1 - 2f(x)] dx$.

- A. -2. B. -3. C. 0. D. 9.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2; u_4 = -250$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 125. B. -5. C. $\frac{1}{5}$. D. 5.

Câu 27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 6x}{6} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\sin 6x}{6} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
$f'(x)$					
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	1	$-\infty$

- A. 0. B. -1. C. -5. D. 1.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. -4. B. -2. C. 2. D. 4.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{1}{x-2}$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$.

C. $y = \log_3 x$.

D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Câu 31. Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng

A. $a^4 b^5$.

B. $5a + 4b$.

C. $4a + 5b$.

D. $a^5 b^4$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng a . Góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng

A. 90° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 30° .

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 x^3 f'(x) dx = 1$, $f(1) = 10$. Tính tích phân $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx$.

A. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = -9$.

B. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = 9$.

C. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = 3$.

D. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = -3$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(-1; 5; 4)$ và mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua E và vuông góc với (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 5 - 3t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 \\ z = 4 - 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 5 \\ z = 4 + 3t \end{cases}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z = z - 1$. Môđun của $\bar{z}$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. 1.

D. $\sqrt{10}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng?

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37. Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ

A. $\frac{46}{57}$.

B. $\frac{251}{285}$.

C. $\frac{11}{7}$.

D. $\frac{110}{570}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(1; 1; -3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

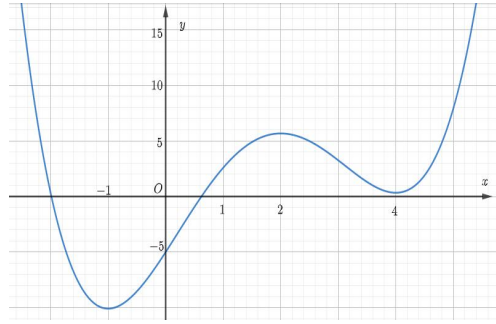
C. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 2^{x+3} - 128)\sqrt{2 - \log_3 x} \leq 0$?

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 9.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị như sau.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) \cdot f'(f(x)) = 0$ là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{1}{4}$. Khi đó $F(1)$ bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. 2.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

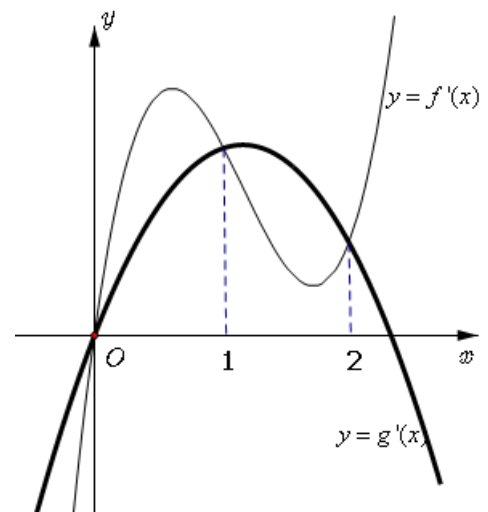
Câu 43. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 4(m+1)z + 4m^2 + 2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 4$?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z + 2 + 2i| = 1$ và $|w + 2 - i| = |w - 3i|$. Khi $|z - w| + |w - 3 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z + 2w|$

- A. $2\sqrt{13}$. B. 7. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{61}$.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g'(x) = qx^2 + nx + p$ với $a, q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng 10 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng.



- A. $\frac{8}{3}$. B. $\frac{8}{15}$.
C. $\frac{16}{3}$. D. $\frac{16}{5}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{4}$.

B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{4}$.

D. $\frac{x-7}{6} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z-6}{-4}$.

Câu 47. Cho hình nón tròn xoay đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = 5$. Một thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB đều có cạnh bằng 8. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) là

A. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{13}}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$.

D. 3.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất 9 số nguyên $b \in (-10; 10)$ thỏa mãn $5^{2a^2+b} \leq 3^{b-a} + 624$?

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{9} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc tia Oy , với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

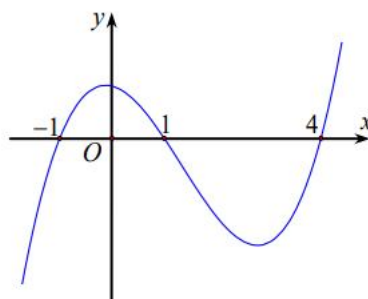
A. 40.

B. 46.

C. 44.

D. 84.

Câu 50. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4-2x| + m - 6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng.



A. 18.

B. 11.

C. 2.

D. 13.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	B	C	A	D	D	C	B	A	D	C	C	C	D	D	D	A	B	C	D	A	B	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	C	B	B	D	C	B	D	A	C	A	C	C	A	A	D	B	D	C	A	B	A	B	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1.** Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 3i$ là
A. $-2 + 3i$. B. $3 + 2i$. C. $3 - 2i$. D. $2 - 3i$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức $\bar{z} = a - bi$.

Do đó số phức liên hợp của số phức $z = 2 + 3i$ là $2 - 3i$.

- Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
A. $(-1; 2; -3)$. B. $(-2; 4; -6)$. C. $(2; -4; 6)$. D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $I(1; -2; 3)$.

- Câu 3.** Điểm $M(1; -2)$ thuộc đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau:
A. $y = -(x+1)(x-2)^2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$. C. $y = (x-3)^3$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A.

- Câu 4.** Thể tích của khối cầu có bán kính bằng $r = 2$ là
A. $V = \frac{8\pi}{3}$. B. $V = \frac{32\pi}{3}$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 32\pi$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thể tích của khối cầu có bán kính $r = 2$ là $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$.

- Câu 5.** Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{-\frac{3}{4}}$ là
A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{4}{7}x^{-\frac{7}{4}} + C$.
C. $\int f(x)dx = 4x^{\frac{1}{4}} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{7}{4}x^{-\frac{7}{4}} + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int f(x)dx = \int x^{-\frac{3}{4}}dx = 4x^{\frac{1}{4}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 3$ là

A. $(0;8)$.

B. $[0;8)$.

C. $[0;8]$.

D. $(0;8]$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_2 x \leq 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 8$.

Câu 8. Cho khối chóp có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $16a^3$.

B. $\frac{16}{3}a^3$.

C. $4a^3$.

D. $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D.

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}a^2.4a = \frac{4}{3}a^3$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^\pi$ là:

A. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

B. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

C. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $\alpha = \pi$ là số không nguyên nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Tập xác định cần tìm là $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-6) = 2$ là

A. $x = 8$.

B. $x = 15$.

C. $x = 12$.

D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \log_3(x-6)=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-6>0 \\ x-6=3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>6 \\ x=15 \end{cases} \Leftrightarrow x=15.$$

Câu 11. Đặt $I = \int_0^2 (4mx+1)dx$, m là tham số thực. **C.** Tìm m để $I=18$

A. $m=2$.

B. $m=-2$.

C. $m=1$.

D. $m=-1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } I = \int_0^2 (4mx+1)dx = \left(2mx^2 + x\right)\Big|_0^2 = 8m+2 \text{ mà } I=18 \Leftrightarrow 8m+2=18 \Leftrightarrow m=2.$$

Câu 12. Cho hai số phức $z_1=3+2i$, $z_2=2-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức z_1-2z_2 có tọa độ là

A. $(7;-4)$.

B. $(7;4)$.

C. $(1;8)$.

D. $(-1;8)$.

Lời giải

Chọn D.

Vì $z_1-2z_2=3+2i-2(2-3i)=-1+8i$ nên có điểm biểu diễn trên mặt phẳng Oxy là $M(-1;8)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{3}$ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{u}_1=(3;-1;5)$.

B. $\vec{u}_2=(3;-3;2)$.

C. $\vec{u}_3=(2;-3;3)$.

D. $\vec{u}_4=(2;3;3)$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{3}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_3=(2;-3;3)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{v}=(m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}|=|\vec{v}|$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{u}=(2;-2;1)$.

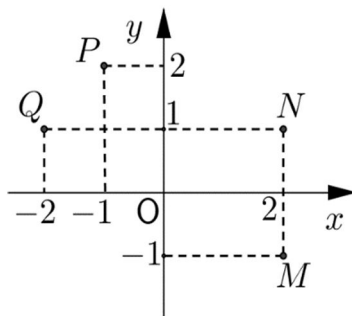
$$\text{Khi đó } |\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3.$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}.$$

$$\text{Do đó } |\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}.$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=-1+2i$ là điểm nào trong các điểm sau? (hình vẽ dưới đây).



A. M..

B. N .

C. **P.**

D. Q.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $z = -1 + 2i$ nên điểm biểu diễn là $Q(-1; 2)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$	1

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. **2.**

Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên ta thấy:.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là : } y = 1.$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \end{cases} \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là : } x = 2.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 17. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_a b$

A. $3 + \log_a b$.

B. $3 \log_a b$.

C. $\frac{1}{3} + \log_a b$.

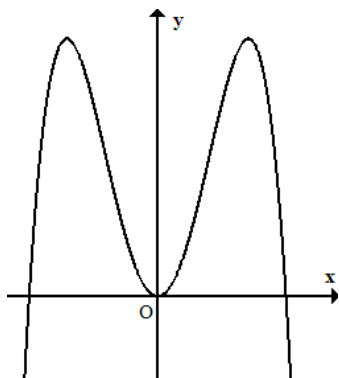
D. **$\frac{1}{3} \log_a b$.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b.$$

Câu 18. Đồ thị hàm số nào có dạng như đường cong hình bên dưới?.



- A. $y = -x^3 + 2x$. B. $y = -x^4 - 4x^2$. C. $y = x^3 - 2x$. **D. $y = -x^4 + 4x^2$.**

Lời giải

Chọn D.

+ Đồ thị đã cho có dạng của đồ thị hàm số bậc 4, suy ra loại phương án A, C. .

+ Xét hàm số $y = -x^4 - 4x^2$ có $y' = -4x(x^2 + 2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$, suy ra hàm số $y = -x^4 - 4x^2$ có 1 điểm cực trị. Loại phương án. B. .

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ có dạng như hình vẽ đã cho.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(1; -2; -3)$.** B. $N(-1; 2; 3)$. C. $M(2; -1; 3)$. D. $P(-2; 1; -3)$.

Lời giải

Chọn A.

Thay tọa độ điểm $Q(1; -2; -3)$ vào phương trình đường thẳng $d: \frac{1-1}{2} = \frac{-2+2}{-1} = \frac{-3+3}{3}$ (thỏa mãn). Ta có đường thẳng d đi qua điểm Q .

Câu 20. Với k và n là hai số nguyên dương ($k \leq n$), công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. **B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.** C. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 21. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2; 3; 7$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 14. B. 7. **C. 42.** D. 12.

Lời giải

Chọn C.

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $2.3.7 = 42$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log_4(2x^2 - 3)$ là

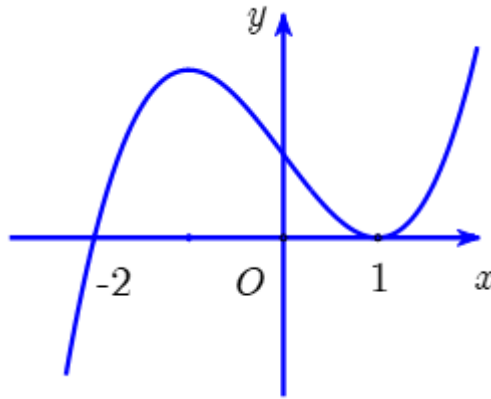
- A. $y' = \frac{4x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$. B. $y' = \frac{4x}{2x^2 - 3}$. C. $y' = \frac{1}{(2x^2 - 3)\ln 4}$. **D. $y' = \frac{2x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{4x}{(2x^2 - 3)\ln 4} = \frac{2x}{(2x^2 - 3)\ln 2}$.

Câu 23. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?.



- A.** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. **D.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 24. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Tính thể tích khối trụ đó:

- A.** 8π . **B.** 32π . **C.** 16π . **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 4^2 \cdot 2 = 32\pi$ (đvtt).

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ với $\int_1^4 f(x) dx = 3$. Tính $\int_1^4 [1 - 2f(x)] dx$

- A.** -2 . **B.** -3 . **C.** 0 . **D.** 9 .

Lời giải

Chọn B.

$$\int_1^4 [1 - 2f(x)] dx = \int_1^4 dx - 2 \int_1^4 f(x) dx = 3 - 6 = -3.$$

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$; $u_4 = -250$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** 125 . **B.** -5 . **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** 5 .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $u_4 = u_1 q^3 \Leftrightarrow -250 = -2 \cdot q^3 \Leftrightarrow q^3 = 125 \Leftrightarrow q^3 = 5^3 \Leftrightarrow q = 5$.

Câu 27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin 6x$ là

- A.** $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\sin 6x}{6} + C$. **B.** $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\cos 6x}{6} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{\sin 6x}{6} + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int x dx - \frac{1}{6} \int \sin 6x d(6x) = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 6x}{6} + C..$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

x	$-\infty$	-4	0	4	$+\infty$
$f'(x)$					
$f(x)$	$-\infty$	1	-5	1	$-\infty$

- A. 0. B. -1. C. **-5.** D. 1.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu $y = -5$.

Câu 29. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. -4. B. **-2.** C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in [-1; 2] \Rightarrow \min_{x \in [-1; 2]} f(x) = f(-1) = -2.$$

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{1}{x-2}$. B. **$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$.**
C. $y = \log_3 x$. D. $y = x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{và } y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Nên hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Nếu $\log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b$ ($a, b > 0$) thì x bằng

- A. $a^4 b^5$. B. $5a + 4b$. C. $4a + 5b$. D. **$a^5 b^4$.**

Lời giải

Chọn D.

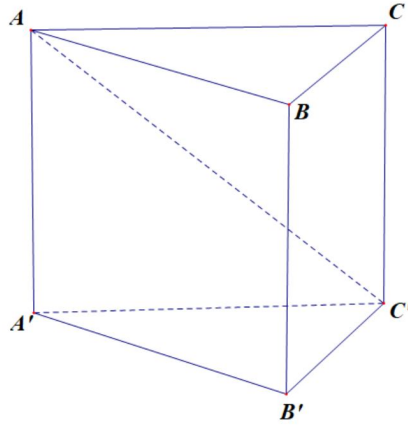
$$\text{Ta có } \log_2 x = 5\log_2 a + 4\log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 a^5 b^4 \Leftrightarrow x = a^5 b^4.$$

Câu 32. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và cạnh bên bằng a . Góc giữa đường thẳng BB' và AC' bằng

- A. 90° . B. 45° . C. **60° .** D. 30° ..

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $BB' \parallel AA' \Rightarrow (BB', AC') = (AA', AC') = \angle A'AC' = \alpha$.

Xét $\triangle A'AC'$ vuông tại A có: $\tan \alpha = \frac{A'C'}{AA'} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^1 x^3 f'(x) dx = 1$, $f(1) = 10$. Tính tích

phân $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx$.

A. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = -9$.

B. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = 9$.

C. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = 3$.

D. $\int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx = -3$.

Lời giải

Chọn B.

Xét: $I = \int_0^1 f(\sqrt[3]{x}) dx$.

Đặt $t = \sqrt[3]{x} \Leftrightarrow t^3 = x \Rightarrow 3t^2 dt = dx$.

$x = 0 \Rightarrow t = 0$

$x = 1 \Rightarrow t = 1$

$\Rightarrow I = \int_0^1 f(t) 3t^2 dt = \int_0^1 f(x) 3x^2 dx$.

Đặt.

$$\begin{cases} u = f(x) \\ dv = 3x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = x^3 \end{cases}$$

$\Rightarrow I = x^3 f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 x^3 f'(x) dx = f(1) - 1 = 10 - 1 = 9$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(-1; 5; 4)$ và mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua E và vuông góc với (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 5 - 3t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 5 \\ z = 4 - 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 5 \\ z = 4 + 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng $(P): x - 3z + 2 = 0$ có vector pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 0; -3)$..

Do đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên Δ có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_{\Delta}} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 0; -3)$.

Suy ra loại phương án A, C.

Vì Δ đi qua điểm $E(-1; 5; 4)$ nên chọn đáp án D.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + 3i)z = z - 1$. Môđun của $\overline{z}$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. 1.

D. $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(2 + 3i)z = z - 1 \Leftrightarrow (1 + 3i)z = -1 \Leftrightarrow z = \frac{-1}{1 + 3i} = \frac{-1 \cdot (1 - 3i)}{10}$.

$\Leftrightarrow z = \frac{-1}{10} + \frac{3i}{10} \Leftrightarrow \overline{z} = \frac{-1}{10} - \frac{3i}{10}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng?

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

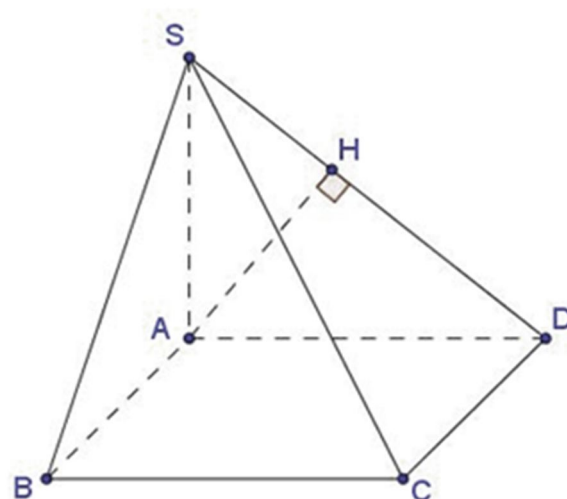
B. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$..

Kẻ $AH \perp SD$, do $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$ suy ra $AH \perp (SCD)$..

$d(A, (SCD)) = AH$. Ta có:.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

Câu 37. Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ

A. $\frac{46}{57}$.

B. $\frac{251}{285}$.

C. $\frac{11}{7}$.

D. $\frac{110}{570}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ.

Gọi $\bar{A}$ là biến cố chọn được 3 đoàn viên là nam: $C_{12}^3 = 220$.

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}.$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(1; 1; -3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 3; 1)$; $\overrightarrow{AC} = (1; -1; 0)$; $\vec{n}_{(ABC)} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (1; 1; -2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương là

$$\vec{n}_{(ABC)} = (1; 1; -2), \text{ phương trình tham số là } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}.$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 2^{x+3} - 128)\sqrt{2 - \log_3 x} \leq 0$?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 9.

Lời giải

Chọn C.

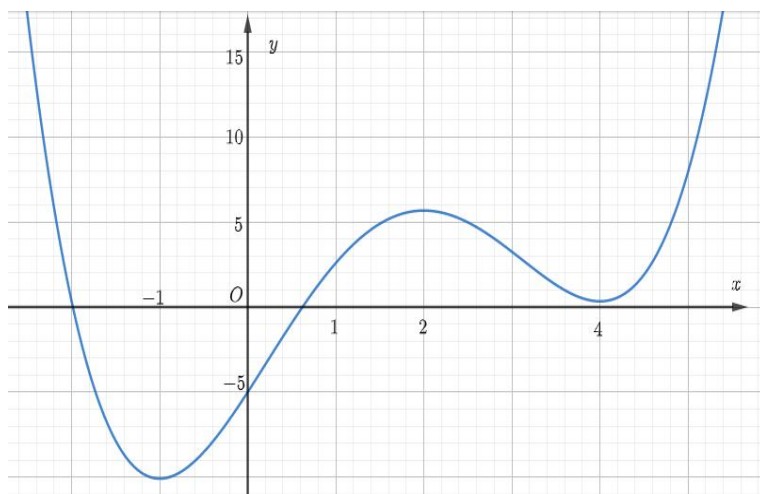
$$(4^x - 2^{x+3} - 128)\sqrt{2 - \log_3 x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \log_3 x = 0 \\ 2 - \log_3 x > 0 \\ 4^x - 2^{x+3} - 128 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ 0 < x < 9 \\ 2^x \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ 0 < x < 9 \\ x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ 0 < x \leq 4 \end{cases}.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{1; 2; 3; 4; 9\}$.

Vậy có 5 số nguyên thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị như sau.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) \cdot f'(f(x)) = 0$ là

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn A.

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1) \cdot f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(x-1) = 0 \\ f'(f(x)) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 2 \\ f(x) = -1 \quad (a) \\ f(x) = 2 \quad (b) \\ f(x) = 4 \quad (c) \end{cases}$$

Theo đồ thị ta có:

-Phương trình (a) có 2 nghiệm thực phân biệt bé hơn 1;

-Phương trình (b) có 4 nghiệm thực phân biệt $x_1 < x_2 < 1 < x_3 < 4 < x_4$;

-Phương trình (c) có 4 nghiệm thực phân biệt $x_5 < 1 < x_6 < x_7 < 4 < x_8$.

Do đó, phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) \cdot f'(f(x)) = 0$ có 6 nghiệm thực phân biệt là $2; x_3; x_4; x_6; x_7; x_8$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và

$f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{1}{4}$. Khi

đó $F(1)$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A.

Xét $x \in [1; 2]$, ta có.

$$\frac{xf'(x) - f(x)}{x^2} = 2x + 3 \Rightarrow \left[\frac{f(x)}{x} \right]' = 2x + 3 \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = \int (2x + 3) dx \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 + Cx \text{ Vì}$$

$$f(1) = 4 \text{ nên } C = 0 \text{ hay là } f(x) = x^3 + 3x^2.$$

$$F(x) = \int (x^3 + 3x^2) dx = \frac{x^4}{4} + x^3 + C.$$

$$F(-1) = \frac{1}{4} \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{x^4}{4} + x^3 + 1 \Rightarrow F(1) = \frac{9}{4}.$$

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3 .

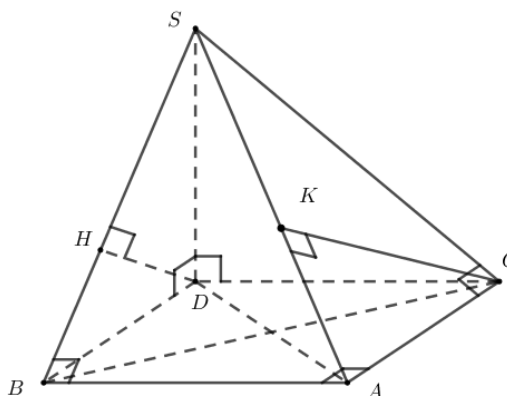
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn D.



$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2}{2}.$$

Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) .

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow AB \perp BD.$$

Tương tự, ta có $AC \perp CD$.

$\Rightarrow ABDC$ là hình vuông cạnh a .

Đặt $SD = x, x > 0$.

$$\text{Gọi } H \text{ là hình chiếu vuông góc của } D \text{ lên } SB \Rightarrow DH = \frac{DB \cdot DS}{\sqrt{DB^2 + DS^2}} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} DH \perp SB \\ DH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB) \Rightarrow d(D, (SAB)) = DH = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}}.$$

$$\text{Lại có } CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(C, (SAB)) = d(D, (SAB)) = DH.$$

$$\triangle SCA \text{ vuông tại } C, \text{ có } AC = a, SC = \sqrt{x^2 + a^2}.$$

$$\text{Kẻ } CK \perp SA \Rightarrow CK = \frac{CA \cdot CS}{\sqrt{CA^2 + CS^2}} = \frac{a \cdot \sqrt{x^2 + a^2}}{\sqrt{x^2 + 2a^2}}.$$

$$\text{Vì } (SAB) \cap (SAC) = SA \Rightarrow \sin((SAB), (SAC)) = \frac{d(C, (SAB))}{d(C, SA)} = \frac{DH}{CK}.$$

$$\Leftrightarrow \sin 60^\circ = \frac{\frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}}}{\frac{a\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+2a^2}}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{x^2+2a^2}}{x^2+a^2} \Leftrightarrow 3(x^2+a^2)^2 = 4x^2(x^2+2a^2) \Rightarrow x=a.$$

$$\Rightarrow SD = a.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SD = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 43. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 4(m+1)z + 4m^2 + 2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 4$?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình $z^2 - 4(m+1)z + 4m^2 + 2 = 0$ có $\Delta' = 4(m+1)^2 - 4m^2 - 2 = 8m + 2$.

Trường hợp 1: Nếu $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{4}$. Phương trình đã cho có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 4$, suy ra $z_0 = 4$ hoặc $z_0 = -4$.

$$\text{Nếu } z_0 = 4, \text{ suy ra } 16 - 4(m+1).4 + 4m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 16m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{4 + \sqrt{14}}{2} \\ m = \frac{4 - \sqrt{14}}{2} \end{cases} (t).$$

Nếu $z_0 = -4$, suy ra $16 + 4(m+1).4 + 4m^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 34 = 0$ (vô nghiệm).

Trường hợp 2: Nếu $\Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$, phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1 = 2(m+1) - i\sqrt{-8m-2}$ và $z_2 = 2(m+1) + i\sqrt{-8m-2}$.

$$\text{Khi đó } |z_0| = 4 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 8m - 2 = 16 \Leftrightarrow 4m^2 = 14 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{14}}{2} (l) \\ m = -\frac{\sqrt{14}}{2} (t) \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z + 2 + 2i| = 1$ và $|w + 2 - i| = |w - 3i|$. Khi $|z - w| + |w - 3 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z + 2w|$

A. $2\sqrt{13}$.

B. 7.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải

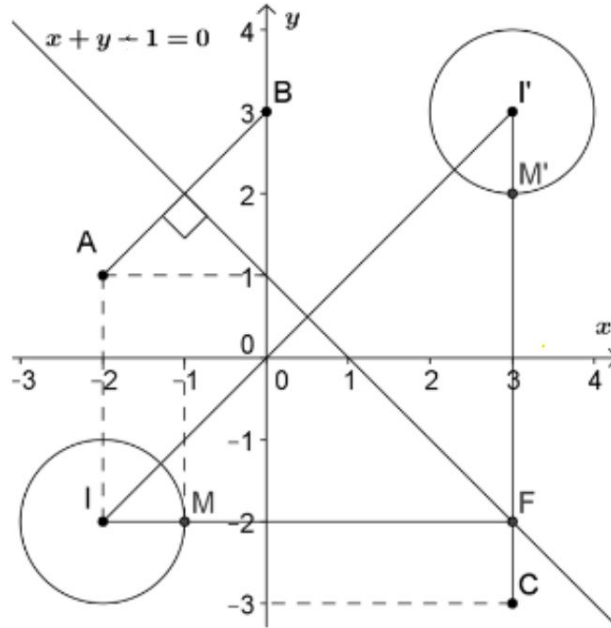
Chọn D.

Giả sử điểm biểu diễn của z, w lần lượt là M, F .

Do $|z + 2 + 2i| = 1$ nên M nằm trên đường tròn (C) tâm $I(-2; -2)$, bán kính $R = 1$.

Gọi $A(-2;1), B(0;3)$. Do $|w+2-i|=|w-3i|$ nên F nằm trên đường thẳng $d: x+y-1=0$ là đường trung trực của đoạn thẳng AB .

Gọi $C(3;-3)$. Khi đó $|z-w|+|w-3+3i|=MF+FC$. Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của tổng hai đoạn thẳng này.



Giả sử (C') là đường tròn đối xứng với (C) qua đường thẳng d . Suy ra (C') có tâm $I'(3;3)$, bán kính $R'=R=1$. Khi đó ứng với mỗi $M \in (C)$ luôn tồn tại $M' \in (C')$ sao cho $MF = M'F$. Suy ra $|z-w|+|w-3+3i|=MF+FC=M'F+FC$ đạt giá trị nhỏ nhất khi I', M', F, C thẳng hàng.

Khi đó F là giao điểm của d và $I'C$ với $I'C: x=3$. Suy ra $F(3;-2)$.

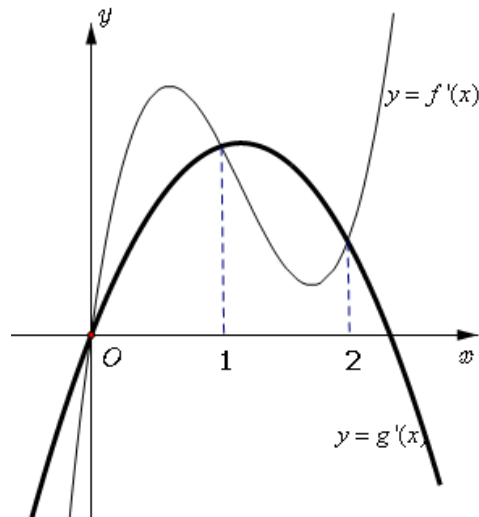
Tương ứng ta có M là giao điểm của đường thẳng IF và đường tròn (C) , M nằm giữa I, F .

Suy ra $M(-1;-2)$.

Do đó $|z-w|+|w-3+3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $z=-1-2i, w=3-2i$.

Suy ra $z+2w=5-6i \Rightarrow |z+2w|=\sqrt{61}$.

Câu 45. Cho Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'(x)=qx^2+nx+p$ với $a, q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 10 và $f(2)=g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng.



A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{16}{3}$.

D. $\frac{16}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $h(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - g'(x)$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $f'(x) = g'(x) \Leftrightarrow f'(x) - g'(x) = 0$. (*)

Vì hai đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng 0; 1; 2 nên phương trình (*) có các nghiệm là $x = 0$; $x = 1$ và $x = 2$. Do đó, ta có:

$$h'(x) = f'(x) - g'(x) = kx(x-1)(x-2) \quad (k \neq 0).$$

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$:

$$S = \int_0^2 |f'(x) - g'(x)| dx = k \int_0^1 x(x-1)(x-2) dx - k \int_1^2 x(x-1)(x-2) dx = \frac{1}{2}k.$$

Theo đề: $S = 10$. Do đó: $k = 20$.

$$\Rightarrow h'(x) = 20x(x-1)(x-2).$$

$$\Rightarrow h(x) = \int 20x(x-1)(x-2) dx = 20 \int (x^3 - 3x^2 + 2x) dx = 20 \left(\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right) + C.$$

$$\text{Vì } f(2) = g(2) \Rightarrow h(2) = f(2) - g(2) = 0 \Rightarrow C = 0.$$

$$\text{Do đó: } h(x) = 5x^4 - 20x^3 + 20x^2.$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0$.

$$\Leftrightarrow h(x) = 0.$$

$$\Leftrightarrow 5x^4 - 20x^3 + 20x^2 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là

$$\Rightarrow S = \int_0^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^2 |h(x)| dx = \int_0^2 |5x^4 - 20x^3 + 20x^2| dx = \frac{16}{3}.$$

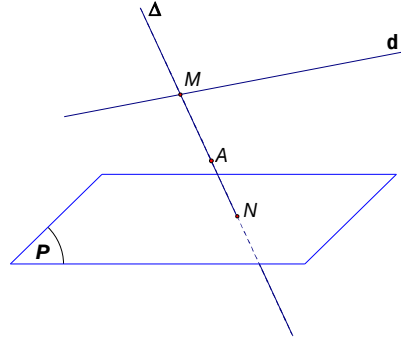
Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng

$(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$ và $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN . Phương trình đường thẳng Δ là

- A. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{4}$. B. $\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{4}$. D. $\frac{x-7}{6} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z-6}{-4}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Do đó $M \in d \Rightarrow M(-1 + 2t; t; 2 + t)$.

Vì $A(1; -1; 2)$ là trung điểm $MN \Rightarrow N(3 - 2t; -2 - t; 2 - t)$.

Mặt khác $N \in (P) \Rightarrow 2(3 - 2t) + 2 + t + 2(2 - t) + 8 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow M(7; 4; 6) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (6; 5; 4)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .

Vậy Δ đi qua $A(1; -1; 2)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (6; 5; 4)$ làm VTCP nên có phương trình:

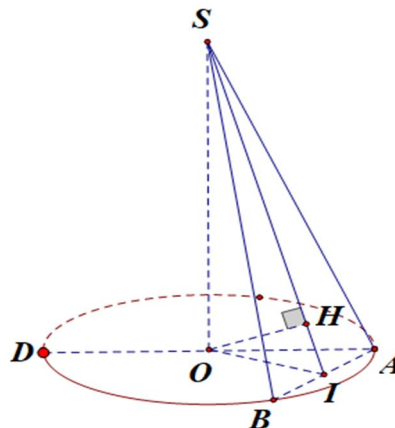
$$\frac{x-1}{6} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{4}.$$

Câu 47. Cho hình nón tròn xoay đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O bán kính $R = 5$. Một thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB đều có cạnh bằng 8. Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) là

- A. $\frac{4\sqrt{13}}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{13}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{13}}{3}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B.



+Gọi I là trung điểm của AB , kẻ $OH \perp SI$ tại H (1).

$\Rightarrow OI \perp AB$ (tính chất bán kính qua trung điểm dây cung) và $SI \perp AB$ (vì tam giác SAB đều).

$\Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH$ (2).

+ Từ (1) và (2) suy ra: $OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH$.

+ Xét tam giác đều SAB có đường cao $SI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

+ Ta có: $OA = R = 5$; $IA = \frac{AB}{2} = 4$.

+ Xét tam giác vuông OAI vuông tại I có: $OI = \sqrt{OA^2 - IA^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

+ Xét tam giác vuông SOI vuông tại O có:

$$SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{48 - 9} = \sqrt{39}.$$

$$OH = \frac{SO \cdot OI}{SI} = \frac{\sqrt{39} \cdot 3}{4\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{13}}{4} \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = \frac{3\sqrt{13}}{4}.$$

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất 9 số nguyên $b \in (-10; 10)$

thỏa mãn $5^{2a^2+b} \leq 3^{b-a} + 624$?

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn A

Chia cả hai vế cho 5^b , ta được.

$$\frac{1}{3^a} \left(\frac{3}{5} \right)^b + 624 \left(\frac{1}{5} \right)^b - 5^{2a^2} \geq 0..$$

Đặt $f(b) = \frac{1}{3^a} \left(\frac{3}{5} \right)^b + 624 \left(\frac{1}{5} \right)^b - 5^{2a^2}$, với $b \in [-9; 9]$. Ta có.

$$f'(b) = \frac{1}{3^a} \left(\frac{3}{5} \right)^b \ln \frac{3}{5} + 624 \left(\frac{1}{5} \right)^b \ln \frac{1}{5} < 0, \forall b \in [-9; 9]..$$

Do đó $f(b)$ nghịch biến trên $[-9; 9]$. Điều này dẫn đến yêu cầu bài toán trở thành.

$$f(-1) \geq 0 \Leftrightarrow 5^{2a^2-1} \leq 3^{-a-1} + 624..$$

Nếu $a \leq -2$ thì $2a^2 - 1 \geq -a - 1 + 6$. Suy ra.

$$5^{2a^2-1} \geq 5^{-a-1} \cdot 5^6 > 3^{-a-1} + 3^{-a-1} (5^6 - 1) > 3^{-a-1} + 624..$$

Nếu $a \geq -1$ thì do $3^{-a-1} \leq 1$ và $a \in \mathbb{Z}$ nên.

$$5^{2a^2-1} \leq 625 \Leftrightarrow 2a^2 - 1 \leq 4 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{10}}{2} \leq a \leq \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow a \in \{-1; 0; 1\}..$$

Thử lại tất cả 3 giá trị nguyên trên đều thỏa mãn yêu cầu.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{9} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc tia Oy , với tung độ là số nguyên, mà từ

M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

A. 40.

B. 46.

C. 44.

D. 84.

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có $I(1; 2; -2)$, bán kính $R = 5$.

Vì $M \in Oy$ nên $M(0; m; 0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là $9x + y + 4z - m = 0$.

Khi đó (P) chứa hai tiếp tuyến với mặt cầu kẻ từ M và cùng vuông góc với d .

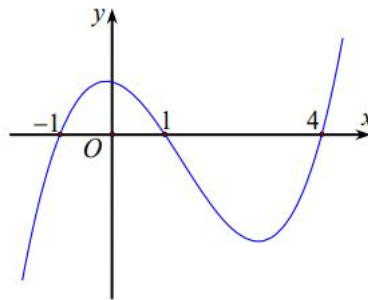
Để tồn tại các tiếp tuyến thỏa mãn bài toán điều kiện là

$$\begin{cases} d(I, (P)) < R \\ IM > R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|3-m|}{7\sqrt{2}} < 5 \\ \sqrt{(m-2)^2 + 5} > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3-m| < 35\sqrt{2} \\ (m-2)^2 > 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -35\sqrt{2} + 3 < m < 35\sqrt{2} + 3 \\ m > 2 + 2\sqrt{5} \\ m < 2 - 2\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + 2\sqrt{5} < m < 35\sqrt{2} + 3 \\ -35\sqrt{2} + 3 < m < 2 - 2\sqrt{5} \end{cases}$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{7; 8; \dots; 52\}$. Vậy có 46 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 50. Cho hàm bậc bốn $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|4-2x| + m - 6)$ có đúng 3 điểm cực tiểu. Tổng các phần tử của S bằng.



A. 18.

B. 11.

C. 2.

D. 13..

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y' = \frac{-2(4-2x)}{|4-2x|} f'(|4-2x| + m - 6)$.

+) y' không xác định với $x = 2$.

$$+) y' = 0 \Leftrightarrow \frac{-2(4-2x)}{|4-2x|} f'(|4-2x| + m - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(1) \\ f'(|4-2x| + m - 6) = 0(1) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} |4-2x| + m - 6 = -1 \\ |4-2x| + m - 6 = 1 \\ |4-2x| + m - 6 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |4-2x| = 5 - m & (2) \\ |4-2x| = 7 - m & (3) \\ |4-2x| = 10 - m & (4) \end{cases}$$

Nhận xét: Phương trình (2), (3), (4) có nhiều nhất 6 nghiệm phân biệt.

+) Trường hợp 1: Phương trình (2), (3), (4) có 6 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ hàm số đã cho có 7 điểm cực trị (3 điểm cực đại và 4 điểm cực tiểu) (loại).

+) Trường hợp 2: Phương trình (2), (3), (4) có 4 nghiệm phân biệt $\Rightarrow$ hàm số đã cho có 5 điểm cực trị (2 điểm cực đại và 3 điểm cực tiểu) (thỏa mãn).

Nhận xét đường thẳng $d_1: y = 5 - m$ có đồ thị nằm dưới đường thẳng $d_2: y = 7 - m$ và đường thẳng $d_2: y = 7 - m$ có đồ thị nằm dưới đường thẳng $d_3: y = 10 - m$.

Ta có bảng biến thiên của $(C_1): y = |4 - 2x|$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		0	+
y	$+\infty$	0	$+\infty$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - m \leq 0 \\ 7 - m > 0 \\ 10 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \leq m < 7.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5; 6\}$.

Tổng các phần tử của S là $5 + 6 = 11$.

- Câu 1.** Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng
 A. 3. B. -4 . C. 4. D. $-4i$.
- Câu 2.** Trong không gian Oxyz, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 16$ có tâm là điểm có tọa độ
 A. $(2; -4; 0)$. B. $(-2; 4; 0)$. C. $(1; -2; 0)$. D. $(-1; 2; 0)$.
- Câu 3.** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ cắt trục tung tại điểm
 A. $M(-1; 0)$. B. $N(1; 0)$. C. $P(2; 0)$. D. $Q(0; 2)$.
- Câu 4.** Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây
 A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.
- Câu 5.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là
 A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$.
 C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + 6 + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau
- | | | | | | | | |
|------|-----------|--|---|---|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
| y' | | | 0 | + | 0 | - | |
| y | $+\infty$ | | | | 2 | | $-\infty$ |
- Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại
 A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ là
 A. $(-\infty; 6)$. B. $(0; 8)$. C. $(-\infty; 8)$. D. $(0; 9)$.
- Câu 8.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 8$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
 A. 16. B. 384. C. 48. D. 28.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{2022}}$ là
 A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $[1; +\infty)$.
- Câu 10.** Phương trình $\log(2x+3) = \log(x+2)$
 A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = -1$. D. $x = -5$.
- Câu 11.** Nếu $\int_2^3 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 g(x)dx = -1$ thì $\int_2^3 [f(x) - g(x) - 2x]dx$ bằng
 A. 6. B. 5. C. 11. D. 1.
- Câu 12.** Cho số phức $z = -3 + 4i$. Khi đó mô đun $|\bar{z}|$ bằng
 A. 5. B. $\frac{1}{5}$. C. 25. D. $\frac{1}{25}$.

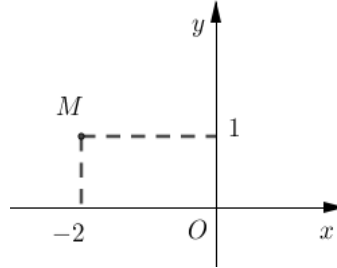
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (1; -1; -3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

- A. $x - y - 3z - 3 = 0$. B. $x - z - 3 = 0$. C. $x + y - 3z - 3 = 0$. D. $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -3)$ và $\vec{v} = (1; 0; 2)$. Tính độ dài $|2\vec{u} - \vec{v}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{69}$. D. $\sqrt{26}$.

Câu 15. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



- A. $z = 1 + 2i$ B. $z = 1 - 2i$ C. $z = 2 + i$ D. $z = -2 + i$

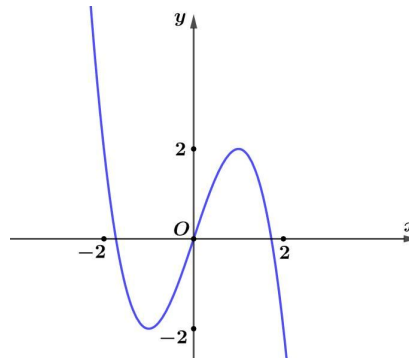
Câu 16. Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A. $y = \frac{2x+2}{x+1}$. B. $y = \frac{2x}{1-x}$. C. $y = \frac{x-2}{x+2}$. D. $y = \frac{x}{x-2}$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng

- A. $2(\log_2 a - 1)$. B. $\log_2 a - 2$. C. $\log_2 a - 1$. D. $2\log_2 a - 1$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^4 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = 3x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^3 + 3x$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(-1; 3; 2)$. B. $N(1; -3; 2)$. C. $P(1; 3; 2)$. D. $M(1; -3; -2)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

- A. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. C. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 21. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Thể tích khối nón là.

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A. $y' = \frac{2}{x-1}$. B. $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$. C. $y' = \frac{1}{x-1}$. D. $y' = 2x - 2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-1; 5)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-3; -1)$.

Câu 24. Tính diện tích xung quanh của hình trụ, biết hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

- A. $\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $2\pi a^2 \sqrt{3}$. D. πa^2 .

Câu 25. Giả sử $\int_{-1}^1 f(x) dx = -10$ và $\int_{-1}^3 f(y) dy = 5$. Chọn kết quả **đúng**.

- A. $\int_1^3 f(z) dz = 5$. B. $\int_1^3 f(z) dz = -5$. C. $\int_1^3 f(z) dz = 15$. D. $\int_1^3 f(z) dz = -15$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng

- A. 15. B. 17. C. 19. D. 13.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 3. D. 5.

Câu 30. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 31. Cho $\log_2 3 = a$. Tính $P = \log_8 6$ theo a .

- A. $P = 3(1 + a)$. B. $P = \frac{1}{3}(1 + a)$. C. $P = 1 + a$. D. $P = 2 + a$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 33. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$ B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$ C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α) .

- A. $x+2y+2z+15=0$. B. $x+2y+2z-15=0$.
C. $x+2y+2z-13=0$. D. $x+2y+2z+13=0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z-1+7i=0$. Phần ảo của $\bar{z}$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. -2 .

Câu 36. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $2a$. B. $2\sqrt{2}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.

Câu 37. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+10=0$, đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$

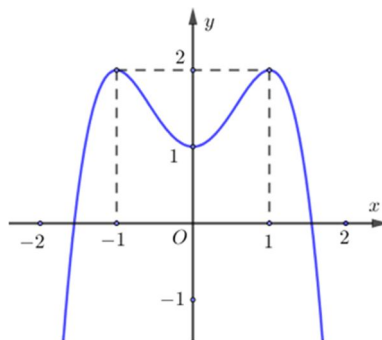
một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có phương trình là

- A. $5x-4y+3z-9=0$ hoặc $5x-4y+3z+9=0$.
B. $5x+4y+3z+11=0$ hoặc $5x+4y+3z-11=0$.
C. $5x-4y+3z+9=0$ hoặc $5x-4y+3z-11=0$.
D. $5x+4y+3z+11=0$ hoặc $5x+4y+3z-9=0$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x nhỏ hơn 2022 thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2) \sqrt{16 - (0,5)^{2x}} \geq 0$.

- A. 2020. B. 2021. C. 2022. D. 2023.

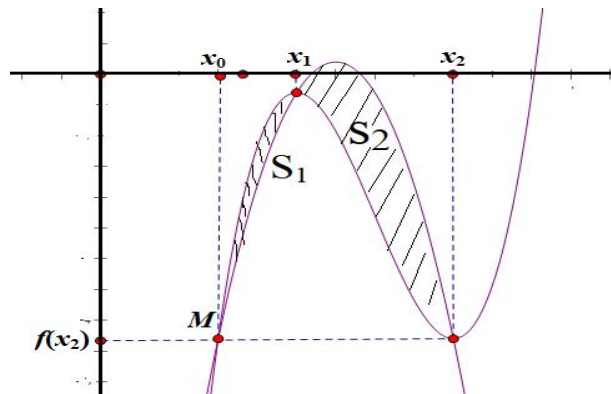
Câu 40. Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- A. 10. B. 11. C. 9. D. 8.

- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \cos x - e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -3$, khi đó $F(\pi)$ bằng
- A. $2\pi - e^{-\pi}$. B. $2\pi + e^{\pi}$. C. $2 + \pi - e^{-\pi}$. D. $2\pi - e^{\pi}$.
- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.
- Câu 43.** Cho S là tập hợp các số nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - (m-3)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$. Số phần tử của S là
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.
- Câu 44.** Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = \sqrt{3}$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z+i| + |z-2-i|$ bằng $a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.
- A. 15. B. 9. C. 12. D. 7.
- Câu 45.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn: $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0; f(x_0))$, trong đó $x_0 = x_1 - 1$. Hàm số $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua điểm M và 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x), g(x)$).



- A. $\frac{6}{35}$. B. $\frac{5}{32}$. C. $\frac{7}{33}$. D. $\frac{4}{29}$.
- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là
- A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

D. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 47. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S) . Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là:

A. $\frac{32\pi R^3}{81}$.

B. $\frac{32R^3}{81}$.

C. $\frac{32\pi R^3}{27}$.

D. $\frac{32R^3}{27}$.

Câu 48. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \in (2; 3]$.

B. $a \in (8; +\infty)$.

C. $a \in (6; 7]$.

D. $a \in (-6; -5]$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 6 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2z = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên (P) với M có các tọa độ nguyên sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua M và vuông góc với nhau

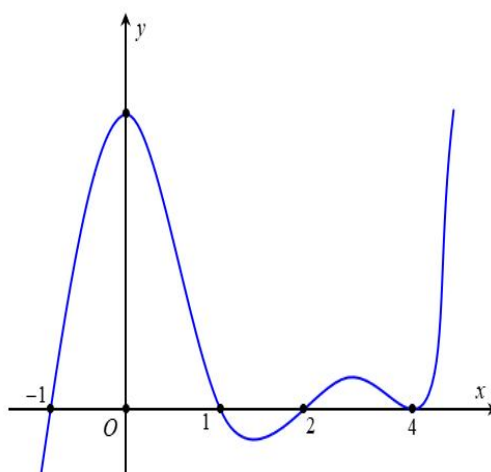
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 7.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021) + 2022$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

----- **HẾT** -----

- Câu 1.** Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng
 A. 3. B. -4 . C. 4. D. $-4i$.
- Câu 2.** Trong không gian Oxyz, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 16$ có tâm là điểm có tọa độ
 A. $(2; -4; 0)$. B. $(-2; 4; 0)$. C. $(1; -2; 0)$. D. $(-1; 2; 0)$.
- Câu 3.** Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ cắt trục tung tại điểm
 A. $M(-1; 0)$. B. $N(1; 0)$. C. $P(2; 0)$. D. $Q(0; 2)$.
- Câu 4.** Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây
 A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.
- Câu 5.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là
 A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$.
 C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + 6 + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau
- | | | | | | | | |
|------|-----------|--|---|---|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | | 1 | | 3 | | $+\infty$ |
| y' | | | - | 0 | + | 0 | - |
| y | $+\infty$ | | | | | 2 | |
- $\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$
 -2 -2 $-\infty$
- Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại
 A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $x = 3$. D. $x = 1$.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x < 3$ là
 A. $(-\infty; 6)$. B. $(0; 8)$. C. $(-\infty; 8)$. D. $(0; 9)$.
- Câu 8.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 8$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
 A. 16. B. 384. C. 48. D. 28.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{2022}}$ là
 A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $[1; +\infty)$.
- Câu 10.** Phương trình $\log(2x+3) = \log(x+2)$
 A. $x = 1$. B. $x = 5$. C. $x = -1$. D. $x = -5$.
- Câu 11.** Nếu $\int_2^3 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 g(x)dx = -1$ thì $\int_2^3 [f(x) - g(x) - 2x]dx$ bằng
 A. 6. B. 5. C. 11. D. 1.
- Câu 12.** Cho số phức $z = -3 + 4i$. Khi đó mô đun $|\bar{z}|$ bằng
 A. 5. B. $\frac{1}{5}$. C. 25. D. $\frac{1}{25}$.

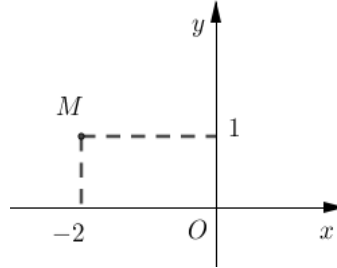
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (1; -1; -3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

- A.** $x - y - 3z - 3 = 0$. **B.** $x - z - 3 = 0$. **C.** $x + y - 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; -3)$ và $\vec{v} = (1; 0; 2)$. Tính độ dài $|2\vec{u} - \vec{v}|$.

- A.** $\sqrt{11}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{69}$. **D.** $\sqrt{26}$.

Câu 15. Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức



- A.** $z = 1 + 2i$ **B.** $z = 1 - 2i$ **C.** $z = 2 + i$ **D.** $z = -2 + i$

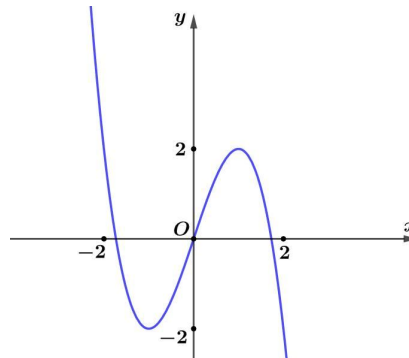
Câu 16. Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

- A.** $y = \frac{2x+2}{x+1}$. **B.** $y = \frac{2x}{1-x}$. **C.** $y = \frac{x-2}{x+2}$. **D.** $y = \frac{x}{x-2}$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a^2}{4}$ bằng

- A.** $2(\log_2 a - 1)$. **B.** $\log_2 a - 2$. **C.** $\log_2 a - 1$. **D.** $2\log_2 a - 1$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ?



- A.** $y = -x^4 + 3x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = 3x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(-1; 3; 2)$. **B.** $N(1; -3; 2)$. **C.** $P(1; 3; 2)$. **D.** $M(1; -3; -2)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào sau đây đúng?

- A.** $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. **C.** $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. **D.** $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$

Câu 21. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy bằng a . Thể tích khối nón là.

- A.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{16}$. **B.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{8}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + 1)$ bằng

- A.** $y' = \frac{2}{x-1}$. **B.** $y' = \frac{1}{x^2 - 2x + 1}$. **C.** $y' = \frac{1}{x-1}$. **D.** $y' = 2x - 2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$		

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-1; 5)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-3; -1)$.

Câu 24. Tính diện tích xung quanh của hình trụ, biết hình trụ có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$.

- A. $\pi a^2 \sqrt{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $2\pi a^2 \sqrt{3}$. D. πa^2 .

Câu 25. Giả sử $\int_{-1}^1 f(x) dx = -10$ và $\int_{-1}^3 f(y) dy = 5$. Chọn kết quả **đúng**.

- A. $\int_1^3 f(z) dz = 5$. B. $\int_1^3 f(z) dz = -5$. C. $\int_1^3 f(z) dz = 15$. D. $\int_1^3 f(z) dz = -15$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng

- A. 15. B. 17. C. 19. D. 13.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng 1.
 B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 3. D. 5.

Câu 30. Cho hàm $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 31. Cho $\log_2 3 = a$. Tính $P = \log_8 6$ theo a .

- A. $P = 3(1 + a)$. B. $P = \frac{1}{3}(1 + a)$. C. $P = 1 + a$. D. $P = 2 + a$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 33. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} \, dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$ B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$ C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$ D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α) .

- A. $x+2y+2z+15=0$. B. $x+2y+2z-15=0$.
C. $x+2y+2z-13=0$. D. $x+2y+2z+13=0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z-1+7i=0$. Phần ảo của $\bar{z}$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. -2 .

Câu 36. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

- A. $2a$. B. $2\sqrt{2}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.

Câu 37. Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{19}{28}$. C. $\frac{16}{21}$. D. $\frac{17}{42}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+10=0$, đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$

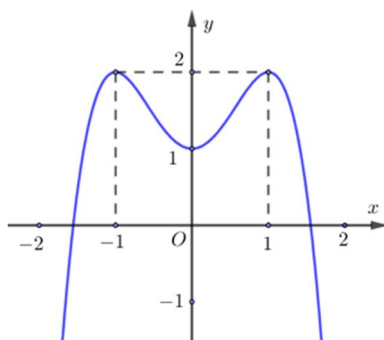
một khoảng bằng $\sqrt{2}$ có phương trình là

- A. $5x-4y+3z-9=0$ hoặc $5x-4y+3z+9=0$.
B. $5x+4y+3z+11=0$ hoặc $5x+4y+3z-11=0$.
C. $5x-4y+3z+9=0$ hoặc $5x-4y+3z-11=0$.
D. $5x+4y+3z+11=0$ hoặc $5x+4y+3z-9=0$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x nhỏ hơn 2022 thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3 \log_2 x + 2) \sqrt{16 - (0,5)^{2x}} \geq 0$.

- A. 2020. B. 2021. C. 2022. D. 2023.

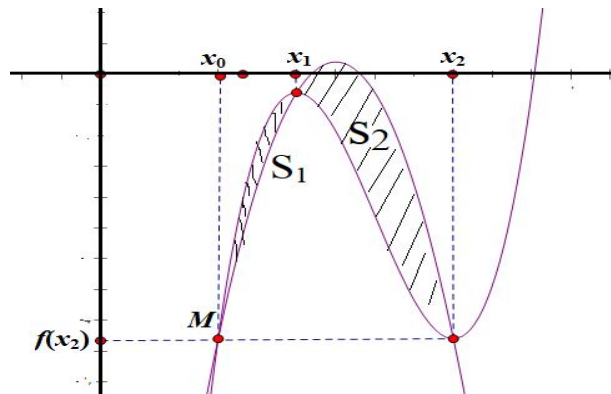
Câu 40. Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- A. 10. B. 11. C. 9. D. 8.

- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \cos x - e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -3$, khi đó $F(\pi)$ bằng
- A. $2\pi - e^{-\pi}$. B. $2\pi + e^{\pi}$. C. $2 + \pi - e^{-\pi}$. D. $2\pi - e^{\pi}$.
- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.
- Câu 43.** Cho S là tập hợp các số nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - (m-3)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$. Số phần tử của S là
- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.
- Câu 44.** Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = \sqrt{3}$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z+i| + |z-2-i|$ bằng $a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.
- A. 15. B. 9. C. 12. D. 7.
- Câu 45.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn: $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0; f(x_0))$, trong đó $x_0 = x_1 - 1$. Hàm số $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua điểm M và 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x), g(x)$).



- A. $\frac{6}{35}$. B. $\frac{5}{32}$. C. $\frac{7}{33}$. D. $\frac{4}{29}$.
- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là
- A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

D. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Câu 47. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S) . Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là:

A. $\frac{32\pi R^3}{81}.$

B. $\frac{32R^3}{81}.$

C. $\frac{32\pi R^3}{27}.$

D. $\frac{32R^3}{27}.$

Câu 48. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \in (2; 3].$

B. $a \in (8; +\infty).$

C. $a \in (6; 7].$

D. $a \in (-6; -5].$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 6 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2z = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên (P) với M có các tọa độ nguyên sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua M và vuông góc với nhau

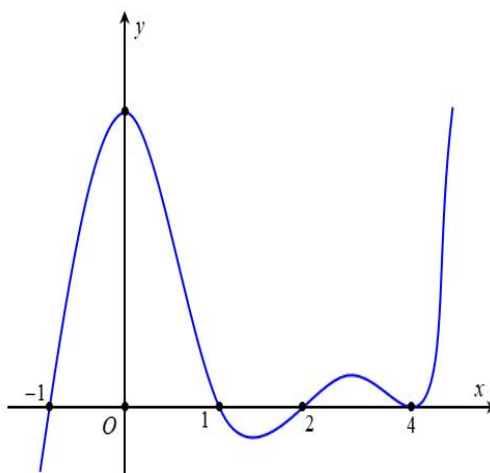
A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 7.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021) + 2022$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	C	A	D	B	C	B	C	D	A	A	C	D	D	A	D	B	A	C	A	D	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	C	C	A	B	B	C	C	B	D	C	D	A	C	A	A	C	D	B	D	A	C	D	B

HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU VẬN DỤNG

- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x nhỏ hơn 2022 thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2) \sqrt{16 - (0,5)^{2x}} \geq 0$.
- A.** 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 16 - (0,5)^{2x} \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$$

$$\text{Ta có } (\log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2) \sqrt{16 - (0,5)^{2x}} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - (0,5)^{2x} = 0 & (1) \\ \log_2^2 x - 3 \cdot \log_2 x + 2 \geq 0 & (2) \end{cases}$$

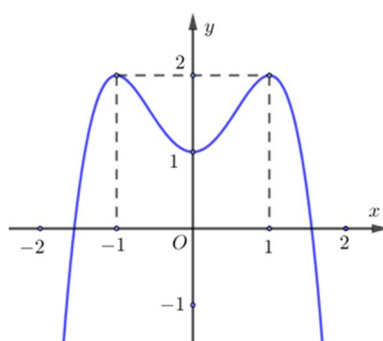
$$+ (1) \Leftrightarrow (0,5)^{2x} = 16 \Leftrightarrow 2x = -4 \Leftrightarrow x = -2 \text{ (không thỏa mãn)}$$

$$+ (2) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq 1 \\ \log_2 x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có các giá trị nguyên thỏa mãn trong trường hợp này là $x \in \{1; 2\} \cup \{4; 5; 6; \dots; 2021\}$.

Vậy có 2020 số nguyên x thỏa mãn đề bài.

- Câu 40.** Cho hàm số đa thức bậc bốn $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- A.** 10. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

$$\text{Ta có: } g'(x) = f'(x) \cdot f[f(x)]; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 & (1) \\ f[f(x)] = 0 & (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị ta thấy:

$$\text{TH1: Phương trình } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{TH2: Phương trình } f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (*) \\ f(x) = 1 & (**) \\ f(x) = -1 & (***) \end{cases}$$

Nhận xét:

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 0$. Suy ra phương trình (*) có 2 nghiệm.

Số nghiệm của phương trình (**) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$. Suy ra phương trình (**) có 3 nghiệm, trong đó có 1 nghiệm trùng với nghiệm của (1).

Số nghiệm của phương trình (***) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Suy ra phương trình (***) có 2 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$ là 9.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \cos x - e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -3$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. $2\pi - e^{-\pi}$.

B. $2\pi + e^{\pi}$.

C. $2 + \pi - e^{-\pi}$.

D. $2\pi - e^{\pi}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (\cos x - e^{-x}) dx = \sin x + e^{-x} + C_1$.

Mà $f(0) = 3$ nên $1 + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = 2$. Suy ra $f(x) = \sin x + e^{-x} + 2$.

Lại có $F(x) = \int f(x) dx = \int (\sin x + e^{-x} + 2) dx = -\cos x - e^{-x} + 2x + C_2$.

Hơn nữa, $F(0) = -3 \Leftrightarrow -1 - 1 + C_2 = -3 \Leftrightarrow C_2 = -1$.

$\Rightarrow F(x) = -\cos x - e^{-x} + 2x - 1$.

Suy ra $F(\pi) = 2\pi - e^{-\pi}$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

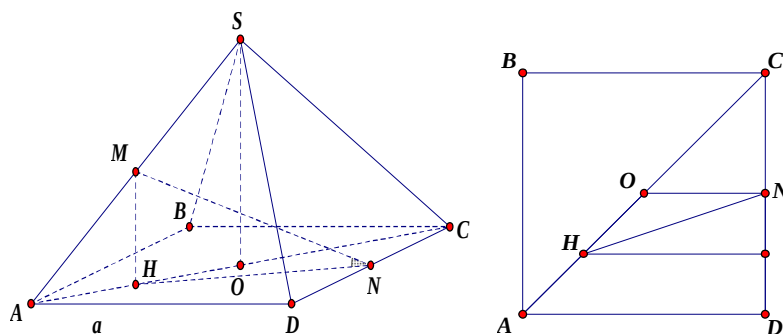
A. $\frac{a^3 \sqrt{30}}{18}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{3}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{5}}{12}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{5}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm OA , ta có $MH \parallel SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó $(MN, (ABCD)) = (MN, NH) = \widehat{MNH} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có: } NH^2 = \left(\frac{3}{4}AD\right)^2 + \left(\frac{1}{4}CD\right)^2 = \frac{5}{8}a^2 \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\tan \widehat{MNH} = \frac{MH}{NH} = \frac{MH}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{30}}{12}. \quad \text{Mặt khác: } SO = 2MH = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{30}}{6} = \frac{a^3\sqrt{30}}{18}.$$

Câu 43. Cho S là tập hợp các số nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - (m-3)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$. Số phần tử của S là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Ta có $\Delta = -3m^2 - 10m + 9$.

$$\text{+) TH1: } \Delta \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-5-2\sqrt{13}}{3} \leq m \leq \frac{-5+2\sqrt{13}}{3}, \text{ phương trình có 2 nghiệm } z_{1,2} = \frac{m-3 \pm \sqrt{\Delta}}{2},$$

khi đó

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |m-3| = |\sqrt{\Delta}| \Leftrightarrow (m-3)^2 = \Delta \Leftrightarrow 4m^2 + 4m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(tm) \\ m = -1(tm) \end{cases}.$$

$$\text{+) TH2: } \Delta < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{-5-2\sqrt{13}}{3} \\ m > \frac{-5+2\sqrt{13}}{3} \end{cases}, \text{ phương trình có 2 nghiệm } z_{1,2} = \frac{m-3 \pm i\sqrt{-\Delta}}{2},$$

khi đó

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |m-3| = |i\sqrt{-\Delta}| \Leftrightarrow (m-3)^2 = -\Delta \Leftrightarrow 2m^2 + 16m - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(tm) \\ m = -9(tm) \end{cases}.$$

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. Do đó số phần tử của S là 4.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1| = \sqrt{3}$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z+i| + |z-2-i|$ bằng $a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. 15.

B. 9.

C. 12.

D. 7.

Lời giải

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có $|z-1| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |x-1+yi| = \sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = \sqrt{3}$
 $\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 3 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2x+2$ (*).

$$\begin{aligned} \text{Lại có: } P &= |z+i| + |z-2-i| = |x+(y+1)i| + |x-2+(y-1)i| \\ &= \sqrt{x^2 + y^2 + 2y+1} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x-2y+5} \end{aligned}$$

Kết hợp với (*) ta được $P = \sqrt{2x+2y+2} + \sqrt{6-2x-2y} = \sqrt{2(x+y)+2} + \sqrt{7-2(x+y)}$

Đặt $t = x+y$ thì $P = f(t) = \sqrt{2t+3} + \sqrt{7-2t}$ với $t \in \left[-\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right]$.

Cách 1: (Sử dụng phương pháp hàm số).

Ta có: $f'(t) = \frac{1}{\sqrt{2t+3}} - \frac{1}{\sqrt{7-2t}}$. Xét $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$$\text{Mà } f(1) = 2\sqrt{5}; f\left(-\frac{3}{2}\right) = \sqrt{10}; f\left(\frac{7}{2}\right) = \sqrt{10}.$$

Vậy $\max f(t) = f(1) = 2\sqrt{5}$ xảy ra khi $t = 1$.

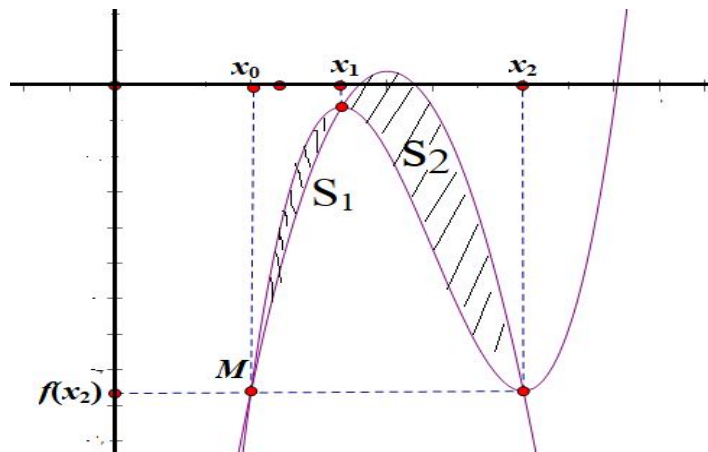
Nên $a = 2; b = 5$ nên $a+b = 7$.

Cách 2: (Sử dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki).

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki cho 2 cặp số $(1;1)$ và $(\sqrt{2t+3}; \sqrt{7-2t})$

Ta có: $\sqrt{2t+3} + \sqrt{7-2t} \leq \sqrt{(1+1) \cdot 10} = 2\sqrt{5}$. Đẳng thức xảy ra khi $t = 1$.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thỏa mãn: $x_2 = x_1 + 2$ và $f(x_1) - 3f(x_2) = 0$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0; f(x_0))$, trong đó $x_0 = x_1 - 1$. Hàm số $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị qua điểm M và 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x), g(x)$).



A. $\frac{6}{35}$.

B. $\frac{5}{32}$.

C. $\frac{7}{33}$.

D. $\frac{4}{29}$.

Lời giải:

Nhận thấy hình phẳng trên có diện tích không đổi khi ta tịnh tiến đồ thị sang trái sao cho $x_0 = 0$. Khi đó ta có $x_1 = 1, x_2 = 3$. Xét hàm $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^2 + nx + p$.

Vì $x_1 = 1, x_2 = 3$ là các điểm cực trị nên ta có:
$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Hơn nữa, ta có $f(1) = 3f(3) \Leftrightarrow a + b + c + d = 3(27a + 9b + 3c + d)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra
$$\begin{cases} b = -6a \\ c = 9a \\ d = 2a \end{cases}$$

Mặt khác dựa vào đồ thị ta thấy:
$$\begin{cases} g(0) = f(0) \\ g(1) = 3g(3) \\ g(0) = g(3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 2a \\ m = -2a \\ n = -3a \end{cases}$$

Suy ra $f(x) = a(x^3 - 6x^2 + 9x + 2)$, $g(x) = a(-2x^2 + 6x + 2)$

Khi đó ta có: $S_1 = |a| \int_0^1 |x^3 - 4x^2 + 3x| dx = \frac{5}{12}|a|$, $S_2 = |a| \int_1^3 |x^3 - 4x^2 + 3x| dx = \frac{8}{3}|a|$

Do đó, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{32}$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

B. $d: \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

D. $d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Vector chỉ phương của $\Delta: \vec{u}_\Delta (1; 1; -1)$, vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 2)$.

Vì $\begin{cases} d \perp \Delta \\ d \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{u}_\Delta; \vec{n}_{(P)}] = (4; -3; 1)$.

Tọa độ giao điểm $H = \Delta \cap (P)$ là nghiệm của hệ
$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - t \\ x + 2y + 2z - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow t = -2 \Rightarrow H(-2; -1; 4)$$
.

Lại có $(d; \Delta) \cap (P) = d$, mà $H = \Delta \cap (P)$. Suy ra $H \in d$.

Vậy đường thẳng d đi qua $H(-2; -1; 4)$ và có VTCP $\vec{u}_d = (4; -3; 1)$ nên có phương trình

$$d: \begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = -1 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$
.

Câu 47. Cho mặt cầu (S) bán kính R . Hình nón (N) thay đổi có đỉnh và đường tròn đáy thuộc mặt cầu (S) . Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là:

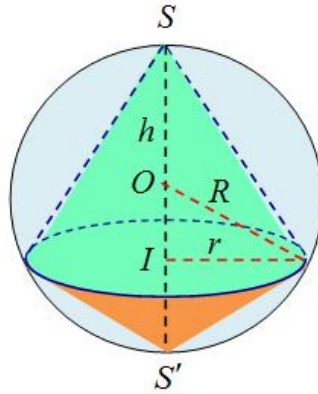
A. $\frac{32\pi R^3}{81}$.

B. $\frac{32R^3}{81}$.

C. $\frac{32\pi R^3}{27}$.

D. $\frac{32R^3}{27}$.

Lời giải



Ta có thể tích khối nón đỉnh S lớn hơn hoặc bằng thể tích khối nón đỉnh S' . Do đó chỉ cần xét khối nón đỉnh S có bán kính đường tròn đáy là r và đường cao là $SI = h$ với $h \geq R$.

Thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) là:

$$V = \frac{1}{3}h.S_{(c)} = \frac{1}{3}h.\pi.r^2 = \frac{1}{3}h.\pi.[R^2 - (h - R)^2] = \frac{1}{3}\pi(-h^3 + 2h^2R).$$

Xét hàm số: $f(h) = -h^3 + 2h^2R$ với $h \in [R; 2R]$.

Ta có $f'(h) = -3h^2 + 4hR$. $f'(h) = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + 4hR = 0 \Leftrightarrow h = 0$ (loại) hoặc $h = \frac{4R}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	R	$\frac{4R}{3}$	$2R$
$f'(h)$	+	0	-
$f(h)$	R^3	$\frac{32R^3}{27}$	0

Ta có: $\max f(h) = \frac{32}{27}R^3$ tại $h = \frac{4R}{3}$.

Vậy thể tích khối nón được tạo nên bởi (N) có giá trị lớn nhất là $V = \frac{1}{3}\pi \frac{32}{27}R^3 = \frac{32}{81}\pi R^3$ khi $h = \frac{4R}{3}$.

Câu 48. Gọi a là số thực lớn nhất để bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a \in (2; 3]$.

B. $a \in (8; +\infty)$.

C. $a \in (6; 7]$.

D. $a \in (-6; -5]$.

Lời giải

Đặt $t = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ suy ra $t \geq \frac{3}{4}$

Bất phương trình $x^2 - x + 2 + a \ln(x^2 - x + 1) \geq 0 \Leftrightarrow t + a \ln t + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a \ln t \geq -t - 1$

Trường hợp 1: $t = 1$ khi đó $a \ln t \geq -t - 1$ luôn đúng với mọi a .

Trường hợp 2: $\frac{3}{4} \leq t < 1$

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t} \geq 0, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right)$

do đó $a \leq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in \left[\frac{3}{4}; 1\right) \Leftrightarrow a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$

Trường hợp 3: $t > 1$

Ta có $a \ln t \geq -t - 1, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t-1}{\ln t} \Rightarrow f'(t) = -\frac{\ln t - 1 - \frac{1}{t}}{\ln^2 t}, \forall t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $g(t) = \ln t - 1 - \frac{1}{t} \Leftrightarrow g'(t) = \frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} > 0$

Vậy $g(t) = 0$ có tối đa một nghiệm.

Vì $g(1) = -2; \lim_{t \rightarrow +\infty} g(t) = +\infty$ vậy $g(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm trên $(1; +\infty)$

Do đó $f'(t) = 0$ có duy nhất một nghiệm là t_0 . Khi đó $\ln t_0 = \frac{t_0 + 1}{t_0}$ suy ra $f(t_0) = -t_0$

Bảng biến thiên:

t	1		t_0		$+\infty$
f'		+	0	-	
f		$-\infty$	$-t_0$	$-\infty$	

Vậy $a \geq \frac{-t-1}{\ln t}, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow a \geq -t_0$.

Vậy $-t_0 \leq a \leq \frac{-7}{4 \ln \frac{3}{4}}$. Từ đó ta có số thực a thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $a \in (6; 7]$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 6 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2z = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên (P) với M có các tọa độ nguyên sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua M và vuông góc với nhau

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Tâm và bán kính mặt cầu là: $I(3; 1; -1), R = \sqrt{5}$. Gọi $M(2a; b; a) \in (P)$

Nhận xét:

Nếu $IM < R$ thì không có tiếp tuyến của (S) qua M .

Nếu $IM = R$ thì tập hợp các tiếp tuyến của (S) qua M là một mặt phẳng nên có vô số cặp tiếp tuyến của (S) qua M .

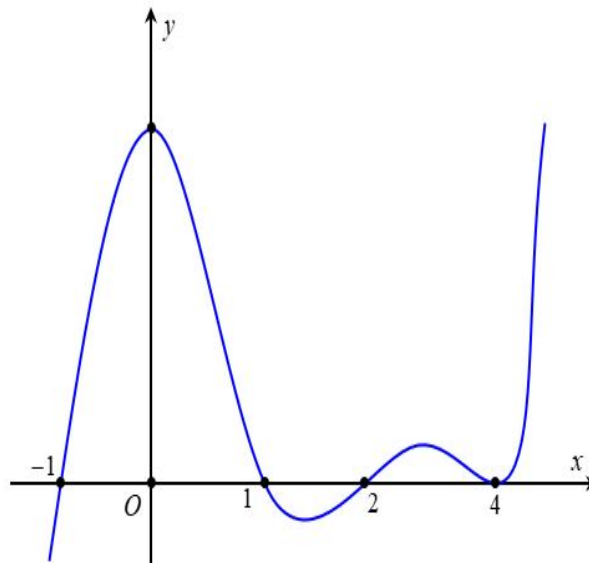
Nếu $IM > R$ thì tập hợp các tiếp tuyến của (S) qua M là một mặt nón tròn xoay đỉnh M ngoại tiếp (S) , mỗi đường sinh là một tiếp tuyến. Để tồn tại cặp đường sinh vuông góc với nhau thì góc ở đỉnh của mặt nón phải lớn hơn hoặc bằng 90° suy ra $IM \leq R\sqrt{2}$.

Kết luận: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow R \leq IM \leq R\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 5 \leq IM^2 \leq 10 \\ \Leftrightarrow 5 \leq (2a-3)^2 + (b-1)^2 + (a+1)^2 \leq 10 \\ \Leftrightarrow 5 \leq 5(a-1)^2 + 5 + (b-1)^2 \leq 10 \\ \Leftrightarrow 0 \leq 5(a-1)^2 + (b-1)^2 \leq 5 \end{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 = 0 \\ (b-1)^2 = 0 \\ (b-1)^2 = 1 \\ (b-1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ b = 0, b = 2 \\ b = -1, b = 3 \end{cases}$$

Vậy có 7 điểm M thỏa mãn bài toán.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021) + 2022$ có đúng 11 điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải.

Với mỗi tham số m thì số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021) + 2022$

và $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021)$ bằng nhau.

Do đó ta chỉ cần tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021)$ có đúng 11 điểm cực trị.

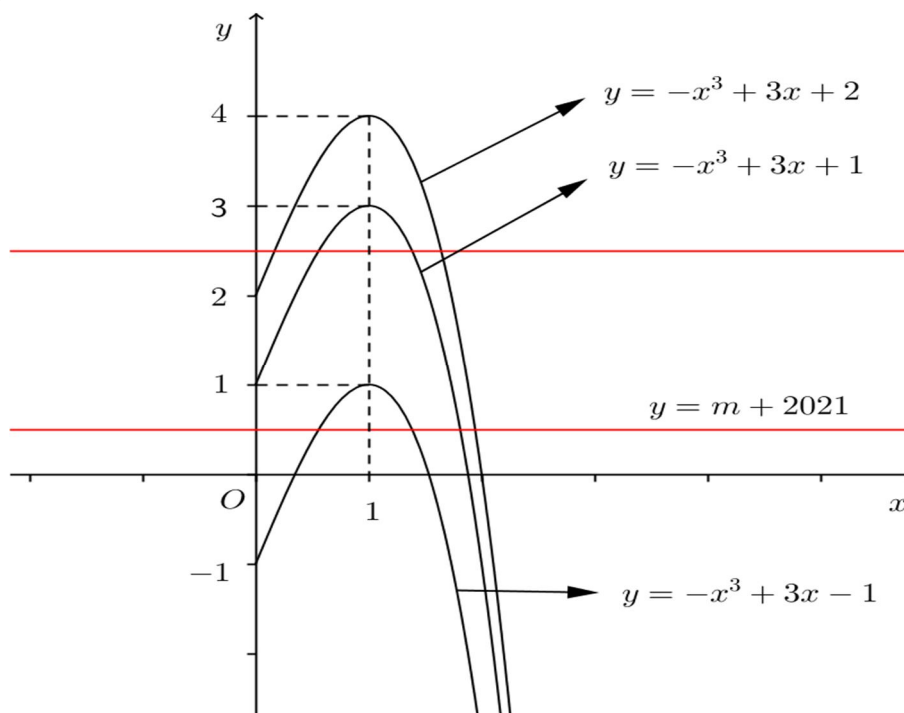
Xét $x > 0$: Hàm số có dạng $y = f(x^3 - 3x + m + 2021)$.

Khi đó ta có đạo hàm như sau: $y' = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x + m + 2021)$.

Do nghiệm của phương trình $x^3 - 3x + m + 2021 = 4$ là các nghiệm bội bậc chẵn của phương trình $y' = 0$ nên ta chỉ cần quan tâm đến các nghiệm còn lại. Tức là

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 3 = 0 \\ f'(x^3 - 3x + m + 2021) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (do } x > 0) \\ x^3 - 3x + m + 2021 = -1 \\ x^3 - 3x + m + 2021 = 1 \\ x^3 - 3x + m + 2021 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (do } x > 0) \\ m + 2021 = -x^3 + 3x - 1 \\ m + 2021 = -x^3 + 3x + 1 \\ m + 2021 = -x^3 + 3x + 2 \end{cases}$$

Vẽ đồ thị ba hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$; $y = -x^3 + 3x + 1$; $y = -x^3 + 3x + 2$ với $x > 0$ trên cùng một hệ trục.



Hàm số $y = f(|x|^3 - 3|x| + m + 2021)$ có đúng 11 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y = f(x^3 - 3x + m + 2021)$ có đúng 5 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f'(x^3 - 3x + m + 2021) = 0$ có đúng 4 nghiệm bội lẻ dương và khác 1

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m + 2021$ cắt đồ thị ba hàm số $y = -x^3 + 3x - 1$; $y = -x^3 + 3x + 1$; $y = -x^3 + 3x + 2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ dương khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m + 2021 < 1 \\ 2 < m + 2021 < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2022 < m < -2020 \\ -2019 < m < -2018 \end{cases}$$

Do điều kiện m nguyên nên $m = -2021$. Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 1. Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử:

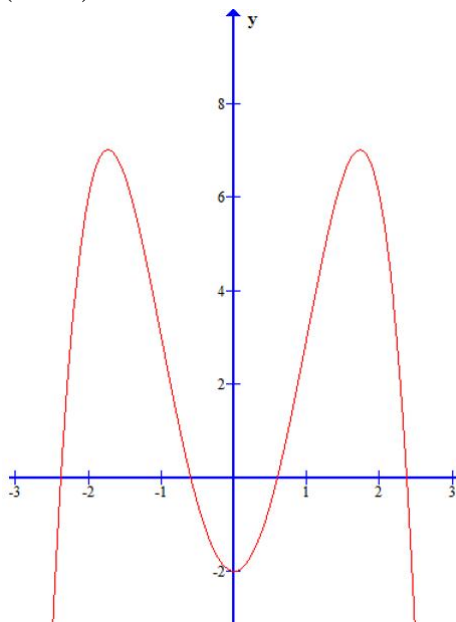
A. 480.

B. 720.

C. 840.

D. 35.

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 3. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(-2; 3; 0)$ và vuông góc với đường thẳng Δ :

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \text{ là}$$

A. $3x - y + 2z = 0$.

B. $3x - y - 2z + 9 = 0$.

C. $3x - y + 2z + 9 = 0$.

D. $-3x + y + 2z + 9 = 0$.

Câu 4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2022}$.

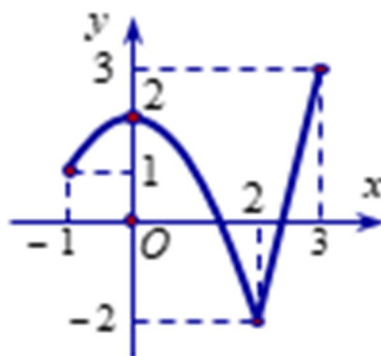
A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.

C. $\mathcal{D} = (2; 3)$.

D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình bên dưới



Trên đoạn $[-1; 3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. -1.

B. -2.

C. 3.

D. 2.

- Câu 6.** Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng
A. $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5 . **D.** 7 .
- Câu 7.** Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh
A. $\frac{4}{455}$. **B.** $\frac{24}{455}$. **C.** $\frac{4}{165}$. **D.** $\frac{33}{91}$.
- Câu 8.** Cho hai số phức $z_1 = 1 + 5i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Xác định phần ảo của số phức $2z_1 + 3z_2$?
A. 11. **B.** -16 . **C.** $16i$. **D.** 16.
- Câu 9.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = -x^2 + x$. **B.** $y = -x^3 + x - 1$. **C.** $y = -x^3 - x + 3$. **D.** $y = \frac{x+2}{x-1}$.
- Câu 10.** Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa mãn $\log_a b + \log_{b^2} a = 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?
A. $a = \frac{1}{b}$. **B.** $a = b$. **C.** $a = \frac{1}{b^2}$. **D.** $a = b^2$.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?
A. $M(-1; 2; -3)$. **B.** $N(1; -2; 3)$. **C.** $P(-3; 4; 5)$. **D.** $Q(3; -4; 5)$.
- Câu 12.** Số hạng thứ chứa a^3 trong khai triển $(a+b)^4$ là
A. $C_4^1 a^3 b$. **B.** $C_4^2 a^3 b$. **C.** $A_4^1 a^3 b$. **D.** $P_4 a^3 b$.
- Câu 13.** Nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2 x^2$ là
A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ có phương trình là
A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z+1}{-4}$. **B.** $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$.
- Câu 15.** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$?
A. Điểm $P(-1; -1)$. **B.** Điểm $N(-1; -2)$. **C.** Điểm $M(-1; 0)$. **D.** Điểm $Q(-1; 1)$.
- Câu 16.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $M(5; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng
A. -3 . **B.** $-3i$. **C.** 5 . **D.** $3i$.
- Câu 17.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB = a$ và đường cao $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:
A. a^3 . **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 18.** $\int e^t x dx$, (t là hằng số) bằng
A. $\frac{e^t}{2} x^2 + C$. **B.** $e^t + C$. **C.** $2e^t x^2 + C$. **D.** $e^t(x+1) + C$.
- Câu 19.** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $[0; +\infty)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-2; 2; 0)$; $\vec{b} = (2; 2; 0)$ và $\vec{c} = (2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A. 6. B. $2\sqrt{11}$. C. 11. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	3	1	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. Hàm số có ba điểm cực trị. B. Hàm số có hai điểm cực tiểu.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 25. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x-1}$ là

- A. $\frac{9^x}{3} + C$. B. $\frac{9^x}{3\ln 3} + C$. C. $\frac{9^x}{6\ln 3} + C$. D. $\frac{9^x}{6} + C$.

Câu 26. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng $4a$ là

- A. $64\pi a^2$. B. $16\pi a^2$. C. $16a^2$. D. $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

- A. $\frac{12a}{7}$. B. $\frac{3a}{7}$. C. $\frac{4a}{7}$. D. $\frac{6a}{7}$.

Câu 28. Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-			-	0	+

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 30. Thể tích khối lập phương cạnh a là

- A.** a^3 . **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a$. **D.** $6a^2$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y = 1$ và $y = -1$.
C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 32. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ là bao nhiêu?

- A.** $I = 3$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 6$. **D.** $I = 7$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 9$ là

- A.** $I(3; -2; -4)$. **B.** $I(3; 2; -4)$. **C.** $I(3; 2; 4)$. **D.** $I(-3; 2; 4)$.

Câu 34. Cho số phức $z = 4 + 6i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn cho số phức $w = i\bar{z} + z$ có tọa độ là

- A.** $(-10; 10)$. **B.** $(-2; 10)$. **C.** $(10; -10)$. **D.** $(10; 10)$.

Câu 35. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = \int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$.
B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.
C. $\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$. ($k \in \mathbb{R}$).
D. $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 36. Với mọi số thực a, b dương, $\ln a^2 b^3$ bằng

- A.** $2 \ln a + 3 \ln b$. **B.** $2 \ln a - 3 \ln b$. **C.** $\ln(ab)^6$. **D.** $6 \ln a \cdot \ln b$.

Câu 37. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A.** $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{\ln 3}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. **D.** $y' = \frac{1}{3x}$.

Câu 38. Thể tích khối trụ có chiều cao và bán kính đáy đều bằng a là

- A.** πa^3 . **B.** $\frac{1}{3} \pi a^3$. **C.** $3 \pi a^3$. **D.** $2 \pi a^3$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$	
y'	-		+	0	-	+
y	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(1 - 2f(x)) = 3$ là

- A. 14. B. 16. C. 8. D. 9.

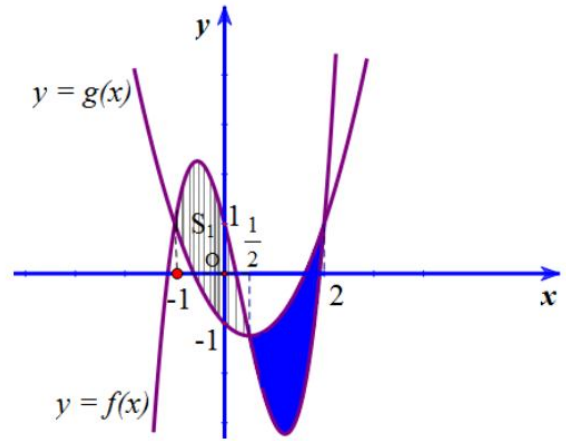
Câu 40. Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 4. B. 7. C. 6. D. Vô số.

Câu 41. Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $y = g(x) = mx^2 + nx + k$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; \frac{1}{2}; 2$ và có đồ thị như hình vẽ.

Biết phần diện tích kẻ sọc (hình S_1) bằng $\frac{81}{32}$.

Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = \frac{1}{2}; x = 2$ (phần bôi đen trong hình vẽ) bằng



- A. $\frac{79}{24}$. B. $\frac{247}{96}$.
C. $\frac{81}{32}$. D. $\frac{45}{16}$.

Câu 42. Cho số phức w , biết rằng $z_1 = w + 3i$ và $z_2 = 3w + i$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các số thực. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. 5. B. 4. C. 8. D. 12.

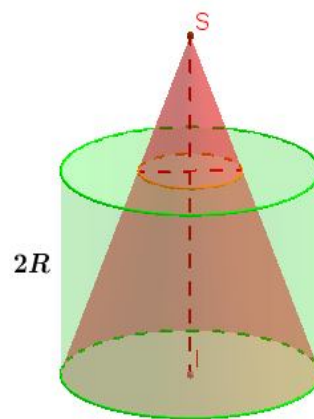
Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA = SC$, $SB = SD$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng DI và mặt phẳng (SCD) bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. $\frac{16}{3}a^3$.

Câu 44. Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{10}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.

Tỉ số thể tích phần khối nón nằm ngoài khối trụ và phần khối trụ không giao với khối nón là

- A. $\frac{1}{56}$. B. $\frac{1}{27}$.
C. $\frac{1}{54}$. D. $\frac{1}{28}$.

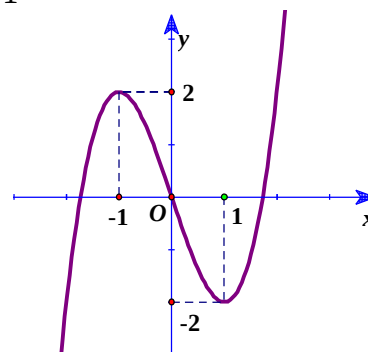


Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.
C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có đồ thị như hình bên dưới. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$ có 6 điểm cực trị là:

- A. 2.
B. 4.
C. 6.
D. 8.



Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất 7 số nguyên $b \in (0; 10)$ thỏa mãn $\log_5(b^2 + 16) + \log_3[b(13 - a)] - \log_7(a - 3) \geq 5$?

- A. 9. B. 8. C. 11. D. 1.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 4\cos 2x + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$. Biết

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi^2}{8} - 2$, khi đó $F(0)$ bằng

- A. -1. B. 1. C. -3. D. 3.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

- A. $\sqrt{313}$. B. $\sqrt{313} + 8$. C. $\sqrt{313} + 16$. D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z - m = 0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng các phần tử của tập hợp T là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

-----Hết-----

BẢNG ĐÁP ÁN

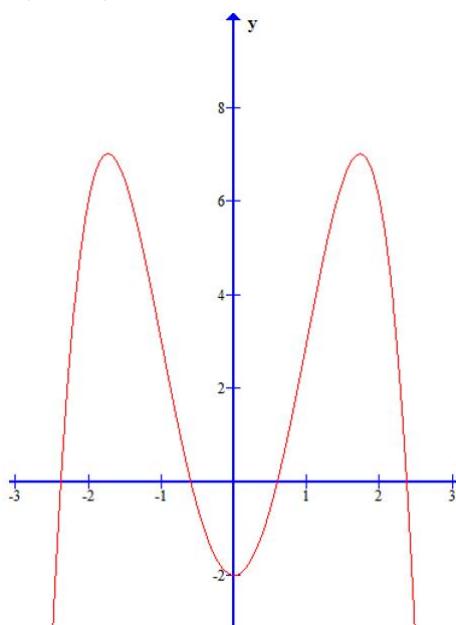
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	C	D	D	C	A	D	C	B	B	A	A	A	D	A	B	A	B	B	D	D	A	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	C	D	A	B	D	A	D	A	A	C	A	A	D	C	B	B	D	A	B	D	C	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử:

- A. 480. B. 720. C. 840. D. 35.

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b > 0, c > 0$.
C. $a < 0, b < 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

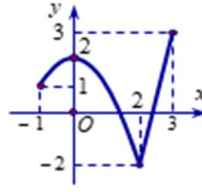
Câu 3. Phương trình mặt phẳng đi qua $M(-2; 3; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ là

- A. $3x - y + 2z = 0$. B. $3x - y - 2z + 9 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 9 = 0$. D. $-3x + y + 2z + 9 = 0$.

Câu 4. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 5x + 6)^{-2022}$.

- A. $\mathcal{D} = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.
C. $\mathcal{D} = (2; 3)$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình bên dưới



Trên đoạn $[-1;3]$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. -1. B. -2. C. 3. **D. 2.**

Câu 6. Mo dun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{5}$. **C. 5.** D. 7.

Câu 7. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh

- A. $\frac{4}{455}$.** B. $\frac{24}{455}$. C. $\frac{4}{165}$. D. $\frac{33}{91}$.

Câu 8. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 5i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Xác định phần ảo của số phức $2z_1 + 3z_2$?

- A. 11. B. -16. C. $16i$. **D. 16.**

Câu 9. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = -x^2 + x$. B. $y = -x^3 + x - 1$. **C. $y = -x^3 - x + 3$.** D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 10. Cho a, b là các số thực dương khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2} b + \log_{b^2} a = 1$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $a = \frac{1}{b}$. **B. $a = b$.** C. $a = \frac{1}{b^2}$. D. $a = b^2$.

Câu 11. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(-1; 2; -3)$. **B. $N(1; -2; 3)$.** C. $P(-3; 4; 5)$. D. $Q(3; -4; 5)$.

Câu 12. Số hạng thứ chứa a^3 trong khai triển $(a+b)^4$ là

- A. $C_4^1 a^3 b$.** B. $C_4^2 a^3 b$. C. $A_4^1 a^3 b$. D. $P_4 a^3 b$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2 x^2$ là

- A. $x = 1$.** B. $x = 2$. C. $x = 0$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 14. Trong không gian Oxyz, đường thẳng Δ đi qua $A(1; 2; -1)$ và song song với đường thẳng

$d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z+1}{-4}$.** B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+1}{-2}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{1}$.

Câu 15. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$?

A. Điểm $P(-1; -1)$.

B. Điểm $N(-1; -2)$.

C. Điểm $M(-1; 0)$.

D. Điểm $Q(-1; 1)$.

Câu 16. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $M(5; -3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng

A. -3 .

B. $-3i$.

C. 5 .

D. $3i$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều với $AB = a$ và đường cao $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18. $\int e^t x dx$, (t là hằng số) bằng

A. $\frac{e^t}{2} x^2 + C$.

B. $e^t + C$.

C. $2e^t x^2 + C$.

D. $e^t(x+1) + C$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $[0; +\infty)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-2; 2; 0)$; $\vec{b} = (2; 2; 0)$ và $\vec{c} = (2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

A. 6 .

B. $2\sqrt{11}$.

C. 11 .

D. $2\sqrt{6}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$.

B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.

C. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	3	1	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0 .

B. 2 .

C. 1 .

D. 3 .

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$					$+\infty$

Diagram illustrating the function y as a zigzag path between points labeled 0 and 3 , corresponding to the intervals defined by the critical points x .

Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A.** Hàm số có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 25. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x-1}$ là

- A.** $\frac{9^x}{3} + C$. **B.** $\frac{9^x}{3\ln 3} + C$. **C.** $\frac{9^x}{6\ln 3} + C$. **D.** $\frac{9^x}{6} + C$.

Câu 26. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng $4a$ là

- A.** $64\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $16a^2$. **D.** $\frac{4\pi a^2}{3}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

- A.** $\frac{12a}{7}$. **B.** $\frac{3a}{7}$. **C.** $\frac{4a}{7}$. **D.** $\frac{6a}{7}$.

Câu 28. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A.** 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 30. Thể tích khối lập phương cạnh a là

- A.** a^3 . **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a$. **D.** $6a^2$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang là các đường thẳng có phương trình $x=1$ và $x=-1$.

Câu 32. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx$ là bao nhiêu?

A. $I = 3$.

B. $I = 5$.

C. $I = 6$.

D. $I = 7$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+4)^2 = 9$ là

A. $I(3; -2; -4)$.

B. $I(3; 2; -4)$.

C. $I(3; 2; 4)$.

D. $I(-3; 2; 4)$.

Câu 34. Cho số phức $z = 4 + 6i$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn cho số phức $w = i\bar{z} + z$ có tọa độ là

A. $(-10; 10)$.

B. $(-2; 10)$.

C. $(10; -10)$.

D. $(10; 10)$.

Câu 35. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\int_a^b f(x) \cdot g(x)dx = \int_a^b f(x)dx \cdot \int_a^b g(x)dx$.

B. $\int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$.

C. $\int_a^b k \cdot f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$. ($k \in \mathbb{R}$).

D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

Câu 36. Với mọi số thực a, b dương, $\ln a^2 b^3$ bằng

A. $2\ln a + 3\ln b$.

B. $2\ln a - 3\ln b$.

C. $\ln(ab)^6$.

D. $6\ln a \cdot \ln b$.

Câu 37. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$.

B. $y' = \frac{\ln 3}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

D. $y' = \frac{1}{3x}$.

Câu 38. Thể tích khối trụ có chiều cao và bán kính đáy đều bằng a là

A. πa^3 .

B. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

C. $3\pi a^3$.

D. $2\pi a^3$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$	
y'	-		+	0	-	+
y	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(1 - 2f(x)) = 3$ là

A. 14.

B. 16.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$	
y'	-		+	0	-	+
y	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	$-\infty$	4	$-\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Ta có: $f(x) = 3 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} x = a (0 < a < 1) \\ x = b (1 < b < \sqrt{2}) \\ x = c (\sqrt{2} < c < 4) \\ x = d (d > 4) \end{cases}.$$

Khi đó: $f(1 - 2f(x)) = 3 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 1 - 2f(x) = a (0 < a < 1) \\ 1 - 2f(x) = b (1 < b < \sqrt{2}) \\ 1 - 2f(x) = c (\sqrt{2} < c < 4) \\ 1 - 2f(x) = d (d > 4) \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1-a}{2} = m \left(0 < m < \frac{1}{2} \right) \\ f(x) = \frac{1-b}{2} = n \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2} < n < 0 \right) \\ f(x) = \frac{1-c}{2} = p \left(-\frac{3}{2} < p < \frac{1-\sqrt{2}}{2} \right) \\ f(x) = \frac{1-d}{2} = q \left(q < -\frac{3}{2} \right) \end{cases}.$$

Từ bảng biến thiên ta thấy:

x	0	1	$\sqrt{2}$	4	$+\infty$
y'	-	+	0	-	+
y	$+\infty$ ↘ $-\frac{3}{2}$	$-\infty$ ↗ 4	↘ $-\infty$	$-\frac{3}{2}$ ↗ $+\infty$	

Phương trình: $f(x) = m \left(0 < m < \frac{1}{2} \right)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình: $f(x) = n \left(\frac{1-\sqrt{2}}{2} < n < 0 \right)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình: $f(x) = p \left(-\frac{3}{2} < p < \frac{1-\sqrt{2}}{2} \right)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình: $f(x) = q \left(q < -\frac{3}{2} \right)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f(1-2f(x)) = 3$ có 14 nghiệm phân biệt.

Câu 40. Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 4.

B. 7.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

Điều kiện xác định $x+5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$

Đặt $f(x) = (x^3 - 9x)\ln(x+5)$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x+5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

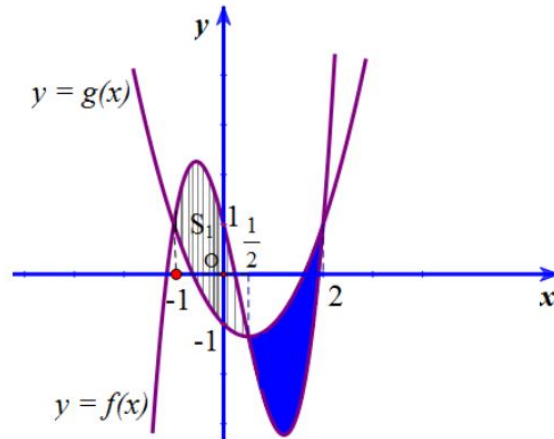
Bảng xét dấu:

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

$$\text{Khi đó } f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x < -4 \\ -3 < x < 0 \\ x > 3 \end{cases}$$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên có vô số giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hai hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $y = g(x) = mx^2 + nx + k$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; \frac{1}{2}; 2$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết phần diện tích kẻ sọc (hình S_1) bằng $\frac{81}{32}$. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = \frac{1}{2}; x = 2$ (phần bôi đen trong hình vẽ) bằng

A. $\frac{79}{24}$.

B. $\frac{247}{96}$.

C. $\frac{81}{32}$.

D. $\frac{45}{16}$.

Lời giải

Ta có

$$f(x) - g(x) = a(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) \quad (a > 0)$$

$$S_1 = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} [f(x) - g(x)] dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} a(x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = a \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = a \cdot \frac{81}{64}$$

$$\text{Mà } S_1 = \frac{81}{32} \Rightarrow a = 2.$$

$$\text{Khi đó: } S_2 = \int_{\frac{1}{2}}^2 [g(x) - f(x)] dx = -2 \int_{\frac{1}{2}}^2 (x+1)\left(x - \frac{1}{2}\right)(x-2) dx = \frac{81}{32}.$$

Câu 42. Cho số phức w , biết rằng $z_1 = w + 3i$ và $z_2 = 3w + i$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với a, b là các số thực. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

A. 5.

B. 4.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Theo Vi-et ta có $z_1 + z_2 = -a$.

Theo giả thiết ta có $z_1 + z_2 = x + yi + 3i + 3(x + yi) + i = 4x + (4y + 4)i$.

$$\Rightarrow -a = 4x + (4y + 4)i \text{ là số thực } \Rightarrow 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1.$$

$$z_1 \cdot z_2 = (x - i + 3i)(3x - 3i + i) = (x + 2i)(3x - 2i) = (3x^2 + 4) + 4xi = b \text{ là số thực}$$

$$\Rightarrow 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\Rightarrow w = -i \Rightarrow z_1 = 2i, z_2 = -2i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 4.$$

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA = SC$, $SB = SD$, $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = 2a$, $AD = a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) cùng vuông góc với nhau. Gọi I là trung điểm của AB , góc giữa đường thẳng DI và mặt phẳng (SCD) bằng 30° . Thể tích khối chóp đã cho bằng

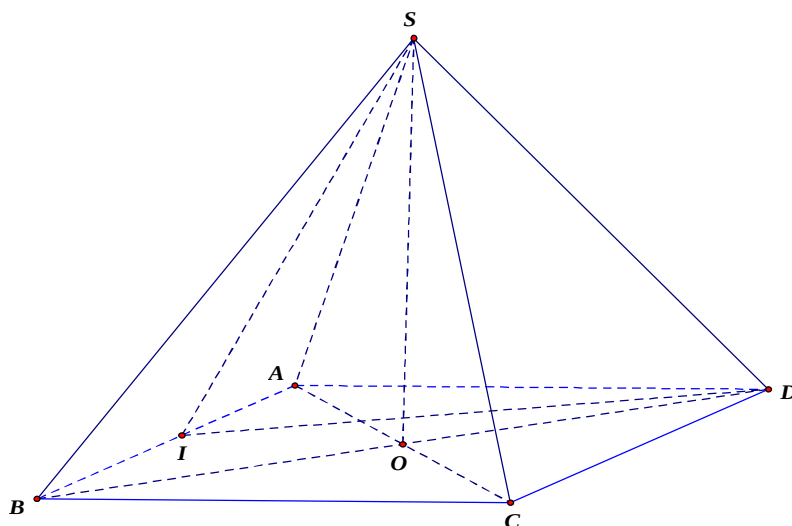
A. $\frac{2}{3}a^3$.

B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{16}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $(SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD$.

Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $SI \perp AB \Rightarrow SI \perp Sx \Rightarrow SI \perp (SCD) \Rightarrow SI \perp SD$.

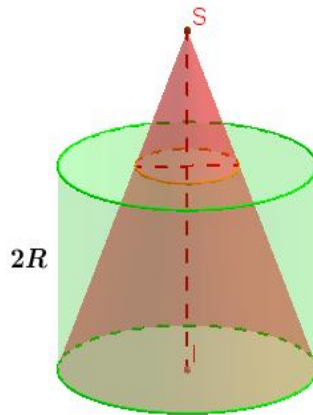
Suy ra $\widehat{(DI, (SCD))} = \widehat{SDI} = 30^\circ$.

$$ID = a\sqrt{2} \Rightarrow SD = \frac{a\sqrt{6}}{2}; OD = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Từ đó ta tính được $SO = \frac{a}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot 2a \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 44. Cho hình nón có độ dài đường kính đáy là $2R$, độ dài đường sinh là $R\sqrt{10}$ và hình trụ có chiều cao và đường kính đáy đều bằng $2R$, lồng vào nhau như hình vẽ.



Tỉ số thể tích phần khối nón nằm ngoài khối trụ và phần khối trụ không giao với khối nón là

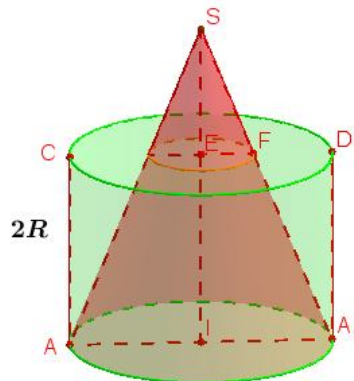
A. $\frac{1}{56}.$

B. $\frac{1}{27}.$

C. $\frac{1}{54}.$

D. $\frac{1}{28}.$

Lời giải



Ta có $SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{10R^2 - R^2} = 3R \Rightarrow SE = SI - EI = R.$

Mặt khác: $\frac{SE}{SI} = \frac{EF}{IA_1} = \frac{1}{3} \Rightarrow EF = \frac{IA_1}{3} = \frac{R}{3}$

Thể tích khối nón lớn (có đường cao SI) là $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot 3R = \pi R^3.$

Thể tích khối nón nhỏ (có đường cao SE) là $V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot R = \frac{\pi R^3}{27}.$

Thể tích phần khối giao nhau giữa khối nón và khối trụ là $V_3 = V_1 - V_2 = \frac{26}{27} \pi R^3.$

Thể tích khối trụ là $V_4 = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3.$

Suy ra thể tích phần khối trụ không giao với khối nón là $V = V_4 - V_3 = \frac{28}{27}\pi R^3$.

Vậy tỉ số thể tích cần tìm là $\frac{V_2}{V} = \frac{1}{28}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2; 3; -5)$.

Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = (3; -2; -1)$.

Gọi $M \in d$ suy ra $M(2+2m; 3+3m; -4-5m)$ và $N \in d'$ suy ra $N(-1+3n; 4-2n; 4-n)$.

Từ đó ta có $\overrightarrow{MN} = (-3+3n-2m; 1-2n-3m; 8-n+5m)$.

Do MN là đường vuông góc chung của d và d' nên $\begin{cases} MN \perp d \\ MN \perp d' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_{d'} = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3+3n-2m) + 3(1-2n-3m) - 5(8-n+5m) = 0 \\ 3(-3+3n-2m) - 2(1-2n-3m) - 1(8-n+5m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -38m + 5n = 43 \\ -5m + 14n = 19 \end{cases}$$

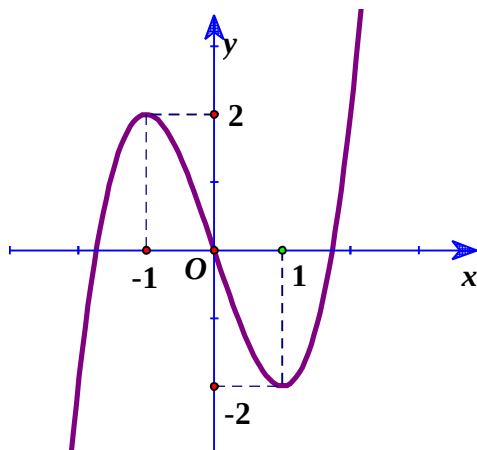
$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $M(0; 0; 1)$, $N(2; 2; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 2; 2)$, chọn một vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\vec{u} = (1; 1; 1)$.

Nên đường vuông góc chung MN có phương trình là $\frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^3 - 6x + m + 1)$ có 6 điểm cực trị là:

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

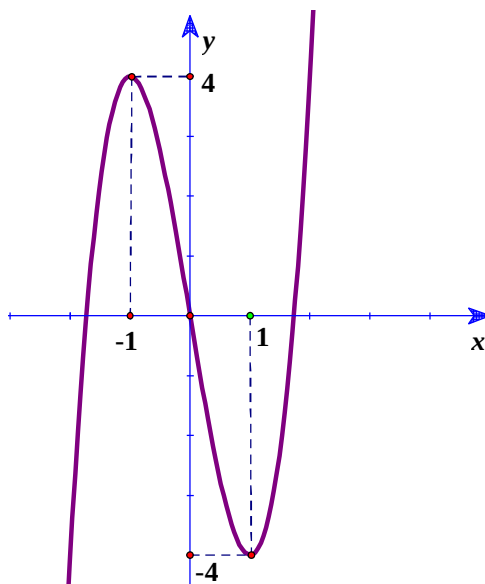
+ Từ đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x+2) - 2022$ có hai điểm cực trị là: $x = -1, x = 1$. Do đó,

hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $x = 1, x = 3$ hay $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

+ Ta có $g'(x) = (6x^2 - 6)f'(2x^3 - 6x + m + 1)$.

$$\text{Nên } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 1 \\ 2x^3 - 6x + m + 1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ 2x^3 - 6x = -m \quad (1) \\ 2x^3 - 6x = 2 - m \quad (2) \end{cases}$$

+ Xét hàm số $h(x) = 2x^3 - 6x$ ta có đồ thị như hình vẽ



Do đó, $y = g(x)$ có 6 điểm cực trị khi

$$\begin{cases} -4 < 2 - m < 4 \\ -m \leq -4 \\ -4 < -m < 4 \\ 2 - m \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \leq m < 6 \\ -4 < m \leq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; 4; 5\}.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất 7 số nguyên $b \in (0; 10)$ thỏa mãn $\log_5(b^2 + 16) + \log_3[b(13 - a)] - \log_7(a - 3) \geq 5$?

A. 9.

B. 8.

C. 11.

D. 1.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} b > 0 \\ 3 < a < 13 \end{cases}$.

Ta có $\log_5(b^2 + 16) + \log_3[b(13 - a)] - \log_7(a - 3) \geq 5$

$\Leftrightarrow \log_5(b^2 + 16) + \log_3 b + \log_3(13 - a) - \log_7(a - 3) - 5 \geq 0$

Đặt $f(b) = \log_5(b^2 + 16) + \log_3 b + \log_3(13 - a) - \log_7(a - 3) - 5$, điều kiện $b > 0$

Bất phương trình trở thành $f(b) \geq 0$

$f'(b) = \frac{2b}{(b^2 + 16)\ln 5} + \frac{1}{b\ln 3}$ do $b > 0$ nên $f'(b) > 0 \Rightarrow$ Hàm số $f(b)$ đồng biến trên

$(0; 10)$ suy ra $f(1) < f(2) < f(3) < \dots < f(9)$.

Do đó để có ít nhất 7 giá trị b nguyên thuộc $(0; 10)$ thì $f(3) \geq 0$

$\Leftrightarrow \log_3(13 - a) - \log_7(a - 3) - 2 \geq 0 (*)$.

Đặt $g(a) = \log_3(13 - a) - \log_7(a - 3) - 2$, $a \in (3; 13)$.

Bất phương trình $(*)$ trở thành $g(a) \geq 0$.

$g'(a) = \frac{-1}{(13 - a)\ln 3} - \frac{1}{(a - 3)\ln 7} < 0$, $\forall a \in (3; 13)$ nên hàm số $g(a)$ nghịch biến trên $(3; 13)$.

Mặt khác $g(4) = 0$ bất phương trình $(*)$ trở thành $g(a) \geq g(4)$, $g(a)$ nghịch biến nên $a \leq 4$ mà $a \in (3; 13)$, a nguyên nên $a = 4$.

Vậy có duy nhất một giá trị nguyên $a = 4$ thỏa mãn bài toán.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 4\cos 2x + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$. Biết

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi^2}{8} - 2$, khi đó $F(0)$ bằng

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 3.

Lời giải

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int (4\cos 2x + \sin x) dx = 2\sin 2x - \cos x + C$.

Do $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{2}$. Suy ra $f(x) = 2\sin 2x - \cos x + \frac{\pi}{2}$.

Ta lại có: $F(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx \Leftrightarrow F\left(\frac{\pi}{4}\right) - F(0) = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(2\sin 2x - \cos x + \frac{\pi}{2}\right) dx$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi^2}{8} - 2 - F(0) = \left(-\cos 2x - \sin x + \frac{\pi}{2}x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi^2}{8} - 2 - F(0) = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\pi^2}{8} + 1$$

$$\Leftrightarrow F(0) = -3.$$

Vậy $F(0) = -3$.

Câu 49. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313}$.

B. $\sqrt{313} + 8$.

C. $\sqrt{313} + 16$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

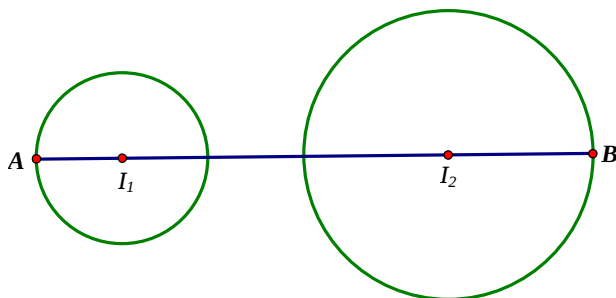
Lời giải

Ta có $|z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow |2iz_1 + 6 + 10i| = 4 \quad (1); |iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |(-3z_2) - 6 - 3i| = 12 \quad (2)$

.

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$, B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$.

Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$; điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6; 3)$ và bán kính $R_2 = 12$.



Ta có $T = |2iz_1 + 3z_2| = AB \leq I_1I_2 + R_1 + R_2 = \sqrt{12^2 + 13^2} + 4 + 12 = \sqrt{313} + 16$.

Vậy $\max T = \sqrt{313} + 16$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z - m = 0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng các phần tử của tập hợp T là

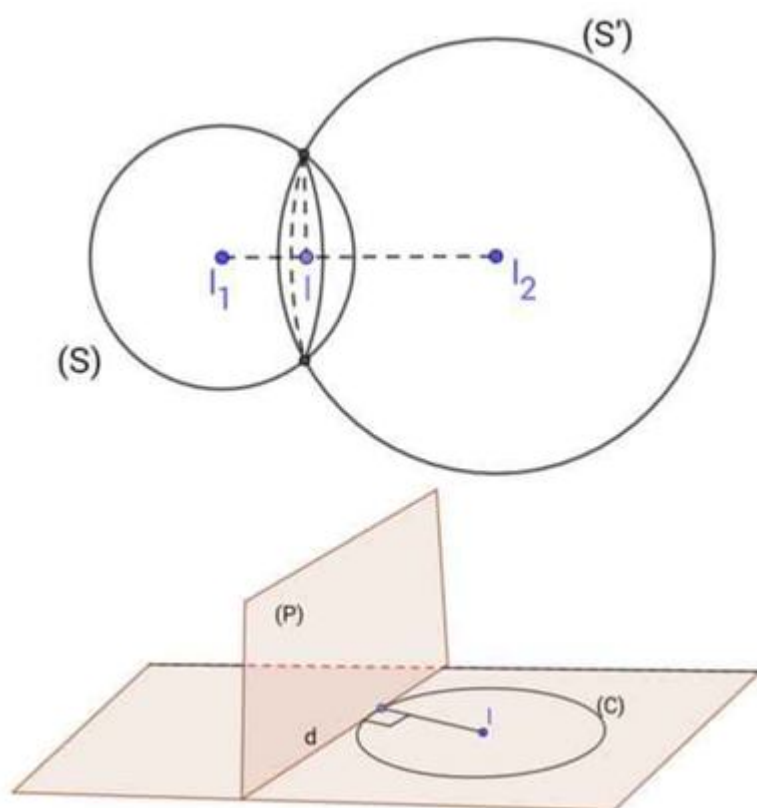
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I_1(3;0;0)$, bán kính $R_1 = 3$.

Mặt cầu (S') có tâm $I_2(0;6;0)$, bán kính $R_2 = 2\sqrt{6}$.

Vì $I_1I_2 = 3\sqrt{5} < R_1 + R_2$ nên mặt cầu (S) và (S') cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) , tâm I , bán kính r .

$$\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24 \end{cases} \Rightarrow \text{Phương trình của mặt phẳng chứa đường tròn } (C) \text{ là}$$

$$(Q): x - 2y + 2 = 0.$$

$$I_1 I_2 \text{ có phương trình } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}.$$

Vì I là giao điểm của $I_1 I_2$ và mặt phẳng (Q) nên tọa độ của I là nghiệm của hệ phương

$$\text{trình } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2; 2; 0).$$

Bán kính đường tròn $(C): r = \sqrt{R_1^2 - H_1^2} = 2.$

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và $(Q) \Rightarrow \begin{cases} CTCP \vec{u}_d = (2; 1; 0) \\ A(0; 1; m) \in d \end{cases}.$

Trên mặt phẳng (P) dựng được đúng một tiếp tuyến đến (C) khi d tiếp xúc với đường tròn

$$(C) \Leftrightarrow r = d(I; (d)) \Leftrightarrow 2 = \frac{[\vec{u}_d, \overrightarrow{AI}]}{|\vec{u}_d|} \Leftrightarrow 2 = |m| \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow T = \{-2; 2\}.$$

Vậy tổng các phần tử của T là $2 + (-2) = 0.$

- Câu 1.** Số phức liên hợp của $z = -2 + 3i$ là
A. $\bar{z} = 2 - 3i$. **B.** $\bar{z} = -2 - 3i$. **C.** $\bar{z} = 2 + 3i$. **D.** $\bar{z} = 3 - 2i$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ có tâm I là
A. $I(2; -1; 0)$. **B.** $I(-2; 1; 0)$. **C.** $I(2; -1; 2)$. **D.** $I(-2; 1; -2)$.
- Câu 3.** Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$?
A. Điểm $P(-1; 6)$. **B.** Điểm $N(0; 4)$. **C.** Điểm $M(1; 0)$. **D.** Điểm $Q(1; 2)$.
- Câu 4.** Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$. **B.** $S = \pi r^2$. **C.** $S = 2\pi r^2$. **D.** $S = 4\pi r^2$.
- Câu 5.** Hàm số $f(x) = 3x^2 + 2\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?
A. $y = x^3 + 2\sin x$. **B.** $y = 6x + 2\sin x$. **C.** $y = 6x - 2\sin x$. **D.** $y = x^3 - 2\sin x$.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:
- | | | | | | | | | | | | |
|---------|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----------|
| x | $-\infty$ | | 1 | | 2 | | 3 | | 4 | | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | 0 | + | 0 | - | 0 | + | |
- Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là
A. $(9; +\infty)$. **B.** $(7; +\infty)$. **C.** $(5; +\infty)$. **D.** $(10; +\infty)$.
- Câu 8.** Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Công thức tính thể tích của khối chóp đã cho là
A. $V = B^2h$. **B.** $V = 3Bh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **D.** $V = Bh$.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = \log(5-x)$ là
A. $[5; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 5]$. **C.** $(-\infty; 5)$. **D.** $(5; +\infty)$.
- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = \frac{1}{27}$ là
A. $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.
- Câu 11.** Nếu $\int_1^3 f(x)dx = -3$ và $\int_3^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_1^4 f(x)dx$ bằng
A. -8. **B.** 8. **C.** 2. **D.** -2.
- Câu 12.** Cho số phức $z = 1 + 2i$, khi đó số phức $\omega = (2-i)z$ có phần ảo bằng
A. $4i$. **B.** 3. **C.** $3i$. **D.** 4.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}_1 = (-1; -2; -1)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(0; -3; -1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(1; 1; 2)$.

B. $I(-1; -1; -2)$.

C. $I(1; -2; 1)$.

D. $I(1; 2; -1)$.

Câu 15. Cho số phức $z = 1 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ, nghịch đảo của số phức z có điểm biểu diễn là

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $N(1; -1)$.

C. $P(1; 1)$.

D. $Q(-1; 1)$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_3(9a)$ bằng

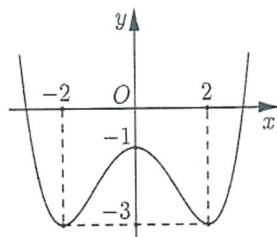
A. $2\log_3 a$.

B. $2 - \log_3 a$.

C. $2 + \log_3 a$.

D. $3 + \log_3 a$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - x^2 - 4x - 1$.

B. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{1}{8}x^4 - x^2 - 1$.

D. $y = x^2 - 3x - 1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$?

A. Điểm $M(1; 0; 2)$.

B. Điểm $N(0; 1; 2)$.

C. Điểm $P(1; 0; -2)$.

D. Điểm $Q(1; -1; 0)$.

Câu 20. Với các số nguyên dương k, n và $k \leq n$, số cách chọn ra k phần tử từ một tập có n phần tử là

A. C_n^k .

B. A_n^k .

C. kn .

D. $k!$.

Câu 21. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là $2; 3; 4$

A. $V = 72$.

B. $V = 12$.

C. $V = 8$.

D. $V = 24$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 10^x$ là

A. $y' = 10^x \ln 10$.

B. $y' = 10^x$.

C. $y' = x \cdot 10^{x-1}$.

D. $y' = 10^{x-1} \ln 10$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-2; 4)$. D. $(1; 3)$.

Câu 24. Cho hình nón có đường kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng 3. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là

- A. $S_{xq} = 12\pi$. B. $S_{xq} = 6\pi$. C. $S_{xq} = 24\pi$. D. $S_{xq} = 4\pi$.

Câu 25. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 10$ thì $\int_0^2 [f(x) - 2]dx$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 12. D. 14.

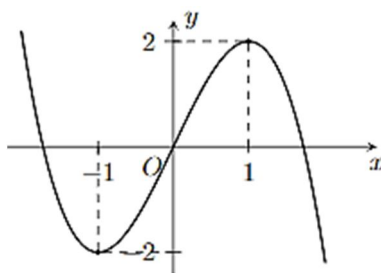
Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$ và $u_2 = 4$. Công bội q của cấp số nhân bằng

- A. $q = -8$. B. $q = -2$. C. $q = \frac{9}{2}$. D. $q = -\frac{1}{8}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = e^x - 2x$ và $f(0) = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = e^x - x^2 + 1$. B. $f(x) = e^x - x^2 + 2$.
C. $f(x) = e^x + x^2 + 1$. D. $f(x) = e^x + x^2 + 2$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



- A. -1. B. 1. C. -2. D. 2.

Câu 29. Trên đoạn $[-2; 0]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 6$ bằng

- A. -2. B. 4. C. 6. D. 8.

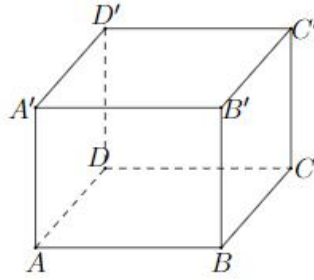
Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$. B. $y = -x^4 - x^2$.
C. $y = -x^3 + x$. D. $y = x^3 + x$.

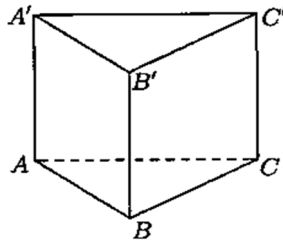
Câu 31. Cho các số thực dương $a; b$ thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2\log_2 a + 3\log_2 b$

- A. 4. B. 8. C. 16. D. 32.

- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$ bằng.

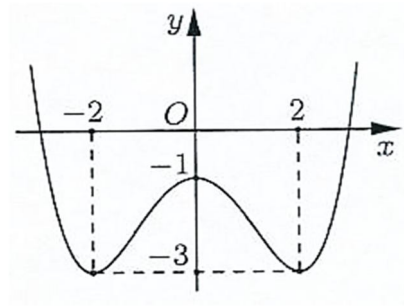


- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 33.** Nếu $\int_0^1 f(2x+1)dx = 6$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng
- A. 6. B. 12. C. 3. D. 18.
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (α) có phương trình là:
- A. $2x + y - 2z + 2 = 0$. B. $2x + y - 2z - 2 = 0$. C. $2x - y + 2z - 2 = 0$. D. $2x - y - 2z + 2 = 0$.
- Câu 35.** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).\bar{z} = 4-2i$. Mô đun của z bằng
- A. $\sqrt{10}$. B. $\sqrt{5}$. C. $2\sqrt{10}$. D. $4\sqrt{5}$.
- Câu 36.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng.



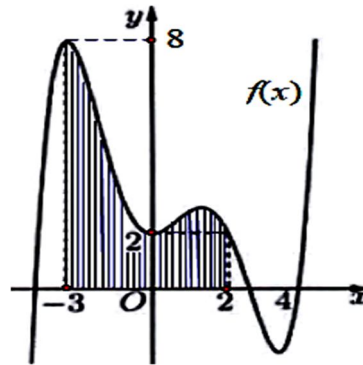
- A. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $2a$. D. $\sqrt{3}a$.
- Câu 37.** Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả cùng màu bằng
- A. $\frac{21}{40}$. B. $\frac{19}{40}$. C. $\frac{13}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:
- A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=-t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=-1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2-t \\ z=t \end{cases}$.
- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5.2^{x+3} + 256)\sqrt{4 - \log_3(2x)} \geq 0$?
- A. 36. B. 37. C. 40. D. 39.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là.



- A. 10. B. 8. C. 4. D. 6.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giả sử diện tích phần kẻ dọc trên hình vẽ có diện tích bằng 10. Tính giá trị của tích phân $I = \int_{-3}^2 (2x+1)f'(x)dx$?



- A. 40. B. 30. C. 5. D. -50.

Câu 42. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và BC . Biết khối tứ diện $AMNB$ có thể tích là $3a^3$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $9a^3$. B. $36a^3$. C. $12a^3$. D. $18a^3$.

Câu 43. Cho số phức ω và các số thực $a; b$. Biết rằng $\omega + 2i$ và $3 - 2\omega$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $a^2 + b^2$

- A. 285. B. 38. C. 293. D. 30.

Câu 44. Cho khối trụ (T) có độ dài đường sinh bằng 6. Cắt trụ (T) bằng mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3 ta được một thiết diện có diện tích bằng 48. Thể tích của khối trụ (T) bằng

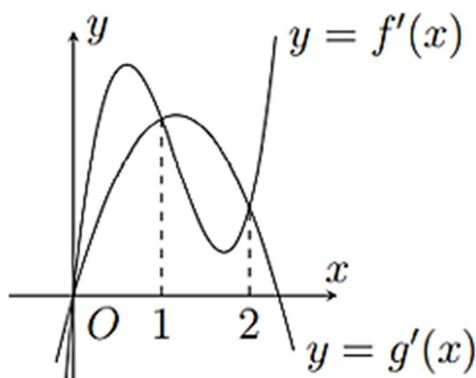
- A. 438π . B. 146π . C. 50π . D. 150π .

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P)

đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

- Câu 46.** Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mô đun của số phức z bằng
- A. 10. B. $5\sqrt{2}$. C. 13. D. $\sqrt{10}$.
- Câu 47.** Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+4$ ($a>0$) thỏa mãn $4a+b<-1$. Hàm số $y=|f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?
- A. 3. B. 5. C. 6. D. 7.
- Câu 48.** Cho hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g'(x)=mx^2+nx+p$ với $aq\neq 0$ và thỏa mãn $f(2)=g(2)$. Đồ thị các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ được cho bởi hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$.

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{8}{15}$. C. $\frac{16}{15}$. D. $\frac{8}{3}$.
- Câu 49.** Có tất bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x\in(1;8)$ thỏa mãn $(x-1)(2e^x-y^2)=y(e^x-x^2)$?
- A. 14. B. 13. C. 12. D. 11.
- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;4;-2)$ và mặt phẳng $(P):(m^2+1)x+(m^2-1)y+2mz+4=0$. Biết rằng, khi tham số m thay đổi thì mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu cố định cùng đi qua A là $(S_1), (S_2)$. Gọi M và N là hai điểm lần lượt nằm trên (S_1) và (S_2) . Tìm GTLN của MN .
- A. $8+8\sqrt{2}$. B. $8\sqrt{2}$. C. $16\sqrt{2}$. D. $8+6\sqrt{2}$.

-----HẾT-----

Câu 1. Số phức liên hợp của $z = -2 + 3i$ là

A. $\bar{z} = 2 - 3i$.

B. $\bar{z} = -2 - 3i$.

C. $\bar{z} = 2 + 3i$.

D. $\bar{z} = 3 - 2i$.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ có tâm I là

A. $I(2; -1; 0)$.

B. $I(-2; 1; 0)$.

C. $I(2; -1; 2)$.

D. $I(-2; 1; -2)$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$?

A. Điểm $P(-1; 6)$.

B. Điểm $N(0; 4)$.

C. Điểm $M(1; 0)$.

D. Điểm $Q(1; 2)$.

Câu 4. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.

B. $S = \pi r^2$.

C. $S = 2\pi r^2$.

D. $S = 4\pi r^2$.

Câu 5. Hàm số $f(x) = 3x^2 + 2\cos x$ là một nguyên hàm của hàm số nào sau đây?

A. $y = x^3 + 2\sin x$.

B. $y = 6x + 2\sin x$.

C. $y = 6x - 2\sin x$.

D. $y = x^3 - 2\sin x$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	+	-	0	+

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

A. $(9; +\infty)$.

B. $(7; +\infty)$.

C. $(5; +\infty)$.

D. $(10; +\infty)$.

Câu 8. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Công thức tính thể tích của khối chóp đã cho là

A. $V = B^2h$.

B. $V = 3Bh$.

C. $V = \frac{1}{3}Bh$.

D. $V = Bh$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log(5-x)$ là

A. $[5; +\infty)$.

B. $(-\infty; 5]$.

C. $(-\infty; 5)$.

D. $(5; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = \frac{1}{27}$ là

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Câu 11. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = -3$ và $\int_3^4 f(x)dx = 5$ thì $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

A. -8 .

B. 8 .

C. 2 .

D. -2 .

Câu 12. Cho số phức $z = 1 + 2i$, khi đó số phức $\omega = (2-i)z$ có phần ảo bằng

A. $4i$.

B. 3 .

C. $3i$.

D. 4 .

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}_1 = (-1; -2; -1)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; 2; 1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 3)$ và $B(0; -3; -1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(1; 1; 2)$.

B. $I(-1; -1; -2)$.

C. $I(1; -2; 1)$.

D. $I(1; 2; -1)$.

Câu 15. Cho số phức $z = 1 - i$. Trên mặt phẳng tọa độ, nghịch đảo của số phức z có điểm biểu diễn là

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $N(1; -1)$.

C. $P(1; 1)$.

D. $Q(-1; 1)$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -2$.

B. $y = 2$.

C. $y = 1$.

D. $x = 1$.

Câu 17. Với mọi số thực a dương, $\log_3(9a)$ bằng

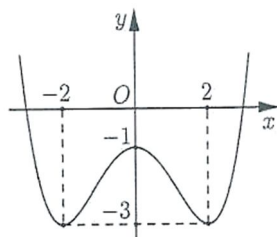
A. $2\log_3 a$.

B. $2 - \log_3 a$.

C. $2 + \log_3 a$.

D. $3 + \log_3 a$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - x^2 - 4x - 1$.

B. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{1}{8}x^4 - x^2 - 1$.

D. $y = x^2 - 3x - 1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z = 0$?

A. Điểm $M(1; 0; 2)$.

B. Điểm $N(0; 1; 2)$.

C. Điểm $P(1; 0; -2)$.

D. Điểm $Q(1; -1; 0)$.

Câu 20. Với các số nguyên dương k, n và $k \leq n$, số cách chọn ra k phần tử từ một tập có n phần tử là

A. C_n^k .

B. A_n^k .

C. kn .

D. $k!$.

Câu 21. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 2; 3; 4

A. $V = 72$.

B. $V = 12$.

C. $V = 8$.

D. $V = 24$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 10^x$ là

A. $y' = 10^x \ln 10$.

B. $y' = 10^x$.

C. $y' = x \cdot 10^{x-1}$.

D. $y' = 10^{x-1} \ln 10$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-2; 4)$. **D. $(1; 3)$.**

Câu 24. Cho hình nón có đường kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng 3. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho là

- A. $S_{xq} = 12\pi$. **B. $S_{xq} = 6\pi$.** C. $S_{xq} = 24\pi$. D. $S_{xq} = 4\pi$.

Câu 25. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 10$ thì $\int_0^2 [f(x) - 2]dx$ bằng

- A. 6.** B. 8. C. 12. D. 14.

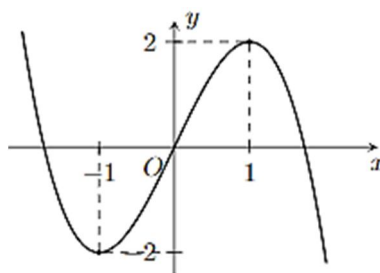
Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$ và $u_2 = 4$. Công bội q của cấp số nhân bằng

- A. $q = -8$.** B. $q = -2$. C. $q = \frac{9}{2}$. D. $q = -\frac{1}{8}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = e^x - 2x$ và $f(0) = 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = e^x - x^2 + 1$.** B. $f(x) = e^x - x^2 + 2$.
C. $f(x) = e^x + x^2 + 1$. D. $f(x) = e^x + x^2 + 2$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



- A. -1. **B. 1.** C. -2. D. 2.

Câu 29. Trên đoạn $[-2; 0]$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 6$ bằng

- A. -2. **B. 4.** C. 6. D. 8.

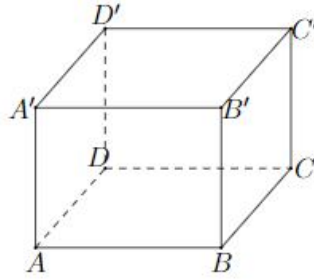
Câu 30. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

- A. $y = \frac{x+2}{x-1}$.** B. $y = -x^4 - x^2$.
C. $y = -x^3 + x$. D. $y = x^3 + x$.

Câu 31. Cho các số thực dương $a; b$ thỏa mãn $a^2b^3 = 16$. Tính giá trị của biểu thức $T = 2\log_2 a + 3\log_2 b$

- A. 4.** B. 8. C. 16. D. 32.

- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$ bằng.



- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .

- Câu 33.** Nếu $\int_0^1 f(2x+1)dx = 6$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** 18.

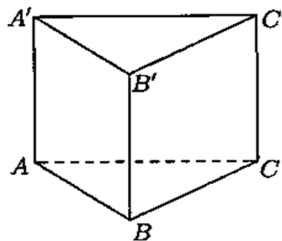
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (α) có phương trình là:

- A.** $2x + y - 2z + 2 = 0$. **B.** $2x + y - 2z - 2 = 0$. **C.** $2x - y + 2z - 2 = 0$. **D.** $2x - y - 2z + 2 = 0$.

- Câu 35.** Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).\bar{z} = 4-2i$. Mô đun của z bằng

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{10}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

- Câu 36.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng.



- A.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}a$. **C.** $2a$. **D.** $\sqrt{3}a$.

- Câu 37.** Từ một hộp chứa 16 quả cầu gồm 7 quả màu đỏ và 9 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả cùng màu bằng

- A.** $\frac{21}{40}$. **B.** $\frac{19}{40}$. **C.** $\frac{13}{15}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

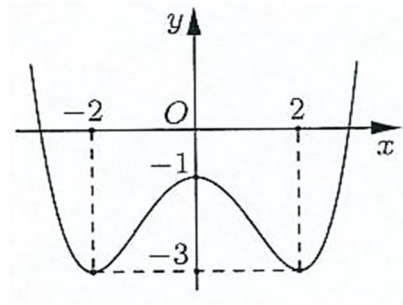
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

- A.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = -t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = -1 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+t \\ z = t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -2-t \\ z = t \end{cases}$

- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5 \cdot 2^{x+3} + 256)\sqrt{4 - \log_3(2x)} \geq 0$?

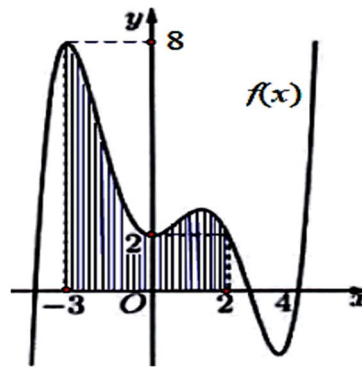
- A.** 36. **B.** 37. **C.** 40. **D.** 39.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là.



- A. 10. **B. 8.** C. 4. D. 6.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giả sử diện tích phần kẻ dọc trên hình vẽ có diện tích bằng 10. Tính giá trị của tích phân $I = \int_{-3}^2 (2x+1)f'(x)dx$?



- A. 40. **B. 30.** C. 5. D. - 50.

Câu 42. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và BC . Biết khối tứ diện $AMNB$ có thể tích là $3a^3$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $9a^3$. **B. $36a^3$.** C. $12a^3$. D. $18a^3$.

Câu 43. Cho số phức ω và các số thực $a; b$. Biết rằng $\omega + 2i$ và $3 - 2\omega$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $a^2 + b^2$

- A. 285. B. 38. **C. 293.** D. 30.

Câu 44. Cho khối trụ (T) có độ dài đường sinh bằng 6. Cắt trụ (T) bằng mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3 ta được một thiết diện có diện tích bằng 48. Thể tích của khối trụ (T) bằng

- A. 438π . B. 146π . C. 50π . **D. 150π .**

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P)

đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z+2|^2 - |z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Mô đun của số phức z bằng

A. 10.

B. $5\sqrt{2}$.

C. 13.

D. $\sqrt{10}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + 4$ ($a > 0$) thỏa mãn $4a + b < -1$. Hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

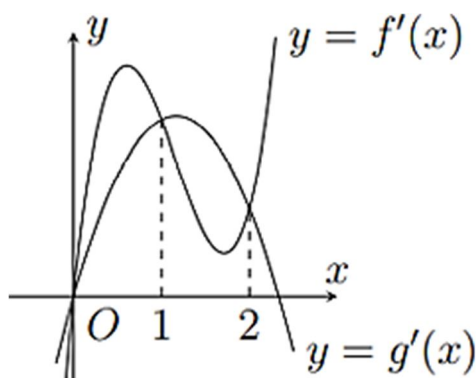
A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 48. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g'(x) = mx^2 + nx + p$ với $aq \neq 0$ và thỏa mãn $f(2) = g(2)$. Đồ thị các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ được cho bởi hình vẽ.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng 10. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{16}{15}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Câu 49. Có tất bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1;8)$ thỏa mãn $(x-1)(2e^x - y^2) = y(e^x - x^2)$?

A. 14.

B. 13.

C. 12.

D. 11.

Câu 50. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;4;-2)$ và mặt phẳng $(P): (m^2+1)x + (m^2-1)y + 2mz + 4 = 0$. Biết rằng, khi tham số m thay đổi thì mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu cố định cùng đi qua A là $(S_1), (S_2)$. Gọi M và N là hai điểm lần lượt nằm trên (S_1) và (S_2) . Tìm GTLN của MN.

A. $8+8\sqrt{2}$.

B. $8\sqrt{2}$.

C. $16\sqrt{2}$.

D. $8+6\sqrt{2}$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	D	C	C	A	C	C	B	C	B	C	C	A	A	C	C	C	A	D	A	D	B	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	B	B	A	A	A	B	B	A	D	B	D	D	B	B	B	C	D	D	B	D	A	B	A

HDG CÁC CÂU VD VÀ VDC

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(4^x - 5 \cdot 2^{x+3} + 256)\sqrt{4 - \log_3(2x)} \geq 0$?

A. 36.

B. 37.

C. 40

D. 39.

HD

ĐK: $0 < x \leq \frac{81}{2}$. Do x là số nguyên nên $\sqrt{4 - \log_3(2x)} > 0$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 4^x - 5 \cdot 2^{x+3} + 256 \geq 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 40 \cdot 2^x + 256 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \geq 32 \\ 2^x \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 3 \end{cases}$

Đối chiếu điều kiện ta được: $\begin{cases} 0 < x \leq 3 \\ 5 \leq x \leq \frac{81}{2} \end{cases}$, từ đó ta thấy có 39 số nguyên thỏa mãn đề.

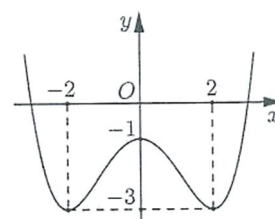
Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

A. 10.

B. 8.

C. 4.

D. 6.



HD

Từ đồ thị ta có: $f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}$ do đó phương trình có $4 + 2 + 2 = 8$ nghiệm phân biệt.

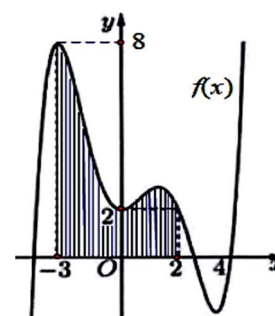
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giả sử diện tích phần kẻ dọc trên hình vẽ có diện tích bằng 10. Tính giá trị của tích phân $I = \int_{-3}^2 (2x+1)f'(x)dx$?

A. 40.

B. 30.

C. 5.

D. - 50.



HD

Từ hình vẽ ta có: $\int_{-3}^2 f(x)dx = 10$; $f(-3) = 8$; $f(2) = 2$.

Ta thấy $I = \int_{-3}^2 (2x+1)f'(x)dx = \int_{-3}^2 (2x+1)df(x) = (2x+1)f(x)\Big|_{-3}^2 - 2\int_{-3}^2 f(x)dx = 30$.

Câu 42. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và BC . Biết khối tứ diện $AMNB$ có thể tích là $3a^3$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $9a^3$. **B. $36a^3$.** C. $12a^3$. D. $18a^3$.

HD

Ta có $V_{MABN} = \frac{1}{2}V_{MABC} = \frac{1}{4}V_{A'ABC} = \frac{1}{12}V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = 12V_{MABN} = 36a^3$.

Câu 43. Cho số phức ω và các số thực $a; b$. Biết rằng $\omega + 2i$ và $3 - 2\omega$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. 285. B. 38. **C. 293.** D. 30.

HD

Do $\omega + 2i$ và $3 - 2\omega$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên $\omega + 2i = \overline{3 - 2\omega}$

$$\Leftrightarrow \omega + 2i = 3 - 2\overline{\omega} \Leftrightarrow \omega = 1 + 2i \Rightarrow \begin{cases} \omega + 2i = 1 + 4i \\ 1 - 2\omega = 1 - 4i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 17 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 293.$$

Câu 44. Cho khối trụ (T) có độ dài đường sinh bằng 6. Cắt trụ (T) bằng mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 3 ta được một thiết diện có diện tích bằng 48. Thể tích của khối trụ (T) bằng

- A. 438π . B. 146π . C. 50π . **D. 150π .**

HD

Gọi thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ với A, B thuộc đường tròn đáy trụ tâm O, H là trung điểm AB .

Từ giả thiết ta có $l = AD = 6 \Rightarrow AB = 8 \Rightarrow HA = 4$.

Vì $OH = 3, HA = 4 \Rightarrow r = 5 \Rightarrow V = 150\pi$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P)

đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 + 2t \\ z = t \end{cases}$ có phương trình là

- A. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. **D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-1}$.**

HD

Gọi $A = \Delta \cap d \Rightarrow A = d \cap (P) \Rightarrow A(1; 1; 1)$, từ giả thiết ta có $\vec{u}_A = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (-3; -2; 1)$

Vậy chọn đáp án là D.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$ và biểu thức $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2$ đạt giá trị lớn nhất.

Mô đun của số phức z bằng

- A. 10. **B. $5\sqrt{2}$.** C. 13. D. $\sqrt{10}$.

HD

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Từ $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5$

Ta có $P = |z + 2|^2 - |z - i|^2 = 4x + 2y + 3$

Ta thấy $P = 4(x - 3) + 2(y - 4) + 23 \leq \sqrt{(4^2 + 2^2)} \sqrt{(x - 3)^2 + (y - 4)^2} + 23 = 33$

Điều “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{x-3}{4} = \frac{y-4}{2} \\ 4x+2y+3=33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow |z| = 5\sqrt{2}$

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + 4$ ($a > 0$) thỏa mãn $4a + b < -1$. Hàm số $y = |f(x)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

HD

Ta có $4a + b < -1 \Leftrightarrow b < -1 - 4a < 0 \Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

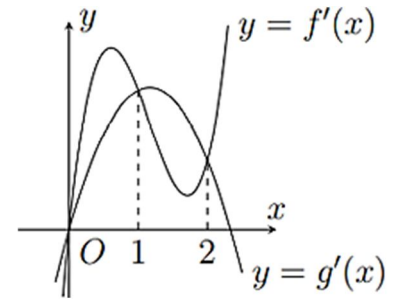
Từ giả thiết ta thấy $f(x)$ là hàm số chẵn liên tục trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị của nó có trục đối xứng là Oy.

Mặt khác ta thấy $f(0) = 4 > 0$, $f(2) = 16a + 4b + 4 < 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất 2 nghiệm dương, do tính đối xứng qua Oy của đồ thị hàm số nên $f(x) = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt và các nghiệm này đều không trùng với các điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

Từ đó suy ra hàm số $y = |f(x)|$ có đúng 7 điểm cực trị.

Chú ý: Dùng cách chọn hàm với a, b thỏa mãn đề cho nhanh.

Câu 48. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g'(x) = mx^2 + nx + p$ với $aq \neq 0$ và thỏa mãn $f(2) = g(2)$. Đồ thị các hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ được cho bởi hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng 10.



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8}{15}$.

C. $\frac{16}{15}$.

D. $\frac{8}{3}$.

HD

Từ đồ thị ta thấy $f'(x) - g'(x) = ax(x - 1)(x - 2) = a(x^3 - 3x^2 + 2x)$, $a > 0$.

Ta có $\int_0^2 |f'(x) - g'(x)| dx = 10 \Leftrightarrow \int_0^2 a(x^3 - 3x^2 + 2x) dx = 10 \Leftrightarrow a = 20$.

Lại có $f(x) - g(x) = \int [f'(x) - g'(x)] dx = 5(x^4 - 4x^3 + 4x^2) + C$.

Do $f(2) = g(2) \Leftrightarrow f(2) - g(2) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) - g(x) = 5(x^4 - 4x^3 + 4x^2)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$S = \int_0^2 5(x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \frac{16}{3}.$$

Câu 49. Có tất bao nhiêu số nguyên dương y sao cho tồn tại số thực $x \in (1; 8)$ thỏa mãn

$$(x-1)(2e^x - y^2) = y(e^x - x^2)?$$

A. 14.

B. 13.

C. 12.

D. 11.

HD

Xét $f(x) = (x-1)(2e^x - y^2) - y(e^x - x^2)$ trên $(1; 8)$ với y là tham số.

$$\text{Ta có } f'(x) = 2xe^x - ye^x - y^2 + 2yx = (e^x + y)(2x - y) = 0 \Rightarrow x = \frac{y}{2}$$

Ta thấy: $f(1) = -y(e-1) < 0$ do y nguyên dương;

$$f(8) = 7(2e^8 - y^2) - y(e^8 - 64) = -7y^2 - (e^8 - 64)y + 14e^8$$

TH1. Khi $\frac{y}{2} \leq 1 \Leftrightarrow y \leq 2 \Rightarrow f'(x) > 0$. Lập bảng biến thiên cho $f(x)$, từ yêu cầu bài toán

$$\Rightarrow f(8) > 0 \Rightarrow y < 13,85 \Rightarrow y \in \{1; 2\}$$

TH2. Khi $\frac{y}{2} \geq 8 \Leftrightarrow y \geq 16 \Rightarrow f'(x) < 0 \Rightarrow f(8) < f(1) < 0$ suy ra pt vô nghiệm trên $(1; 8)$.

TH3. Khi $1 < \frac{y}{2} < 8 \Leftrightarrow 2 < y < 16 \Rightarrow x_{CT} = \frac{y}{2}$. Lập bảng biến thiên cho $f(x)$, từ yêu cầu bài toán

$$\Rightarrow f(8) > 0 \Rightarrow y < 13,85 \Rightarrow y \in \{3; 4; 5; \dots; 13\}.$$

Như vậy có tất cả 13 giá trị y thỏa mãn đề.

Câu 50. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2; 4; -2)$ và mặt phẳng

$(P): (m^2 + 1)x + (m^2 - 1)y + 2mz + 4 = 0$. Biết rằng, khi tham số m thay đổi thì mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu cố định cùng đi qua A là $(S_1), (S_2)$. Gọi M và N là hai điểm lần lượt nằm trên (S_1) và (S_2) . Tìm GTLN của MN ?

A. $8 + 8\sqrt{2}$.

B. $8\sqrt{2}$.

C. $16\sqrt{2}$.

D. $8 + 6\sqrt{2}$.

HD

Gọi tâm mặt cầu tiếp xúc với (P) là $I(a; b; c)$, do mặt cầu đi qua A nên

$$(2-a)^2 + (4-b)^2 + (-2-c)^2 = R^2 \quad (1)$$

Do mặt cầu tiếp xúc với (P) nên

$$R = d(I; (P)) = \frac{|(m^2 + 1)a + (m^2 - 1)b + 2mc + 4|}{\sqrt{2(m^2 + 1)^2}} = \frac{|(m^2 + 1)(a + b) + 2mc - 2b + 4|}{(m^2 + 1)\sqrt{2}}$$

Vì mặt cầu là cố định nên bán kính R không đổi, do đó: $2mc - 2b + 4 = 0 \quad \forall m \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow R = \frac{|a + 2|}{\sqrt{2}}.$

Thay $b = 2, c = 0, R = \frac{|a+2|}{\sqrt{2}}$ vào (1) ta được: $a^2 - 12a + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1(2; 2; 0), R_1 = 2\sqrt{2} \\ I_2(2; 10; 0), R_2 = 6\sqrt{2} \end{cases}.$

Từ đó: $\max MN = I_1 I_2 + R_1 + R_2 = 8 + 8\sqrt{2}.$

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 112

Câu 1. Phần ảo của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. -1. B. -i. C. 3. D. 1.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(1; -3; 0)$. B. $(-1; 3; 0)$. C. $(1; 3; 0)$. D. $(-1; -3; 0)$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$?

- A. $P(-1; -1)$. B. $N(-1; -2)$. C. $M(1; 0)$. D. $Q(-1; 2)$.

Câu 4. Diện tích S của hình cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 4\pi r^3$. B. $S = 2\pi r^3$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$ là

- A. $\int f(x)dx = \frac{8}{5}x^{\frac{8}{5}} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x^{\frac{2}{5}} + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{1}{5}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:.

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{1}{2}a^3$. B. $3a^3$. C. $\frac{3}{2}a^3$. D. a^3 .

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{-6}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 4$. C. $x = 2$. D. $x = 7$.

Câu 11. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)]dx$ bằng

- A. 12. B. 10. C. 4. D. 6.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

- A. $6 - 2i$. B. $3 + 2i$. C. $3 - 2i$. D. $-6 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. **C.** $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. **D.** $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Toạ độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là :

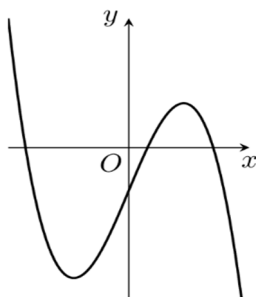
- A.** $(1; -2; 3)$. **B.** $(1; -2; 0)$. **C.** $(1; 0; 3)$. **D.** $(0; -2; 3)$.

Câu 15. Cho hai số phức $z = 3 + 4i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng
A. $7 + i$. **B.** $-2 - 5i$. **C.** $4 + 3i$. **D.** $2 + 5i$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình
A. $y = 3$. **B.** $y = -1$. **C.** $x = 3$. **D.** $y = -2$.

Câu 17. Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng
A. $4b + 7$. **B.** $4b + 3$. **C.** $4b$. **D.** $4b - 1$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



- A.** $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **C.** $x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $Q(2; 2; 3)$. **B.** $N(2; -2; -3)$. **C.** $M(1; 2; -3)$. **D.** $P(1; 2; 3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?
A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. **B.** $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. **C.** $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. **D.** $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $V = \frac{1}{3} Bh$. **B.** $V = \frac{4}{3} Bh$. **C.** $V = 6 Bh$. **D.** $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là
A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. **B.** $y' = \frac{\ln 3}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{3x}$. **D.** $y' = \frac{3}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$			-2			0			2			$+\infty$
$f'(x)$			$+$		0	$-$		0	$+$		0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(-2; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là
A. $S_{xq} = 2\pi rl$. **B.** $S_{xq} = 4\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 3\pi rl$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 6f(x)dx$ bằng

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 2.

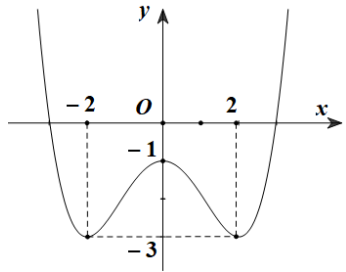
Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 5. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** -5. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x)dx = x^4 - 3x + C$. **B.** $\int f(x)dx = x^4 + C$.
C. $\int f(x)dx = 4x^3 - 3x + C$. **D.** $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới:.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.** 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 29. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A.** $x = -2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = -3$.

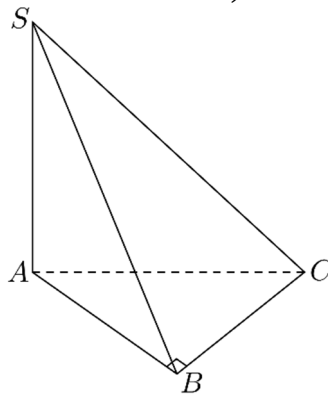
Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = \frac{3x-1}{x+1}$. **B.** $y = x^3 - x$. **C.** $y = x^4 - 4x$. **D.** $y = x^3 + x$.

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a = b^3$. **B.** $a^4 = b$. **C.** $a = b^4$. **D.** $a^3 = b$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A.** 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_0^4 f(x)dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x)dx$ bằng

- A. -17 . B. 17 . C. 3 . D. -3 .

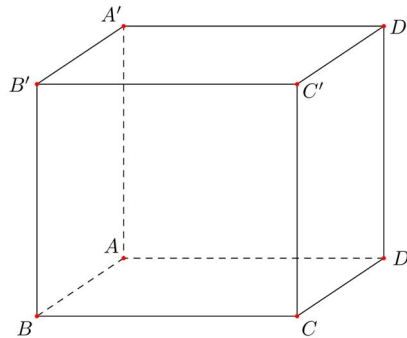
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. B. $2x + y + 3z - 7 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng

- A. $\sqrt{146}$. B. 12 . C. $\sqrt{148}$. D. $\sqrt{142}$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng.



- A. $2\sqrt{2}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

- A. $\frac{10}{19}$. B. $\frac{5}{19}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{9}{19}$.

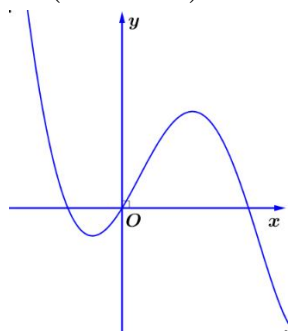
Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và nhận vector $\vec{u} = (1; -3; 5)$ làm vector chỉ phương có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{5}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$. D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

- A. 27. B. Vô số. C. 26. D. 28.

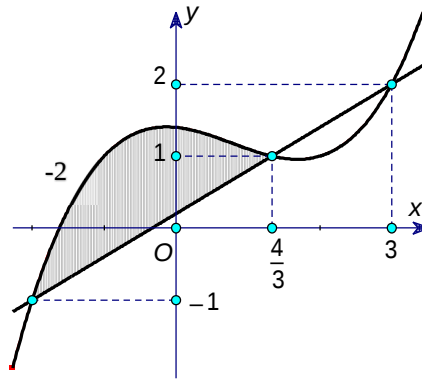
Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên..



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

- Câu 41.** Cho khối nón có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. 24π . **B.** 54π . **C.** 12π . **D.** 72π .
- Câu 42.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng
A. $\frac{7}{24}$. **B.** $\frac{7}{17}$. **C.** $\frac{1}{24}$. **D.** $\frac{17}{24}$.
- Câu 43.** Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 44.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 45.** Cho $f(x), g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ bên dưới:.



Biết diện tích hình S (được tô đậm) bằng $\frac{250}{81}$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

- A.** $\frac{34}{15}$. **B.** $\frac{31}{15}$. **C.** $\frac{314}{125}$. **D.** $\frac{11}{15}$.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là
A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.
- Câu 47.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $B(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2})$, $C(1; 1; 4)$, $D(5; 3; 0)$.
 Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D .
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 2019.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(9;0;0)$, $B(0;6;6)$, $C(0;0;-16)$ và điểm M di động trên mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $S = \left| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right| - 3MC$

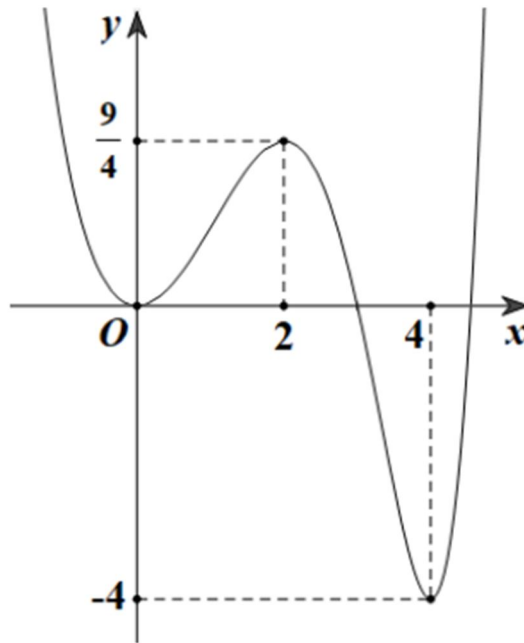
A. 39.

B. 36.

C. 30.

D. 45.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(5-2x)$ như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9;9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số

$$y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right| \text{ có 5 điểm cực trị?}$$

A. 26.

B. 25.

C. 27.

D. 24.

-----HẾT-----

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 112

Câu 1. Phần ảo của số phức $z = 3 - i$ bằng

A. -1.

B. $-i$.

C. 3.

D. 1.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1; -3; 0)$.

B. $(-1; 3; 0)$.

C. $(1; 3; 0)$.

D. $(-1; -3; 0)$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$?

A. $P(-1; -1)$.

B. $N(-1; -2)$.

C. $M(1; 0)$.

D. $Q(-1; 2)$.

Câu 4. Diện tích S của hình cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 4\pi r^3$.

B. $S = 2\pi r^3$.

C. $S = 4\pi r^2$.

D. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{8}{5}x^{\frac{8}{5}} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x^{\frac{2}{5}} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{1}{5}} + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:.

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ là

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}a^3$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{3}{2}a^3$.

D. a^3 .

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{-6}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

A. $x = 8$.

B. $x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = 7$.

Câu 11. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)]dx$ bằng

A. 12.

B. 10.

C. 4.

D. 6.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

- A. $6 - 2i$. B. $3 + 2i$. C. $3 - 2i$. D. $-6 + 4i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Toạ độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là :

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(1; -2; 0)$. C. $(1; 0; 3)$. D. $(0; -2; 3)$.

Câu 15. Cho hai số phức $z = 3 + 4i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng

- A. $7 + i$. B. $-2 - 5i$. C. $4 + 3i$. D. $2 + 5i$.

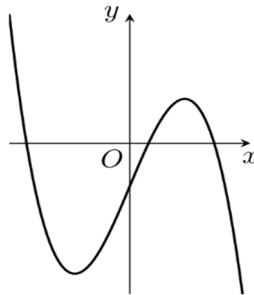
Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = 3$. B. $y = -1$. C. $x = 3$. D. $y = -2$.

Câu 17. Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

- A. $4b + 7$. B. $4b + 3$. C. $4b$. D. $4b - 1$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. C. $x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(2; 2; 3)$. B. $N(2; -2; -3)$. C. $M(1; 2; -3)$. D. $P(1; 2; 3)$.

Câu 20. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$. B. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$. C. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$. D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \frac{1}{3} Bh$. B. $V = \frac{4}{3} Bh$. C. $V = 6Bh$. D. $V = Bh$.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$. B. $y' = \frac{\ln 3}{x}$. C. $y' = \frac{1}{3x}$. D. $y' = \frac{3}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 2)$. **C. $(-2; 0)$.** D. $(-\infty; -2)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

- A. $S_{xq} = 2\pi rl$. **B. $S_{xq} = 4\pi rl$.** C. $S_{xq} = 3\pi rl$. D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 6f(x)dx$ bằng

- A. 6. B. 3. **C. 18.** D. 2.

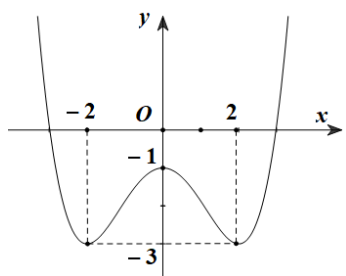
Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5.** B. $\frac{2}{7}$. C. -5 . D. $\frac{7}{2}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = x^4 - 3x + C$.** B. $\int f(x)dx = x^4 + C$.
C. $\int f(x)dx = 4x^3 - 3x + C$. D. $\int f(x)dx = 12x^2 + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. 0. **B. -1 .** C. -3 . D. 2.

Câu 29. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A. $x = -2$.** B. $x = -1$. C. $x = -4$. D. $x = -3$.

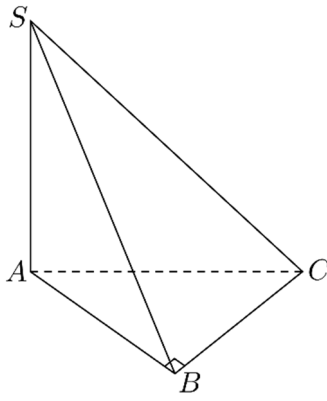
Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{3x-1}{x+1}$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^4 - 4x$. **D. $y = x^3 + x$.**

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^3$. B. $a^4 = b$. C. $a = b^4$. **D. $a^3 = b$.**

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_0^4 f(x)dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x)dx$ bằng

A. -17 . B. 17 . C. 3 . D. -3 .

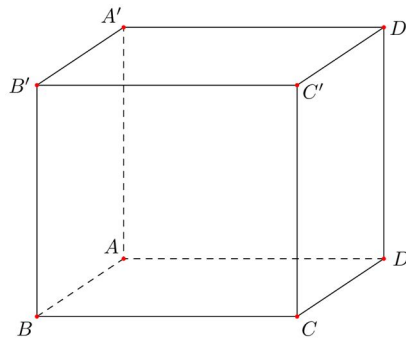
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $2x + y + 3z + 7 = 0$. B. $2x + y + 3z - 7 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 9 = 0$. D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng

A. $\sqrt{146}$. B. 12 . C. $\sqrt{148}$. D. $\sqrt{142}$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng.



- A. $2\sqrt{2}a$. B. $2\sqrt{3}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\sqrt{3}a$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

A. $\frac{10}{19}$. B. $\frac{5}{19}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $\frac{9}{19}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và nhận vector $\vec{u} = (1; -3; 5)$ làm vector chỉ phương có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+31)\right](32-2^{x-1}) \geq 0$?

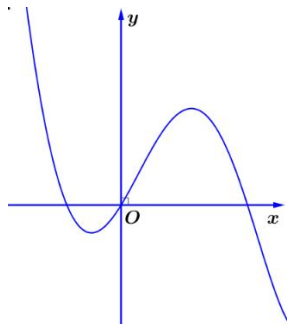
A. 27.

B. Vô số.

C. 26.

D. 28.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 41. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 24π .

B. 54π .

C. 12π .

D. 72π .

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

A. $\frac{7}{24}$.

B. $\frac{7}{17}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{17}{24}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z\bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S

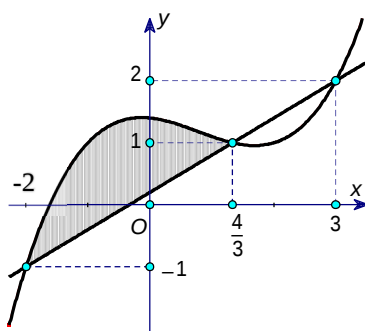
A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Câu 45. Cho $f(x), g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình S (được tô đậm) bằng $\frac{250}{81}$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

A. $\frac{34}{15}$.

B. $\frac{31}{15}$.

C. $\frac{314}{125}$.

D. $\frac{11}{15}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $B\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, $C(1; 1; 4)$, $D(5; 3; 0)$.

Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D .

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 2019.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(9; 0; 0)$, $B(0; 6; 6)$, $C(0; 0; -16)$ và điểm M di động trên mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $S = \left| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right| - 3MC$

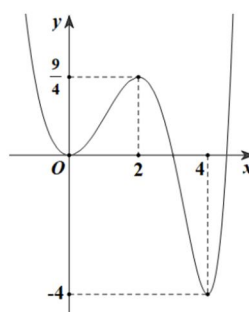
A. 39.

B. 36.

C. 30.

D. 45.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(5 - 2x)$ như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9; 9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số

$y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 26.

B. 25.

C. 27.

D. 24.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	C	D	B	B	B	D	D	B	D	D	D	A	D	D	D	B	A	A	C	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	B	A	D	D	C	C	D	A	C	C	D	A	B	A	D	A	A	A	A	A	B	A	A

HDG CÁC CÂU VD VÀ VDC

Câu 1. Phần ảo của số phức $z = 3 - i$ bằng

A. -1 .

B. $-i$.

C. 3 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn A.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1; -3; 0)$.

B. $(-1; 3; 0)$.

C. $(1; 3; 0)$.

D. $(-1; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$?

A. $P(-1; -1)$.

B. $N(-1; -2)$.

C. $M(1; 0)$.

D. $Q(-1; 2)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 4. Diện tích S của hình cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = 4\pi r^3$.

B. $S = 2\pi r^3$.

C. $S = 4\pi r^2$.

D. $S = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 5. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{5}}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{8}{5}x^{\frac{8}{5}} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{3}{5}x^{\frac{2}{5}} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{1}{5}} + C$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 .

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -1, x = 0, x = 2, x = 4$ nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4$ là

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow x < -2..$

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}a^3$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{3}{2}a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Chọn B.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x^{-6}$ là

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

A. $x = 8$.

B. $x = 4$.

C. $x = 2$.

D. $x = 7$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 11. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$ bằng

A. 12.

B. 10.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\int_0^2 [4x - f(x)] dx = \int_0^2 4x dx - \int_0^2 f(x) dx = 2x^2 \Big|_0^2 - 2 = 6$.

Câu 12. Cho số phức $z = 3 - 2i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

A. $6 - 2i$.

B. $3 + 2i$.

C. $3 - 2i$.

D. $-6 + 4i$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$.

B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$.

C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; -3; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Toạ độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) là :

A. $(1; -2; 3)$.

B. $(1; -2; 0)$.

C. $(1; 0; 3)$.

D. $(0; -2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; -2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $A(0; -2; 3)$.

Câu 15. Cho hai số phức $z = 3 + 4i$ và $w = 1 - i$. Số phức $z - w$ bằng

A. $7 + i$.

B. $-2 - 5i$.

C. $4 + 3i$.

D. $2 + 5i$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $z - w = 3 + 4i - (1 - i) = 2 + 5i$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 3$.

B. $y = -1$.

C. $x = 3$.

D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 17. Với $a > 0$ đặt $\log_2(2a) = b$, khi đó $\log_2(8a^4)$ bằng

A. $4b + 7$.

B. $4b + 3$.

C. $4b$.

D. $4b - 1$.

Lời giải

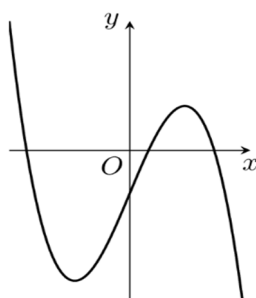
Chọn D.

Ta có $\log_2(2a) = b \Leftrightarrow 1 + \log_2 a = b \Leftrightarrow \log_2 a = b - 1$.

Khi đó $\log_2(8a^4) = 3 + \log_2 a^4 = 3 + 4\log_2 a = 3 + 4(b - 1) = 4b - 1$.

Vậy $\log_2(8a^4) = 4b - 1$.

Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $x^4 - 2x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; 2; 3)$.

B. $N(2; -2; -3)$.

C. $M(1; 2; -3)$.

D. $P(1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 20. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^5 = \frac{n!}{(n-5)!}$.

B. $C_n^5 = \frac{n!}{5!(n-5)!}$.

C. $C_n^5 = \frac{5!(n-5)!}{n!}$.

D. $C_n^5 = \frac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h . Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. $V = \frac{4}{3}Bh$.

C. $V = 6Bh$.

D. $V = Bh$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 22. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 3}$.

B. $y' = \frac{\ln 3}{x}$.

C. $y' = \frac{1}{3x}$.

D. $y' = \frac{3}{x}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy, $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$.

Do đó, trong các khoảng đã cho, hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 24. Cho hình trụ có bán kính đáy $2r$ và độ dài đường l . Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là

A. $S_{xq} = 2\pi rl$.

B. $S_{xq} = 4\pi rl$.

C. $S_{xq} = 3\pi rl$.

D. $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 6f(x)dx$ bằng

A. 6.

B. 3.

C. 18.

D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5.

B. $\frac{2}{7}$.

C. -5.

D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 3$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^4 - 3x + C.$

B. $\int f(x)dx = x^4 + C.$

C. $\int f(x)dx = 4x^3 - 3x + C.$

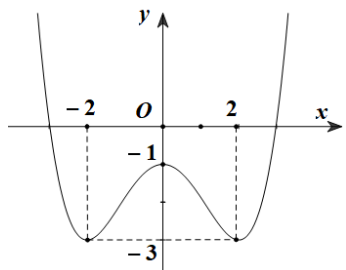
D. $\int f(x)dx = 12x^2 + C.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\int f(x)dx = \int (4x^3 - 3)dx = x^4 - 3x + C.$

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0.

B. -1.

C. -3.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Câu 29. Trên đoạn $[-4; -1]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = -2.$

B. $x = -1.$

C. $x = -4.$

D. $x = -3.$

Lời giải

Chọn A.

Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ xác định và liên tục trên đoạn $[-4; -1]$.

$$y' = 4x^3 - 16x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 (\in [-4; -1]) \\ x = 0 (\notin [-4; -1]) \\ x = 2 (\notin [-4; -1]) \end{cases}$$

Ta có $f(-4) = 141; f(-2) = -3; f(-1) = 6.$

Vậy hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 13$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = -2.$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{3x-1}{x+1}.$

B. $y = x^3 - x.$

C. $y = x^4 - 4x.$

D. $y = x^3 + x.$

Lời giải

Chọn D.

Câu 31. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_{16}(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^3.$

B. $a^4 = b.$

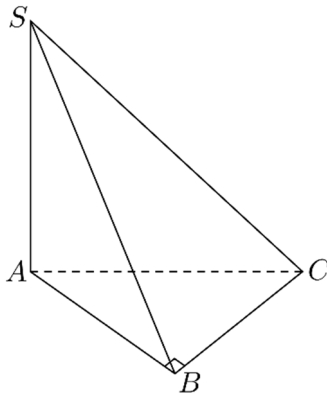
C. $a = b^4.$

D. $a^3 = b.$

Lời giải

Chọn D.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C.

Ta có: AC là hình chiếu của SC lên mp (ABC) nên $(SC; (ABC)) = \widehat{SCA}$.

$$\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{\sqrt{(3a)^2 + (\sqrt{3}a)^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ.$$

Vậy $(SC; (ABC)) = 30^\circ$.

Câu 33. Cho $\int_0^6 f(x)dx = 10$ và $\int_0^4 f(x)dx = 7$ thì $\int_4^6 f(x)dx$ bằng

A. -17 .

B. 17 .

C. 3 .

D. -3 .

Lời giải

Chọn C.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $2x + y + 3z + 7 = 0$.

B. $2x + y + 3z - 7 = 0$.

C. $2x - y + 3z + 9 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Mặt phẳng đi qua $A(1; -1; 2)$ và song song với mặt phẳng (P) nhận vector $\vec{n} = (2; -1; 3)$ làm một vector pháp tuyến có phương trình là

$$2(x-1) - (y+1) + 3(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 9 = 0.$$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $2x - y + 3z - 9 = 0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z + 2i\bar{z} = 1 + 17i$. Khi đó $|z|$ bằng

A. $\sqrt{146}$.

B. 12 .

C. $\sqrt{148}$.

D. $\sqrt{142}$.

Lời giải

Chọn A.

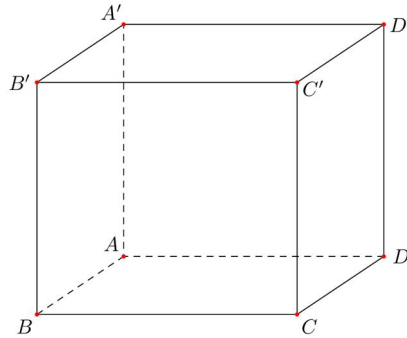
Đặt $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$, khi đó ta có.

$$z + 2i\bar{z} = 1 + 17i \Leftrightarrow (a + bi) + 2i(a - bi) = 1 + 17i.$$

$$\Leftrightarrow (a+2b) + (2a+b)i = 1+17i \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=1 \\ 2a+b=17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=11 \\ b=-5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{11^2 + (-5)^2} = \sqrt{146}.$$

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng.



A. $2\sqrt{2}a$.

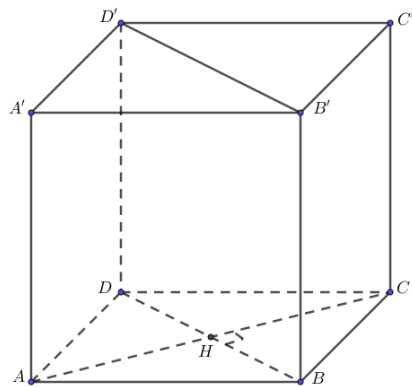
B. $2\sqrt{3}a$.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\sqrt{3}a$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $H = AC \cap BD$, khi đó ta có $CH \perp BD$ (do tứ giác $ABCD$ là hình vuông).

Lại có $CH \perp DD'$ (do $DD' \perp (ABCD)$ và $CH \subset (ABCD)$).

Suy ra $CH \perp (BDD'B')$, do đó $CH = d(C, (BDD'B'))$.

Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ nên $AC = 2a\sqrt{2}$.

$$\text{Suy ra } CH = \frac{1}{2} AC = a\sqrt{2}.$$

Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng $a\sqrt{2}$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 19 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng

A. $\frac{10}{19}$.

B. $\frac{5}{19}$.

C. $\frac{4}{19}$.

D. $\frac{9}{19}$.

Lời giải

Chọn C.

Số cách chọn hai số bất kỳ từ 19 số nguyên dương đầu tiên là C_{19}^2 .

Trong 19 số nguyên dương đầu tiên có 9 số chẵn, do đó số cách chọn được hai số chẵn là C_9^2 Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_9^2}{C_{19}^2} = \frac{4}{19}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vector $\vec{u} = (1;-3;5)$ làm vector chỉ phương có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-5}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{5}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng đi qua điểm $M(-2;1;3)$ và nhận vector $\vec{u} = (1;-3;5)$ làm vector chỉ phương có phương trình là $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0$?

A. 27.

B. Vô số.

C. 26.

D. 28.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\left[\log_2(x^2+1) - \log_2(x+31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0$.

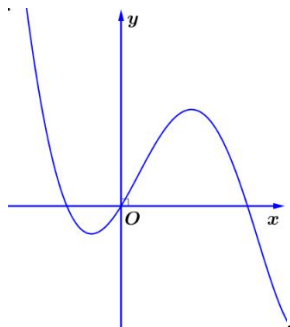
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ \log_2(x^2+1) \geq \log_2(x+31) \\ 32 \geq 2^{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ x^2 - x - 30 \geq 0 \\ x - 1 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 6 \end{cases} \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 31 < x \leq -5 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ \log_2(x^2+1) \leq \log_2(x+31) \\ 32 \leq 2^{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ x^2 - x - 30 \leq 0 \\ x - 1 \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -31 \\ \begin{cases} x \in [-5; 6] \end{cases} \\ x \geq 6 \end{cases}$$

Do x nguyên nên $x \in \{-30; -29; -28; \dots; -5; 6\}$.

Vậy có 27 giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$). Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên..



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } 3f(x) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{4}{3}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx = x(4ax^2 + 3bx + 2c).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 4ax^2 + 3bx + 2c = 0(1) \end{cases}.$$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ suy ra:.

$$+) \lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (4ax^3 + 3bx^2 + 2cx) = +\infty \Rightarrow a < 0.$$

+) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ âm, dương, bằng 0 nên phương trình (1) sẽ có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2$. Khi đó ta có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$	x_1	0	x_2	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$f(x_1)$		0	$f(x_2)$		$-\infty$	

Đồ thị hàm số $f(x)$ được vẽ dưới dạng một đường cong màu tím, bắt đầu từ $-\infty$ khi $x \rightarrow -\infty$, đi lên để chạm vào trục hoành tại x_1 , đi xuống để chạm vào trục hoành tại x_2 , và tiếp tục đi xuống để chạm vào trục hoành tại x_3 . Trục hoành được vẽ bằng màu tím và có một đường thẳng màu tím khác nằm dưới trục hoành, có phương trình $y = -4/3$.

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = -\frac{4}{3}$ tại hai điểm phân biệt.

Do đó phương trình $3f(x) + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 41. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 24π .

B. 54π .

C. 12π .

D. 72π .

Lời giải

Chọn A.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1. Gọi M là trung điểm cạnh BB' . Mặt phẳng $(MA'D)$ cắt cạnh BC tại K . Thể tích khối đa diện lồi $A'B'C'D'MKCD$ bằng

A. $\frac{7}{24}$.

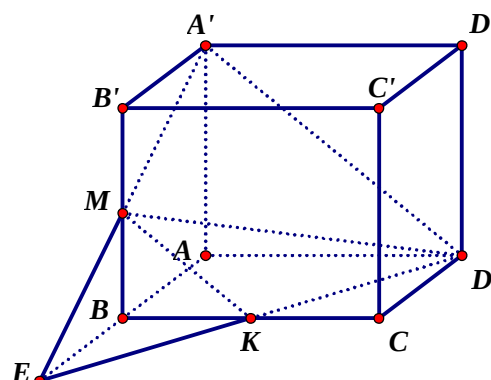
B. $\frac{7}{17}$.

C. $\frac{1}{24}$.

D. $\frac{17}{24}$.

Lời giải

Chọn D.



♦ Kéo dài $A'M$ và AB cắt nhau tại E . Suy ra $K = DE \cap BC$.

♦ Dễ thấy B là trung điểm EA và K là trung điểm BC .

♦ Có $V_{A'B'C'D'MKCD} = V - V_{A'ADMBK} = V - (V_{A'.ADE} - V_{M.BEK}) = 1 - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{24}\right) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24} \dots$

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta = -3a^2 - 10a + 9$.

+ TH1: $\Delta \geq 0$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = \frac{a-3 \pm \sqrt{\Delta}}{2}$, khi đó.

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = |\sqrt{\Delta}| \Leftrightarrow (a-3)^2 = \Delta \Leftrightarrow 4a^2 + 4a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases}. \text{ Thỏa mãn điều kiện } \Delta \geq 0.$$

+ TH2: $\Delta < 0$, phương trình có 2 nghiệm $z_{1,2} = \frac{a-3 \pm i\sqrt{-\Delta}}{2}$, khi đó.

$$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |a-3| = |i\sqrt{-\Delta}| \Leftrightarrow (a-3)^2 = -\Delta \Leftrightarrow 2a^2 + 16a - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-9 \end{cases}. \text{ Thỏa mãn điều kiện } \Delta < 0.$$

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Tìm số phần tử của S

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

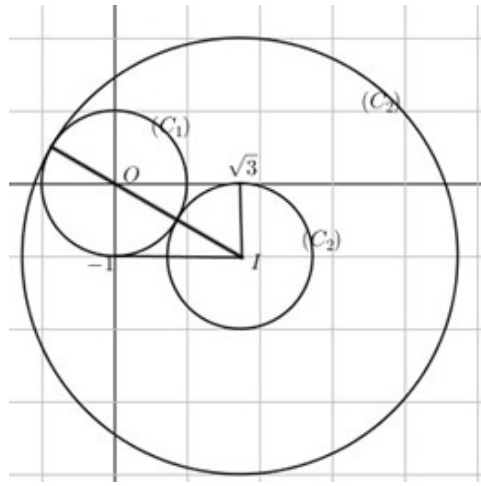
Chọn A

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có hệ
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1(1) \\ (x - \sqrt{3})^2 + (y + 1)^2 = m^2 (m \geq 0) \end{cases}.$$

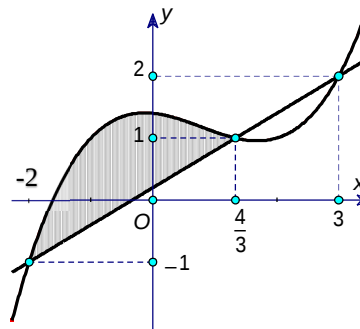
Ta thấy $m = 0 \Rightarrow z = \sqrt{3} - i$ không thỏa mãn $z.\bar{z}=1$ suy ra $m > 0$.

Xét trong hệ tọa độ Oxy tập hợp các điểm thỏa mãn (1) là đường tròn (C_1) có $O(0;0)$, $R_1 = 1$, tập hợp các điểm thỏa mãn (2) là đường tròn (C_2) tâm $I(\sqrt{3}; -1)$, $R_2 = m$, ta thấy $OI = 2 > R_1$ suy ra I nằm ngoài (C_1) .

Để có duy nhất số phức z thì hệ có nghiệm duy nhất khi đó tương đương với (C_1) , (C_2) tiếp xúc ngoài và tiếp xúc trong, điều kiện này xảy ra khi $OI = R_1 + R_2 \Leftrightarrow m + 1 = 2 \Leftrightarrow m = 1$ hoặc $R_2 = R_1 + OI \Leftrightarrow m = 1 + 2 = 3$.



Câu 45. Cho $f(x), g(x)$ lần lượt là các hàm đa thức bậc ba và bậc nhất có đồ thị như hình vẽ bên dưới.:



Biết diện tích hình S (được tô đậm) bằng $\frac{250}{81}$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$

A. $\frac{34}{15}$.

B. $\frac{31}{15}$.

C. $\frac{314}{125}$.

D. $\frac{11}{15}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $g(x)$ là hàm số bậc nhất đi qua $A\left(\frac{4}{3}; 1\right)$ và $B(3; 2)$ nên $g(x) = \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$.

Với $y = -1 \Rightarrow \frac{3}{5}x + \frac{1}{5} = -1 \Leftrightarrow x = -2 \Rightarrow C(-2; -1)$ là giao điểm của $f(x)$ và $g(x)$.

Do đó $f(x) - g(x) = a(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3)$.

Lại có: $S = \int_{-2}^{\frac{4}{3}} [f(x) - g(x)] dx \Leftrightarrow \frac{250}{81} = \int_{-2}^{\frac{4}{3}} \left[a(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3) \right] dx \Leftrightarrow a = \frac{3}{20}$.

Suy ra $f(x) - g(x) = \frac{3}{20}(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3) \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{20}(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3) + \frac{3}{5}x + \frac{1}{5}$.

Vậy $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left[\frac{3}{20}(x+2)\left(x - \frac{4}{3}\right)(x-3) + \frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \right] dx = \frac{34}{15}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 6 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+5}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm M của d và (P) là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-3} \\ x-y+2z-6=0 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-6 \\ 3y+z=11 \\ x-y+2z-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=2 \\ z=5 \end{cases} \Rightarrow M(-2;2;5).$$

$(P): x-y+2z-6=0$ có vtpt $\vec{n}=(1;-1;2)$, d có vtcp $\vec{u}=(2;1;-3)$.

Ta có Δ đi qua $M(-2;2;5)$ nhận $\vec{k}=[\vec{n},\vec{u}]=(-1;7;3)$ là một vector chỉ phương có dạng.

$$\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{7} = \frac{z-5}{3}.$$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, $B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$, $C(1;1;4)$, $D(5;3;0)$.

Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D .

A. 1.

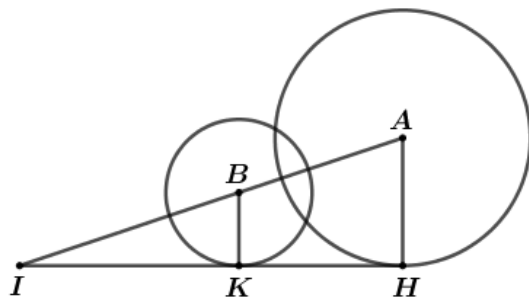
B. 2.

C. 4.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn A.



Ta tính được $AB = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, lại có $R_1 + R_2 = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ nên giao tuyến hai mặt cầu là một đường tròn.

Gọi $I = AB \cap (\alpha)$ với (α) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán..

Hạ BK, AH vuông góc với mặt phẳng (α) ..

Khi đó ta có I nằm ngoài AB và B là trung điểm AI vì $R_2 = \frac{3}{2} = \frac{1}{2}R_1 \longrightarrow BK = \frac{1}{2}AH$..

Suy ra $I(2;1;2)$..

Gọi phương trình mặt phẳng $(\alpha): a(x-2)+b(y-1)+c(z-2)=0, (a^2+b^2+c^2 > 0)$..

Vì $(\alpha) \parallel CD$ mà $\overrightarrow{CD} = (4;2;-4)$ nên ta có $2a+b-2c=0 \Leftrightarrow b=2c-2a$..

Khi đó.

$$d(A, (\alpha)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-a+b-5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 3 \Leftrightarrow (c+a)^2 = a^2 + (2c-2a)^2 + c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=2c \rightarrow b=-2c \\ a=\frac{1}{2}c \rightarrow b=c \end{cases} \dots$$

Khi đó ta có.

Trường hợp 1..

$$b = -2c; a = 2c \Rightarrow (\alpha): 2c(x-2) - 2c(y-1) + c(z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - 2y + z - 4 = 0..$$

Vì $C \in (\alpha) \longrightarrow$ mặt phẳng $2x - 2y + z - 4 = 0$ không thỏa **A.** .

Trường hợp 2..

$$b = c; a = \frac{1}{2}c \Rightarrow (\alpha): \frac{1}{2}c(x-2) + c(y-1) + c(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 8 = 0..$$

Ta thấy $C, D \notin (\alpha) \longrightarrow x + 2y + 2z - 8 = 0$ thỏa **A.** .

Vậy $x + 2y + 2z - 8 = 0..$

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 < y < 2020$ và $3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3$?

A. 9.

B. 7.

C. 8.

D. 2019.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } 3^x + 3x - 6 = 9y + \log_3 y^3 \Leftrightarrow 3^x + 3x - 6 = 9y + 3\log_3 y.$$

$$\Leftrightarrow 3^{x-1} + x - 2 = 3y + \log_3 y \Leftrightarrow 3^{x-1} + x - 1 = 3y + \log_3 (3y).$$

$$\Leftrightarrow 3^{x-1} + x - 1 = 3^{\log_3 (3y)} + \log_3 (3y) (*). \quad \text{Xét hàm số } f(t) = 3^t + t. \quad \text{Ta có:}$$

$$f'(t) = 1 + 3^t \ln 3 > 0, \forall t.$$

Suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow f(x-1) = f(\log_3 (3y)) \Leftrightarrow x-1 = \log_3 (3y) \Leftrightarrow x-2 = \log_3 y \Leftrightarrow y = 3^{x-2}.$$

$$\text{Vì } y \in (0; 2020) \text{ nên } 3^{x-2} < 2020 \Leftrightarrow x-2 < \log_3 2020 \Leftrightarrow x < 2 + \log_3 2020.$$

Do $x; y \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Ứng với mỗi giá trị nguyên của x cho ta 1 giá trị nguyên của y . Vậy có 7 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(9; 0; 0)$, $B(0; 6; 6)$, $C(0; 0; -16)$ và điểm M di động trên mặt phẳng (Oxy) . Tìm giá trị lớn nhất của $S = \left| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right| - 3MC$

A. 39.

B. 36.

C. 30.

D. 45.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

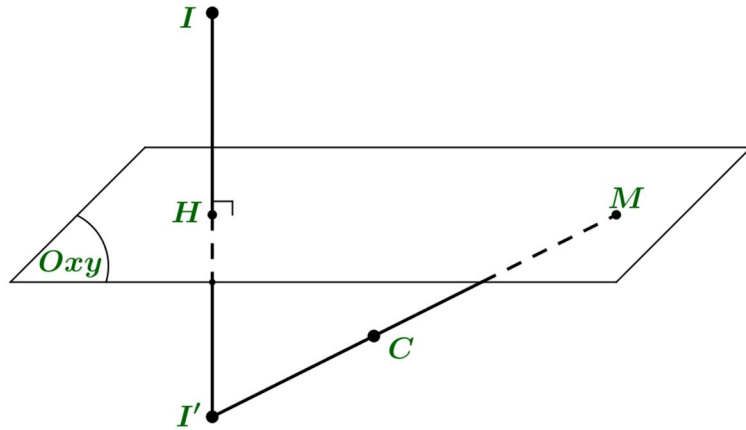
$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IA} = (9-a; -b; -c), \overrightarrow{IB} = (-a; 6-b; 6-c).$$

$$\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} 9-a = 2a \\ -b = -12+2b \\ -c = -12+2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \\ c = 4 \end{cases}. \text{ Suy ra } I(3; 4; 4).$$

$$\text{Ta có: } \left| \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} \right| = \left| \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) \right| = \left| 3\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB}) \right| = 3MI.$$

$$\text{Suy ra } S = \left| 3MI - 3MC \right| = 3 \left| MI - MC \right|.$$

Cao độ của hai điểm I, C trái dấu nên hai điểm I, C nằm về hai phía so với mặt phẳng (Oxy) .



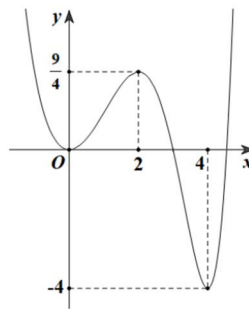
Gọi I' là điểm đối xứng của I qua mặt phẳng (Oxy) . Suy ra $I'(3; 4; -4)$.

Với mọi điểm $M \in (Oxy)$ ta luôn có: $S = 3|MI - MC| = 3|MI' - MC| \leq 3I'C$..

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi I', C, M thẳng hàng.

Suy ra $\max S = 3I'C = 3\sqrt{(0-3)^2 + (0-4)^2 + (-16+4)^2} = 39$..

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(5-2x)$ như hình vẽ bên dưới:



Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc khoảng $(-9; 9)$ thỏa mãn $2m \in \mathbb{Z}$ và hàm số

$y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 26.

B. 25.

C. 27.

D. 24.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 5 - 2x \Rightarrow x = \frac{5-t}{2}$. Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$:

t	$-\infty$	-3	1	5	$+\infty$				
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$		$+\infty$	$\frac{9}{4}$		0		$+\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(t)$ có 3 điểm cực trị.

Đặt : $g(x) = f(4x^3 + 1) \Rightarrow g'(x) = 12x^2 f'(4x^3 + 1)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(4x^3 + 1) = 0 \end{cases} (*) \text{ có 3 nghiệm đơn).}$$

$\Rightarrow$ hàm số $y = f(4x^3 + 1)$ có 3 điểm cực trị.

$$\text{Hàm số } y = \left| 2f(4x^3 + 1) + m - \frac{1}{2} \right| \text{ có 5 điểm cực trị} \Leftrightarrow \text{Hàm số } \frac{y}{2} = \left| f(4x^3 + 1) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} \right| \text{ có 5}$$

điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(4x^3 + 1) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0$ (1) có 2 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ.

Đặt $t = 4x^3 + 1 \Rightarrow t' = 12x^2$. Suy ra t là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Ứng với mỗi giá trị của t ta có một giá trị của x . Số nghiệm của phương trình bằng số nghiệm của phương trình.

$$f(t) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0.$$

Dựa vào bảng biến thiên, phương trình $f(t) + \frac{m}{2} - \frac{1}{4} = 0$ có 2 nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{1}{4} - \frac{m}{2} \geq \frac{9}{4} \\ -4 < \frac{1}{4} - \frac{m}{2} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ \frac{1}{2} \leq m < \frac{17}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \leq -8 \\ 1 \leq 2m < 17 \end{cases}.$$

Kết hợp yêu cầu m thuộc khoảng $(-9; 9)$ và $2m \in \mathbb{Z}$ ta có 26 giá trị thực của m thỏa mãn đề bài.

-----HẾT-----

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 113

Câu 1. Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Câu 3. Có 3 học sinh lớp A; 5 học sinh lớp B; 7 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh lập thành một đội. Xác suất để tất cả học sinh lớp A đều được chọn bằng

A. $\frac{12}{91}$.

B. $\frac{2}{91}$.

C. $\frac{5}{13}$.

D. $\frac{7}{13}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).

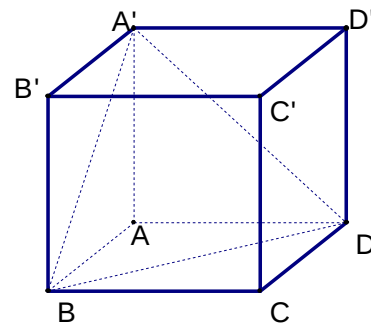
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$. Giá trị của $\cos \alpha$ là

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , có $AB = a$,

$SA = SC = a$, $SB = SD$ và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ).

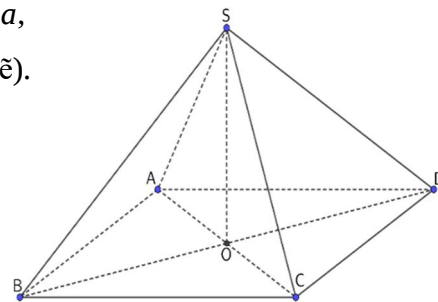
Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Câu 6. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$.

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$.

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 7. Giá trị biểu thức $(3 + 2\sqrt{2})^{2022} \cdot (\sqrt{2} - 1)^{2023}$ bằng

A. $(\sqrt{2} + 1)^{2022}$.

B. $(\sqrt{2} - 1)^{2023}$.

C. $(\sqrt{2} + 1)^{2021}$.

D. $(\sqrt{2} + 1)^{2023}$.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$.

B. $y' = \frac{(2x+1)}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$.

C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$.

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 3; -1)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z+1}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z-1}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z+3}{-4}$.

Câu 11. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối trụ đó bằng

A. 8π .

B. 32π .

C. 16π .

D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 12. Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 13. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

A. 7.

B. 6.

C. vô số.

D. 8.

Câu 14. Số phức nghịch đảo của $z = 3 + 4i$ là

A. $3 - 4i$.

B. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

C. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

D. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

Câu 15. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\bar{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;1)$.

B. $N(2;-1)$.

C. $P(1;3)$.

D. $Q(1;1)$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = \bar{z}_1 + z_2 + 2z_1\bar{z}_2$ bằng

A. $-54 + 26i$.

B. $-54 - 26i$.

C. $54 + 26i$.

D. $54 - 26i$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Tính thể tích chóp $S.ABCD$ biết $SA = 2a$

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $2a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{7}{4}x^{\frac{7}{4}} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{4}} + C$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ và đường kính bằng 4 có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Câu 20. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = -4$ và $\int_2^5 g(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 7.

B. 1.

C. -1.

D. -12.

Câu 21. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 5f(x)dx$ bằng

- A. 10. B. 7. C. 25. D. 4.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $a^3\sqrt{6}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 3 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 3x - \cos x + C$. B. $\int f(x)dx = 3x + \sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = 3x + \cos x + C$. D. $\int f(x)dx = -\cos x + C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;5)$, $B(4;0;4)$, $C(0;a;6)$ ($a \in \mathbb{R}$). Với giá trị nào của a thì A, B, C thẳng hàng?

- A. $a = 1$. B. $a = 2$. C. $a = -1$. D. $a = -2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Câu 26. Hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	
y						

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$. B. Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. D. Hàm số không có cực đại.

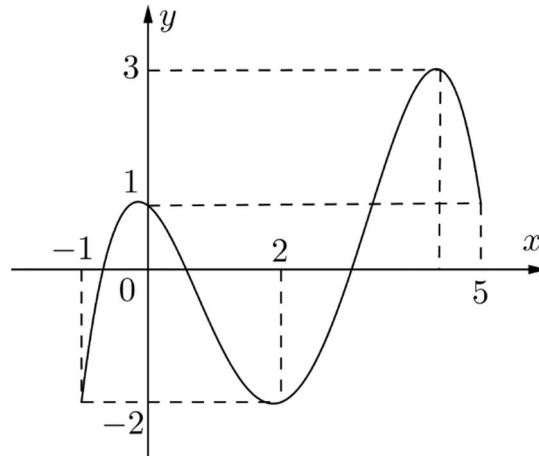
Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;2;3)$. Phương trình của (P) là

- A. $x - 2y + 3z + 1 = 0$. B. $x + 2y + 3z - 5 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 1 = 0$. D. $x + 2y + 3z + 5 = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số có hai điểm cực tiểu. B. Hàm số có 3 điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$. D. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng.



- A. -1. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 31. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ lần lượt có phương trình là

- A. $x = -1; y = -2$. B. $x = 1; y = -2$.
C. $x = \frac{1}{2}; y = -1$. D. $x = -1; y = 2$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: x = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{4}$ và $d_2: \frac{x-5}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $A(-1; -4; -5) \in d_1$. B. $B(9; -2; 1) \in d_2$.
C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. $d_1 \cap d_2$.

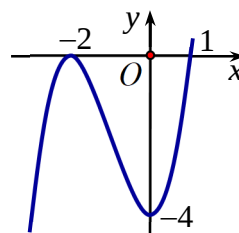
Câu 33. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
C. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.
D. Bất kì một hình hộp nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2)$; $B(2;1;0)$ và $C(1;2;3)$, phương trình mặt phẳng (ABC) là

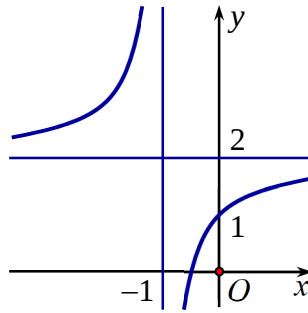
- A. $5x - y + 2z + 9 = 0$. B. $5x - y + 2z - 1 = 0$.
C. $5x - y + 2z - 9 = 0$. D. $5x - y + 2z + 1 = 0$.

Câu 35. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$. D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 36. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $z+i=(1+i)^2$. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn hình học của z , biết M thuộc đường tròn có bán kính R . Tính bán kính R

A. $R = \sqrt{3}$.

B. $R = 2$.

C. $R = 1$.

D. $R = \sqrt{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn

$\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8$

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: x = y = \frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-2} = y = z-1$. Gọi Δ là

đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} \Delta \cap d_2 \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$. Phương trình của Δ là

A. $\Delta: x = \frac{y}{-1} = z$.

B. $\Delta: \frac{x}{-1} = y = z$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho

A. $V_{\max} = \frac{130}{3}$.

B. $V_{\max} = \frac{128}{3}$.

C. $V_{\max} = \frac{125}{3}$.

D. $V_{\max} = \frac{250}{3}$.

Câu 42. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 3x^2]dx$ bằng

A. 30.

B. 28.

C. 25.

D. 12.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1) + f(2) + \dots + f(2022)$ bằng

- A. $-\frac{2022}{2023}$. B. $-\frac{2023}{2024}$. C. $-\frac{2019}{2020}$. D. $-\frac{2022}{2021}$.

Câu 44. Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Giá trị của $P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}}$ là

- A. $P = 3$. B. $P = 1$. C. $P = -1$. D. $P = 2$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. C. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$. D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hai số phức z và w đồng thời thỏa mãn hai điều kiện: $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$. Giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$ là

- A. $M = 3\sqrt{3}$. B. $M = 3$. C. $M = 3\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 47. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Số phần tử của tập S bằng

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 6.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$?

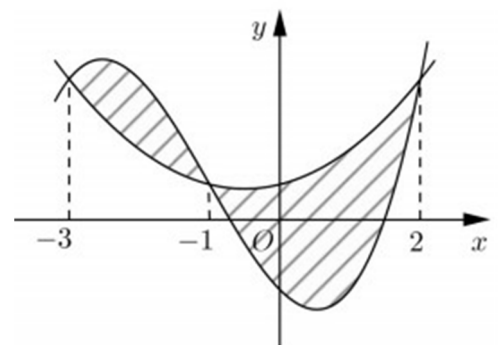
- A. 9. B. 27. C. 80. D. 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$, điểm $A = (-3; 1; -6)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ A đến mặt phẳng (P) lần lượt là a và b . Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ bằng

- A. $9 + \sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3} - 2$. C. 9. D. $9 - \sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng.

- A. $\frac{253}{12}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{125}{48}$.



-----HẾT-----

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề: 113

Câu 1. Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 2. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8 .

B. A_{10}^2 .

C. C_{10}^2 .

D. 10^2 .

Câu 3. Có 3 học sinh lớp A; 5 học sinh lớp B; 7 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh lập thành một đội. Xác suất để tất cả học sinh lớp A đều được chọn bằng

A. $\frac{12}{91}$.

B. $\frac{2}{91}$.

C. $\frac{5}{13}$.

D. $\frac{7}{13}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ).

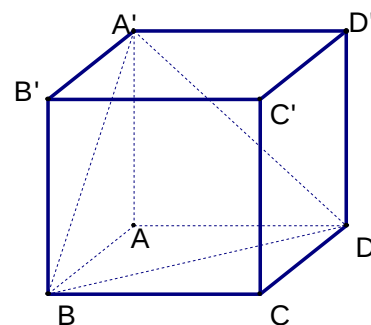
Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$. Giá trị của $\cos \alpha$ là

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

B. $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.



Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , có $AB = a$,

$SA = SC = a$, $SB = SD$ và góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$ (tham khảo hình vẽ).

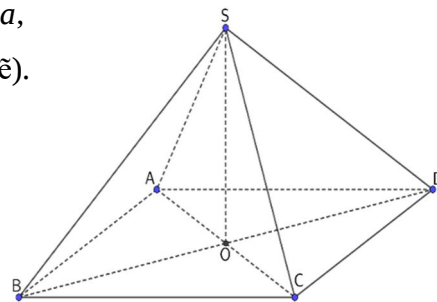
Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.



Câu 6. Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x$.

B. $P = x^{\frac{11}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{7}{6}}$.

D. $P = x^{\frac{5}{6}}$.

Câu 7. Giá trị biểu thức $(3 + 2\sqrt{2})^{2022} \cdot (\sqrt{2} - 1)^{2023}$ bằng

A. $(\sqrt{2} + 1)^{2022}$.

B. $(\sqrt{2} - 1)^{2023}$.

C. $(\sqrt{2} + 1)^{2021}$.

D. $(\sqrt{2} + 1)^{2023}$.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$.

B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$.

C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$.

D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là

A. $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2 + x + 1}$.

B. $y' = \frac{(2x+1)}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$.

C. $y' = \frac{2x+1}{x^2 + x + 1}$.

D. $y' = \frac{1}{(x^2 + x + 1)\ln 3}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 3; -1)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z+1}{-4}$.

B. $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z-3}{4}$.

C. $\frac{x-5}{4} = y-3 = \frac{z-1}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{4} = y-2 = \frac{z+3}{-4}$.

Câu 11. Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối trụ đó bằng

A. 8π .

B. 32π .

C. 16π .

D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 12. Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là

A. 1.

B. 0.

C. 3.

D. 2.

Câu 13. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

A. 7.

B. 6.

C. vô số.

D. 8.

Câu 14. Số phức nghịch đảo của $z = 3 + 4i$ là

A. $3 - 4i$.

B. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

C. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

D. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$.

Câu 15. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\bar{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0; 1)$.

B. $N(2; -1)$.

C. $P(1; 3)$.

D. $Q(1; 1)$.

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Số phức liên hợp của số phức $w = \bar{z}_1 + z_2 + 2z_1\bar{z}_2$ bằng

A. $-54 + 26i$.

B. $-54 - 26i$.

C. $54 + 26i$.

D. $54 - 26i$.

Câu 17. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy. Tính thể tích chóp $S.ABCD$ biết $SA = 2a$

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $2a^3$.

C. a^3 .

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{7}{4}x^{\frac{7}{4}} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{4}{3}x^{-\frac{1}{4}} + C$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ và đường kính bằng 4 có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

Câu 20. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = -4$ và $\int_2^5 g(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

A. 7.

B. 1.

C. -1.

D. -12.

Câu 21. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 5f(x)dx$ bằng
A. 10. **B.** 7. **C.** 25. **D.** 4.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc, $SA = a$, $SB = a\sqrt{3}$ và $AC = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $a^3\sqrt{6}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = 3 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x)dx = 3x - \cos x + C$. **B.** $\int f(x)dx = 3x + \sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = 3x + \cos x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\cos x + C$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;5)$, $B(4;0;4)$, $C(0;a;6)$ ($a \in \mathbb{R}$). Với giá trị nào của a thì A, B, C thẳng hàng?
A. $a = 1$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = -1$. **D.** $a = -2$.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Câu 26. Hàm số $y = 2x^4 + 4x^2 - 3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(0; +\infty)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

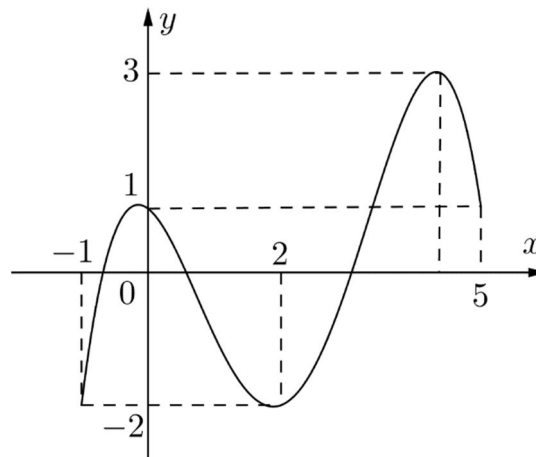
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$. **B.** Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. **D.** Hàm số không có cực đại.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;0)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;2;3)$. Phương trình của (P) là
A. $x - 2y + 3z + 1 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z - 5 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 1 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z + 5 = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. Hàm số có hai điểm cực tiểu. **B.** Hàm số có 3 điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$. **D.** Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng.



A. -1.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Câu 31. Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ lần lượt có phương trình là

A. $x = -1; y = -2$.

B. $x = 1; y = -2$.

C. $x = \frac{1}{2}; y = -1$.

D. $x = -1; y = 2$.

Câu 32. Trong không gian Oxyz, cho 2 đường thẳng $d_1: x = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{4}$ và $d_2: \frac{x-5}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{-1}$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $A(-1; -4; -5) \in d_1$.

B. $B(9; -2; 1) \in d_2$.

C. d_1 và d_2 chéo nhau.

D. $d_1 \cap d_2$.

Câu 33. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Bất kì một hình hộp chữ nhật nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Bất kì một hình chóp đều nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Bất kì một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Bất kì một hình hộp nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 34. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1;0;2)$; $B(2;1;0)$ và $C(1;2;3)$, phương trình mặt phẳng (ABC) là

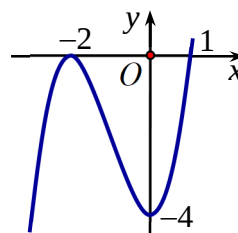
A. $5x - y + 2z + 9 = 0$.

B. $5x - y + 2z - 1 = 0$.

C. $5x - y + 2z - 9 = 0$.

D. $5x - y + 2z + 1 = 0$.

Câu 35. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



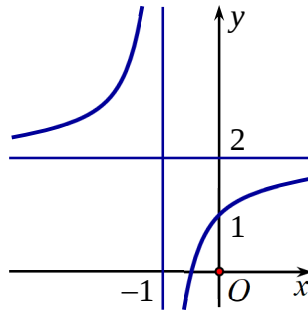
A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 4$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 4$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 36. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+3}{1-x}$.

B. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện: $z+i=(1+i)^2$. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn hình học của z , biết M thuộc đường tròn có bán kính R . Tính bán kính R

A. $R = \sqrt{3}$.

B. $R = 2$.

C. $R = 1$.

D. $R = \sqrt{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn

$\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8$

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: x = y = \frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-2} = y = z-1$. Gọi Δ là

đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} \Delta \cap d_2 \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$. Phương trình của Δ là

A. $\Delta: x = \frac{y}{-1} = z$.

B. $\Delta: \frac{x}{-1} = y = z$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$.

D. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho

A. $V_{\max} = \frac{130}{3}$.

B. $V_{\max} = \frac{128}{3}$.

C. $V_{\max} = \frac{125}{3}$.

D. $V_{\max} = \frac{250}{3}$.

Câu 42. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 3x^2]dx$ bằng

A. 30.

B. 28.

C. 25.

D. 12.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1) + f(2) + \dots + f(2022)$ bằng

- A.** $-\frac{2022}{2023}$. **B.** $-\frac{2023}{2024}$. **C.** $-\frac{2019}{2020}$. **D.** $-\frac{2022}{2021}$.

Câu 44. Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Giá trị của $P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}}$ là

- A.** $P = 3$. **B.** $P = 1$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 2$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ, \widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A.** $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. **B.** $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. **C.** $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$. **D.** $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 46. Cho hai số phức z và w đồng thời thỏa mãn hai điều kiện: $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$. Giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$ là

- A.** $M = 3\sqrt{3}$. **B.** $M = 3$. **C.** $M = 3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 47. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Số phần tử của tập S bằng

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$?

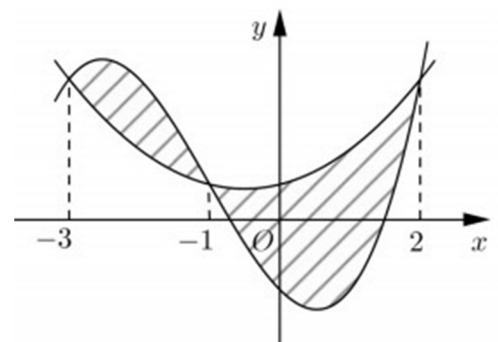
- A.** 9. **B.** 27. **C.** 80. **D.** 3.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 9$, điểm $A = (-3; 1; -6)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ A đến mặt phẳng (P) lần lượt là a và b . Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ bằng

- A.** $9 + \sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{3} - 2$. **C.** 9. **D.** $9 - \sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng.

- A.** $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{125}{12}$. **C.** $\frac{253}{48}$. **D.** $\frac{125}{48}$.



-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	A	D	A	C	C	B	A	B	B	A	B	D	D	A	C	A	C	A	C	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	B	C	C	D	C	D	C	D	D	C	A	D	C	B	B	A	C	D	C	C	C	D	C

HDG CÁC CÂU VD VÀ VDC

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			5		-3		$+\infty$
	$-\infty$						

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = f(1-3x)+1, x \in \mathbb{R}$.

Ta có $g'(x) = -3f'(1-3x)$ suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x = -1 \\ 1-3x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$.

$$g\left(\frac{2}{3}\right) = f(-1)+1=6; g\left(-\frac{2}{3}\right) = f(3)+1=-2.$$

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$		-2		6		$-\infty$

$$\text{Phương trình } |f(1-3x)+1|=3 \Leftrightarrow |g(x)|=3 \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)=3 \\ g(x)=-3 \end{cases}.$$

Phương trình $g(x) = 3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $g(x) = -3$ có 1 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $|g(x)| = 3$ có 4 nghiệm.

Vậy phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có 4 nghiệm.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn

$$\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8$$

A. 1.

B. 0.

C. Vô số.

D. 2.

Lời giải

Chọn D.

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x+m}{x+1}$ liên tục trên đoạn $[0;2]$. Ta có $f(0) = m$, $f(2) = \frac{4+m}{3}$ và đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = -\frac{m}{2}$.

Nếu $m = 2$ thì $f(x) = \frac{2x+2}{x+1} = 2, \forall x \in [0;2]$. Do đó $\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 2 + 2 = 4$ (Loại).

Trường hợp 1: Nếu $m(4+m) \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 0$ thì $\begin{cases} \min_{[0;2]} |f(x)| = 0 \\ \max_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ -m; -\frac{4+m}{3} \right\} \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} -m = 8 \\ \frac{-4-m}{3} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8 \notin [-4;0] \\ m = -28 \notin [-4;0] \end{cases}$.

Trường hợp 2: Nếu $\frac{-m}{2} < 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $\max_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ m; \frac{4+m}{3} \right\}$; $\min_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ m; \frac{4+m}{3} \right\}$.

Dễ thấy nếu $\max_{[0;2]} |f(x)| = m$ thì $\min_{[0;2]} |f(x)| = \frac{4+m}{3}$, ngược lại $\max_{[0;2]} |f(x)| = \frac{4+m}{3}$ thì $\min_{[0;2]} |f(x)| = m$. Do đó $\therefore$

$$\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8 \Leftrightarrow m + \frac{4+m}{3} = 8 \Leftrightarrow m = 5 \text{ (Nhận)}.$$

Trường hợp 3: Nếu $\frac{-m}{2} > 2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $\max_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ -m; -\frac{4+m}{3} \right\}$; $\min_{[0;2]} |f(x)| = \left\{ -m; -\frac{4+m}{3} \right\}$.

Do đó $\min_{[0;2]} |f(x)| + \max_{[0;2]} |f(x)| = 8 \Leftrightarrow -m - \frac{4+m}{3} = 8 \Leftrightarrow m = -7$ (Nhận).

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho 2 đường thẳng $d_1: x = y = \frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-2} = y = z-1$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi

qua gốc tọa độ O và đồng thời thỏa mãn $\begin{cases} \Delta \cap d_2 \\ \Delta \perp d_1 \end{cases}$

A. $\Delta: x = \frac{y}{-1} = z$.

B. $\Delta: \frac{x}{-1} = y = z$.

C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $\Delta \cap d_2$ tại $A(-2t-1; t; t+1)$.

$$\Delta \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \text{ từ đó tìm được } t.$$

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 4$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng 6. Tìm thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho

A. $V_{\max} = \frac{130}{3}.$

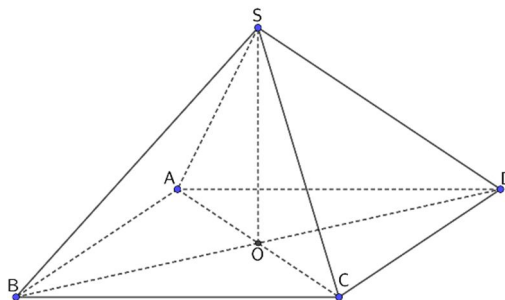
B. $V_{\max} = \frac{128}{3}.$

C. $V_{\max} = \frac{125}{3}..$

D. $V_{\max} = \frac{250}{3}..$

Lời giải

Chọn B.



Gọi O là tâm hình chữ nhật $ABCD$.

$$AB = x$$

$$\Rightarrow SO \perp (ABCD)$$

$$SO = \sqrt{32 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\text{Có } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{32 - \frac{x^2}{4}} \cdot 4x = \frac{2}{3} \sqrt{x^2(128 - x^2)}.$$

$$\Rightarrow V_{SABCD} \leq \frac{128}{3}.$$

Câu 42. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 2$ thì $\int_1^3 [f(x) + 3x^2] dx$ bằng

A. 30.

B. 28.

C. 25.

D. 12.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \int_1^3 [f(x) + 3x^2] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 3x^2 dx = 2 + x^3 \Big|_1^3 = 2 + 3^3 - 1^3 = 28.$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$ bằng

A. $-\frac{2022}{2023}.$

B. $-\frac{2023}{2024}.$

C. $-\frac{2019}{2020}.$

D. $-\frac{2022}{2021}.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$f'(x) = (2x+1)f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+1 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+1) dx \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^2 + x + C.$$

$$\text{Mà } f(1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{x^2 + x} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = \frac{1}{2} - 1 \\ f(2) = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\ f(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \\ \vdots \\ f(2022) = \frac{1}{2023} - \frac{1}{2022} \end{array} \right. \Rightarrow f(1) + f(2) + \dots + f(2022) = -1 + \frac{1}{2023} = -\frac{2022}{2023}.$$

Câu 44. Biết số phức z thỏa mãn phương trình $z + \frac{1}{z} = 1$. Tính $P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}}$.

A. $P = 3$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$+ \text{Ta có } z + \frac{1}{z} = 1 \Leftrightarrow z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \\ z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \end{array} \right.$$

$$+ \text{TH1: } z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\Rightarrow z^{2020} = \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)^{2020} = \frac{(1 + \sqrt{3}i) \cdot \left[(1 + \sqrt{3}i)^3 \right]^{673}}{2^{2020}} = \frac{(1 + \sqrt{3}i) \cdot (-8)^{673}}{2^{2020}} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

$$\text{và } \frac{1}{z^{2020}} = -\frac{2}{1 + \sqrt{3}i} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

$$\text{Khi đó, } P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i - \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = -1.$$

$$+ \text{TH2: } z = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \text{ Tương tự } P = -1.$$

$$\text{Vậy } P = z^{2020} + \frac{1}{z^{2020}} = -1.$$

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO . Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy của hình nón sao cho khoảng cách từ O đến AB bằng a và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $S_{xq} = \frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

B. $S_{xq} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$.

C. $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$.

D. $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.

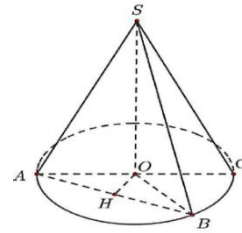
Có $OH = a$, đặt $OA = x$.

$$\Rightarrow OA = SA \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow SA = \frac{2x}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Tam giác SAB đều} \rightarrow AB = SA = \frac{2x}{\sqrt{3}} \rightarrow AH = \frac{x}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Có: } AH^2 + OH^2 = OA^2.$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{3} + a^2 = x^2 \rightarrow x \text{ xịn.}$$



Câu 46. Cho số phức z và w biết chúng đồng thời thỏa mãn hai điều kiện: $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$.

Tìm giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$

A. $M = 3\sqrt{3}$.

B. $M = 3$.

C. $M = 3\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1.

$$\text{Ta có: } \left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1 \Leftrightarrow \left| \frac{(1+i)z + 2(1-i)}{1-i} \right| = 1 \Leftrightarrow |(1+i)z + 2(1-i)| = |1-i|$$

$$\Leftrightarrow |(1+i)z + 2(1-i)| = \sqrt{2}.$$

$$\text{Mặt khác: } |(1+i)z| - |2(1-i)| \leq |(1+i)z + 2(1-i)| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |(1+i)z| \leq |2(1-i)| + \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}|z| \leq 3\sqrt{2}.$$

$$\text{Khi đó: } M = |z - w| = |z - iz| = |(1-i)z| = \sqrt{2}|z| \leq 3\sqrt{2}.$$

Câu 47. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Tìm số phần tử của tập S .

A. 4.

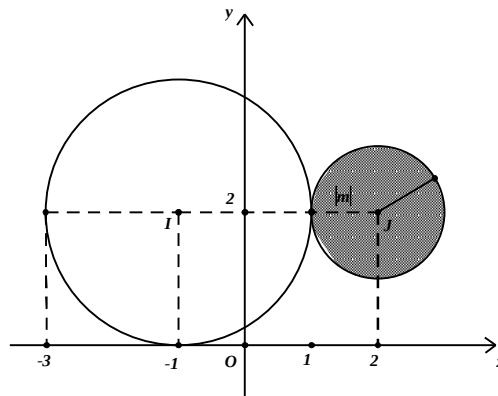
B. 3.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn C.



Nhận thấy $x^2 + y^2 + 2 > 1$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$ nên:

$$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-4y+8-m^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq m^2.$$

Khi $m = 0$ thì $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$. Cặp $(2; 2)$ không là nghiệm của phương trình

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

Khi $m \neq 0$, tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn là hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính là $|m|$.

Trường hợp này, yêu cầu bài toán trở thành tìm m để đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính 2 và hình tròn tâm $J(2; 2)$, bán kính $|m|$ có đúng một điểm chung.

Điều này xảy ra khi hai đường tròn này tiếp xúc ngoài với nhau, tức là $|m| = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

(Do điểm J nằm ngoài đường tròn tâm I nên nếu chúng tiếp xúc trong thì hình tròn tâm J sẽ chứa trọn đường tròn tâm I . Khi đó, mọi điểm nằm trên đường tròn tâm I đều thuộc hình tròn tâm J , nghĩa là có vô số nghiệm).

Vậy $S = \{-1; 1\}$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn $(3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0$

A. 9.

B. 27.

C. 80.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } (3^{2x+1} + 2 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0 \Leftrightarrow [3 \cdot (3^x)^2 + 2 \cdot 3^x - 1](3^x - y) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x + 1)(3 \cdot 3^x - 1)(3^x - y) \leq 0 \Leftrightarrow (3^{x+1} - 1)(3^x - y) \leq 0 \text{ (do } 3^x + 1 > 0, \forall x).$$

$$\text{TH1: } 3^{x+1} - 1 \leq 0 \Rightarrow x + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -1 \text{ ta có } 3^x - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 3^x \leq 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

Suy ra: Không có y là số nguyên dương thỏa mãn.

$$\text{TH2: } 3^{x+1} - 1 \geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1 \text{ ta có } 3^x - y \leq 0 \Rightarrow y \geq 3^x \geq 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

Với y là số nguyên dương thì $-1 \leq x \leq \log_3 y$.

Để ứng với mỗi số y có không quá 5 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình nên nghiệm x chỉ nằm trong khoảng $\{-1; 0; 1; 2; 3\} \Rightarrow y < 3^4 = 81$.

Vậy có 80 số nguyên dương y thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$, điểm $A = (-3; 1; -6)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y - 2}{-1} = \frac{z + 1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng song song với đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) . Gọi khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ A đến mặt phẳng (P) lần lượt là a và b . Giá trị của biểu thức $T = a + 2b$ bằng

A. $9 + \sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{3} - 2$.

C. 9.

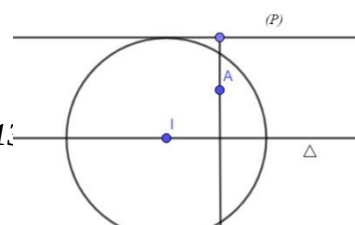
D. $9 - \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.

$$(P) / \vec{u} = (2, -1, 3).$$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và $\vec{u} = (2, -1, 3)$.

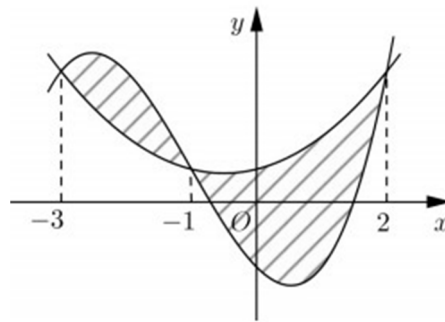


$$\text{Xét } (S) \text{ có } \begin{cases} I(0,0,1) \\ R=3 \end{cases} \Rightarrow \Delta \begin{cases} x=2t \\ y=-t \\ z=1+3t \end{cases}.$$

$$d(A, (P))_{\max} = d_{(A, \Delta)} + R = \sqrt{3} + 3.$$

$$\text{Để } d(A, (P))_{\min} = |R - d_{(A, \Delta)}| = 3 - \sqrt{3}.$$

Câu 50. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng.



A. $\frac{253}{12}$.

B. $\frac{125}{12}$.

C. $\frac{253}{48}$.

D. $\frac{125}{48}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm.

$$ax^3 + bx^2 + cx - 1 = dx^2 + ex + \frac{1}{2} \Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = 0.$$

Để thấy phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt $-3; -1; 2$ nên.

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = a(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - \frac{3}{2} = ax^3 + 2ax^2 - 5ax + 6a$$

Đồng nhất hệ số ta được:

$$-\frac{3}{2} = 6a \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4} \Rightarrow f(x) - g(x) = -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)$$

$$\Rightarrow S = \int_{-3}^{-1} \left| -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx + \int_{-1}^2 \left| -\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{1}{4} \cdot \frac{16}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{63}{4} = \frac{253}{48}.$$

-----**HẾT**-----

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **114**

Câu 1. Tính môđun của số phức $z = 3 + 4i$

- A. 3. B. 5. C. 7. D. $\sqrt{7}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$ có tâm là điểm có tọa độ là

- A. $(-2; 3; 0)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(-2; -3; 0)$. D. $(2; 3; 0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $(0; 3)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; -3)$. D. $(2; 3)$.

Câu 4. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + C$. C. $\int x^2 dx = 2x + C$. D. $\int x^2 dx = x^3 + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:.

x	$-\infty$	-2		1		2		3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

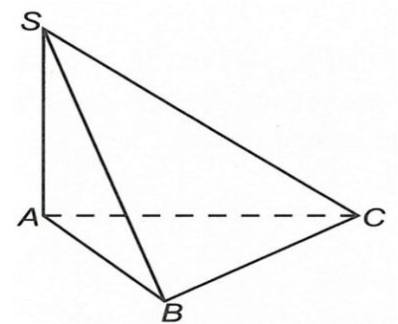
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(10; +\infty)$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$.
C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.



Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-4}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

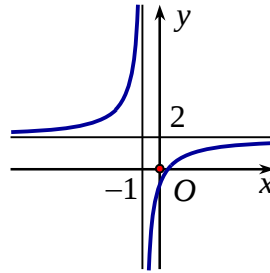
Câu 10. Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{25}{3}$. B. 87. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Câu 11. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$. Giá trị của $I = \int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ là

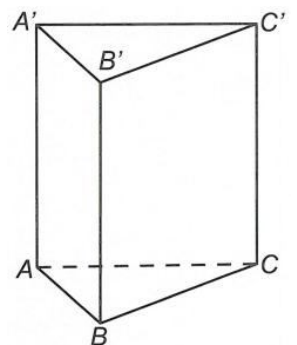
- A. 5. B. 7. C. 9. D. 12.

- Câu 12.** Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là
A. $w = 7 - 3i$. **B.** $w = -3 - 3i$. **C.** $w = 3 + 7i$. **D.** $w = -7 - 7i$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (-1; -1; 3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?
A. $-x - y + 3z - 3 = 0$. **B.** $x - y - 3z - 3 = 0$. **C.** $x + y + 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$ và $\overrightarrow{ON} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
 Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là
A. $(1; 2; -2)$. **B.** $(1; -1; 2)$. **C.** $(-1; -2; 2)$. **D.** $(2; 0; 1)$.
- Câu 15.** Trên mặt phẳng tọa độ, cho số phức z có điểm biểu diễn $A(2; -1)$. Tìm điểm biểu diễn số phức $w = iz$.
A. $M(-1; 2)$. **B.** $M(2; -1)$. **C.** $M(2; 1)$. **D.** $M(1; 2)$.
- Câu 16.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là
A. $y = \frac{1}{2}$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.
- Câu 17.** Với mọi số thực a dương, rút gọn biểu thức $\log_3(3a) - 1$ bằng
A. $\log_3 a$. **B.** $\log_3 a + 1$. **C.** $\log_3 a - 1$. **D.** a .
- Câu 18.** Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = \frac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-2}{x-1}$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $A(1; 2; 3)$. **B.** $B(1; 2; 0)$. **C.** $C(1; 2; 1)$. **D.** $D(0; 2; 3)$.
- Câu 20.** Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$). Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $A_n^k = \frac{n!}{(n+k)!}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$.
C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Câu 21.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

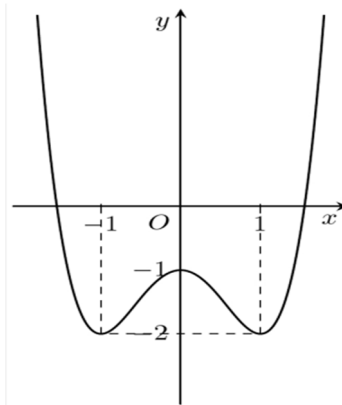
- A.** $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.



Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = 3^x \ln 3$. B. $y' = 3^x \cdot \log_3 x$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = x3^{x-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 24. Cho hình trụ có độ dài đường sinh bằng 6, diện tích xung quanh bằng 48π . Bán kính hình tròn đáy của hình trụ đó bằng

- A. 1. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 25. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_5^2 f(x) dx = 1$. Giá trị của $I = \int_1^5 f(x) dx$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. -2.

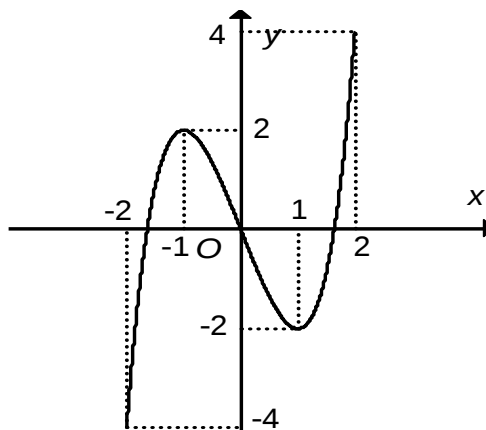
Câu 26. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

- A. $u_5 = \frac{-27}{16}$. B. $u_5 = \frac{-16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \cos 2x$ là

- A. $\int f(x) dx = e^x + \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = e^{x+1} + \sin 2x + C$.

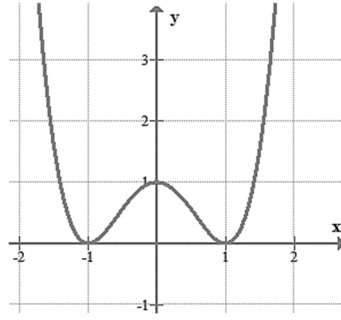
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

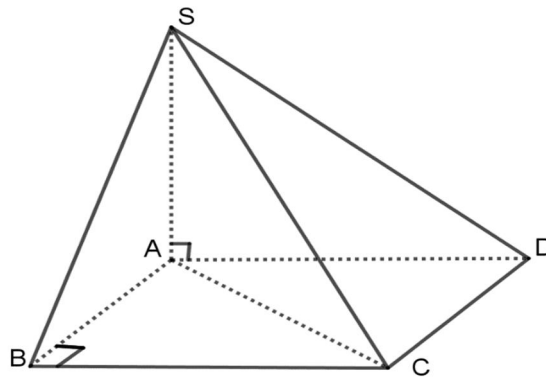
Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = \frac{x+1}{x+3}$. D. $y = x^3 + 3x$.

Câu 31. Cho các số thực dương a, b, c bất kì và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng:

- A. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$. B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$. D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_b a - \log_c a$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = 1$, $AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}$ và vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng.



- A. 75° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 33. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ là bao nhiêu?

- A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.

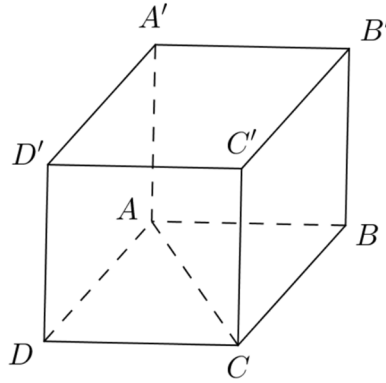
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{2}$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): mx + (2m-1)y - 2z - 5 = 0$ (m là tham số thực). Giá trị của m bằng

- A. 3. B. -3. C. 1. D. -1.

Câu 35. Tính mô đun của số phức z biết $z - 2i\bar{z} = 1 - 5i$

- A. $|z| = \sqrt{10}$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = \frac{\sqrt{170}}{3}$. D. $|z| = 10$.

- Câu 36.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.



- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

- Câu 37.** Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

- A. $\frac{11}{7}$. B. $\frac{110}{570}$. C. $\frac{46}{57}$. D. $\frac{251}{285}$.

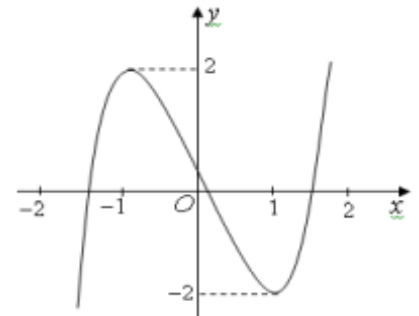
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{-2}$ và điểm $M(2;3;0)$. Điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d là

- A. $M'(0;1;2)$. B. $M'(3;-4;-3)$. C. $M'(1;2;1)$. D. $M'(4;-11;-6)$.

- Câu 39.** Bất phương trình $2x - \log_4(2 - 2^x)^2 > 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-50;50]$

- A. 49. B. 50. C. 101. D. 100.

- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



- A. 3.
B. 7.
C. 9.
D. 5.

- Câu 41.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm cấp 2 trên R . Biết hàm số $(x^2 - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $e^x \cdot f''(x)$ và $f(1) + f(0) = \frac{11}{12}$. Tính giá trị $f\left(\frac{1}{2}\right)$

- A. $\frac{27}{64}$. B. $\frac{81}{64}$. C. $\frac{27}{8}$. D. $-\frac{5}{4}$.

- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{7}{5}$. C. $\frac{12}{7}$. D. $\frac{6}{5}$.

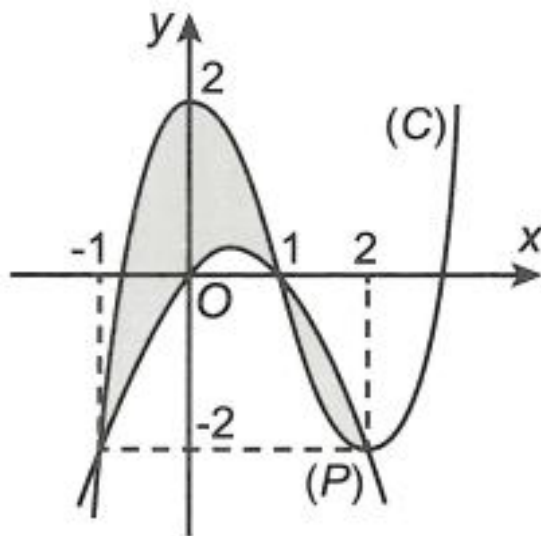
- Câu 43.** Biết phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 . Trên mặt phẳng tọa độ ọi A, B lần lượt là 2 điểm z_1, z_2 sao cho tam giác OAB có một góc bằng 120° . Tính tổng các giá trị a thỏa mãn bài toán

- A. -4 . B. 6 . C. -6 . D. 4 .

Câu 44. Cho hai số phức u, v thỏa mãn $6|u-1|=|v+2i|=6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=|2u-v+i|$

- A. $3-\sqrt{2}$. B. $3-\sqrt{6}$. C. $3-2\sqrt{2}$. D. $4-\sqrt{13}$.

Câu 45. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng



- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-4z+1=0$ và điểm $A(a;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục Ox tại điểm M . Tính độ dài đoạn thẳng AM

- A. $AM=\sqrt{13}$. B. $AM=\sqrt{38}$. C. $AM=2\sqrt{2}$. D. $AM=6$.

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO}=30^\circ$, $\widehat{SAB}=60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Câu 48. Có tất cả bao nhiêu cặp $(a;b)$ nguyên dương để phương trình sau có đúng 5 nghiệm phân biệt

$$2(12x^3+ax^2-9x+b)\log\sqrt{(a+1)x^2+6+b}=12x^3+ax^2-9x+b$$

- A. 36. B. 35. C. 22. D. 20.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1):(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=1$, $(S_2):(x-1)^2+(y+3)^2+(z+2)^2=9$, điểm $A(-1;0;0)$ và điểm B tùy ý thuộc mặt cầu (S_2) , biết đường thẳng d đi qua A, B và luôn tiếp xúc với mặt cầu (S_1) . Gọi a, b lần lượt là độ dài lớn nhất, ngắn nhất của đoạn thẳng AB . Tính a^2-b^2

- A. $4\sqrt{65}$. B. $\frac{2\sqrt{65}}{3}$. C. $6\sqrt{15}$. D. $2\sqrt{15}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 15. B. 17. C. 16. D. 18.

.....HẾT.....

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **114**

Câu 1. Tính môđun của số phức $z = 3 + 4i$

- A. 3. B. 5. C. 7. D. $\sqrt{7}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$ có tâm là điểm có tọa độ là

- A. $(-2; 3; 0)$. B. $(2; -3; 0)$. C. $(-2; -3; 0)$. D. $(2; 3; 0)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số đã cho?

- A. $(0; 3)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; -3)$. D. $(2; 3)$.

Câu 4. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = x^2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + C$. C. $\int x^2 dx = 2x + C$. D. $\int x^2 dx = x^3 + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:.

x	$-\infty$	-2		1		2		3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

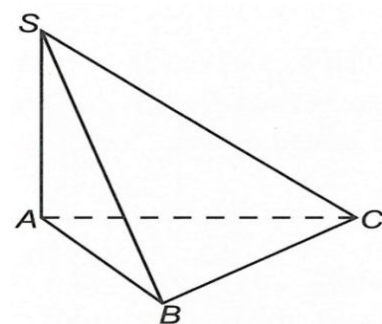
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) > 3$ là

- A. $(9; +\infty)$. B. $(-\infty; 9)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(10; +\infty)$.

Câu 8. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$, đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$.
C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3}{4}$.



Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-4}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

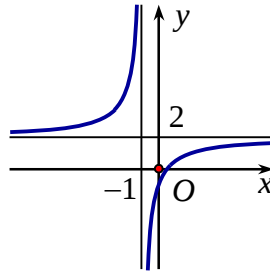
Câu 10. Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{25}{3}$. B. 87. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

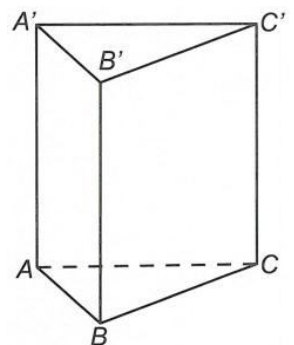
Câu 11. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$. Giá trị của $I = \int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ là

- A. 5. B. 7. C. 9. D. 12.

- Câu 12.** Cho số phức $z = 2 + 5i$. Số phức $w = iz + \bar{z}$ là
A. $w = 7 - 3i$. **B.** $w = -3 - 3i$. **C.** $w = 3 + 7i$. **D.** $w = -7 - 7i$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (-1; -1; 3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?
A. $-x - y + 3z - 3 = 0$. **B.** $x - y - 3z - 3 = 0$. **C.** $x + y + 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + \vec{j}$ và $\overrightarrow{ON} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$.
 Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MN}$ là
A. $(1; 2; -2)$. **B.** $(1; -1; 2)$. **C.** $(-1; -2; 2)$. **D.** $(2; 0; 1)$.
- Câu 15.** Trên mặt phẳng tọa độ, cho số phức z có điểm biểu diễn $A(2; -1)$. Tìm điểm biểu diễn số phức $w = iz$.
A. $M(-1; 2)$. **B.** $M(2; -1)$. **C.** $M(2; 1)$. **D.** $M(1; 2)$.
- Câu 16.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là
A. $y = \frac{1}{2}$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.
- Câu 17.** Với mọi số thực a dương, rút gọn biểu thức $\log_3(3a) - 1$ bằng
A. $\log_3 a$. **B.** $\log_3 a + 1$. **C.** $\log_3 a - 1$. **D.** a .
- Câu 18.** Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A.** $y = \frac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x+3}{x+1}$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{2x-2}{x-1}$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?
A. $A(1; 2; 3)$. **B.** $B(1; 2; 0)$. **C.** $C(1; 2; 1)$. **D.** $D(0; 2; 3)$.
- Câu 20.** Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$). Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $A_n^k = \frac{n!}{(n+k)!}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$.
C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Câu 21.** Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

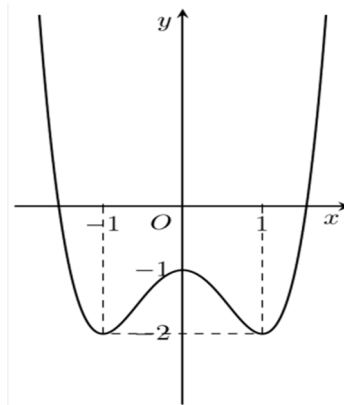


- A.** $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
C. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = 3^x \ln 3$. B. $y' = 3^x \cdot \log_3 x$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = x3^{x-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 24. Cho hình trụ có độ dài đường sinh bằng 6, diện tích xung quanh bằng 48π . Bán kính hình tròn đáy của hình trụ đó bằng

- A. 1. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 25. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_5^2 f(x) dx = 1$. Giá trị của $I = \int_1^5 f(x) dx$ là

- A. 2. B. 4. C. 3. D. -2.

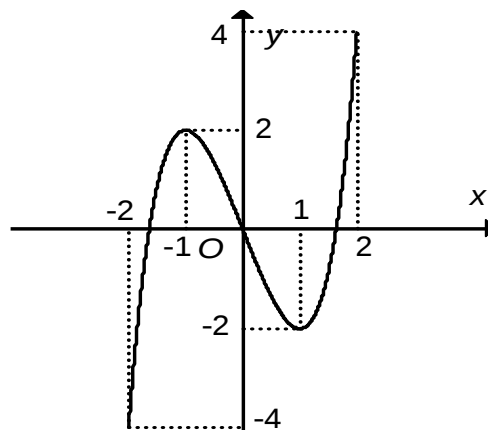
Câu 26. Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

- A. $u_5 = \frac{-27}{16}$. B. $u_5 = \frac{-16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \cos 2x$ là

- A. $\int f(x) dx = e^x + \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int f(x) dx = e^x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x - \sin 2x + C$. D. $\int f(x) dx = e^{x+1} + \sin 2x + C$.

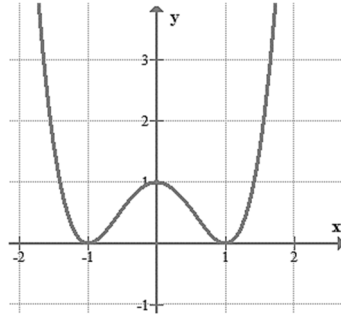
Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$. Giá trị của $M - m$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

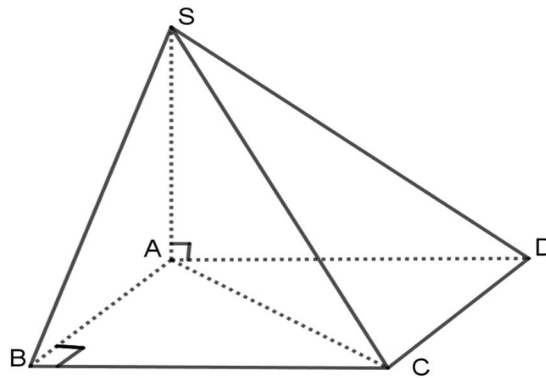
Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = \frac{x+1}{x+3}$. D. $y = x^3 + 3x$.

Câu 31. Cho các số thực dương a, b, c bất kì và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng:

- A. $\log_a(bc) = \log_a b \cdot \log_a c$. B. $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$. D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_b a - \log_c a$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = 1$, $AD = \sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \sqrt{2}$ và vuông góc mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng.



- A. 75° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 33. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Giá trị của $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$ là bao nhiêu?

- A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.

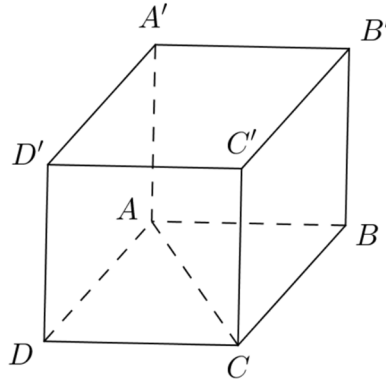
Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{2}$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): mx + (2m-1)y - 2z - 5 = 0$ (m là tham số thực). Giá trị của m bằng

- A. 3. B. -3. C. 1. D. -1.

Câu 35. Tính mô đun của số phức z biết $z - 2i\bar{z} = 1 - 5i$

- A. $|z| = \sqrt{10}$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = \frac{\sqrt{170}}{3}$. D. $|z| = 10$.

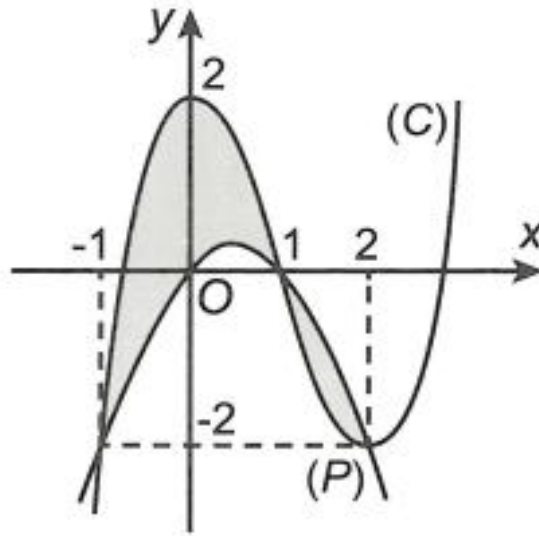
- Câu 36.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính theo a khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.



- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 37.** Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.
- A. $\frac{11}{7}$. B. $\frac{110}{570}$. C. $\frac{46}{57}$. D. $\frac{251}{285}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{-2}$ và điểm $M(2;3;0)$. Điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d là
- A. $M'(0;1;2)$. B. $M'(3;-4;-3)$. C. $M'(1;2;1)$. D. $M'(4;-11;-6)$.
- Câu 39.** Bất phương trình $2x - \log_4(2 - 2^x)^2 > 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-50;50]$
- A. 49. B. 50. C. 101. D. 100.
- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?
- A. 3. B. 7. C. 9. D. 5.
-
- Câu 41.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm cấp 2 trên R . Biết hàm số $(x^2 - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $e^x \cdot f''(x)$ và $f(1) + f(0) = \frac{11}{12}$. Tính giá trị $f\left(\frac{1}{2}\right)$
- A. $\frac{27}{64}$. B. $\frac{81}{64}$. C. $\frac{27}{8}$. D. $-\frac{5}{4}$.
- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng
- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{7}{5}$. C. $\frac{12}{7}$. D. $\frac{6}{5}$.
- Câu 43.** Biết phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3 = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 . Trên mặt phẳng tọa độ ọi A, B lần lượt là 2 điểm z_1, z_2 sao cho tam giác OAB có một góc bằng 120° . Tính tổng các giá trị a thỏa mãn bài toán
- A. -4 . B. 6 . C. -6 . D. 4 .

- Câu 44.** Cho hai số phức u, v thỏa mãn $6|u-1|=|v+2i|=6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=|2u-v+i|$
- A. $3-\sqrt{2}$. B. $3-\sqrt{6}$. C. $3-2\sqrt{2}$. D. $4-\sqrt{13}$.

- Câu 45.** Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng



- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{7}{12}$. C. $\frac{11}{12}$. D. $\frac{5}{12}$.

- Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$ và điểm $A(a; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục Ox tại điểm M . Tính độ dài đoạn thẳng AM

- A. $AM = \sqrt{13}$. B. $AM = \sqrt{38}$. C. $AM = 2\sqrt{2}$. D. $AM = 6$.

- Câu 47.** Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

- Câu 48.** Có tất cả bao nhiêu cặp $(a; b)$ nguyên dương để phương trình sau có đúng 5 nghiệm phân biệt
- $$2(12x^3 + ax^2 - 9x + b) \log \sqrt{(a+1)x^2 + 6 + b} = 12x^3 + ax^2 - 9x + b$$

- A. 36. B. 35. C. 22. D. 20.

- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1): (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$, $(S_2): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$, điểm $A(-1; 0; 0)$ và điểm B tùy ý thuộc mặt cầu (S_2) , biết đường thẳng d đi qua A, B và luôn tiếp xúc với mặt cầu (S_1) . Gọi a, b lần lượt là độ dài lớn nhất, ngắn nhất của đoạn thẳng AB . Tính $a^2 - b^2$

- A. $4\sqrt{65}$. B. $\frac{2\sqrt{65}}{3}$. C. $6\sqrt{15}$. D. $2\sqrt{15}$.

- Câu 50.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

- A. 15. B. 17. C. 16. D. 18.

.....HẾT.....

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	C	A	A	A	C	B	C	D	B	A	C	D	D	A	C	D	D	B	A	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	B	B	D	B	D	D	D	A	A	C	A	A	C	A	B	B	D	A	B	A	D	A	A

HDG CÁC CÂU VD VÀ VDC

Câu 39: Bất phương trình $2x - \log_4(2 - 2^x)^2 > 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-50; 50]$

A. 49.

B. 50.

C. 101.

D. 100.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $(2 - 2^x)^2 > 0 \Leftrightarrow 2 - 2^x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Ta có $2x - \log_4(2 - 2^x)^2 > 0 \Leftrightarrow 2x - \log_2|2 - 2^x| > 0 \Leftrightarrow 2x > \log_2|2 - 2^x|$

$\Leftrightarrow \log_2 2^{2x} > \log_2|2 - 2^x| \Leftrightarrow 2^{2x} > |2 - 2^x| \Leftrightarrow (2^x)^2 - |2 - 2^x| > 0$

Đặt $t = 2^x (t > 0)$, bất phương trình trở thành $t^2 - |t - 2| > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 + t - 2 > 0 & (0 < t < 2) \\ t^2 - t + 2 > 0 & (t \geq 2) \end{cases}$.

Bất phương trình $t^2 - t + 2 > 0$ đúng với mọi $t \in \mathbb{R}$ nên đúng với $t \geq 2$.

Bất phương trình $t^2 + t - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < -2 \\ t > 1 \end{cases}$ dẫn đến $1 < t < 2$.

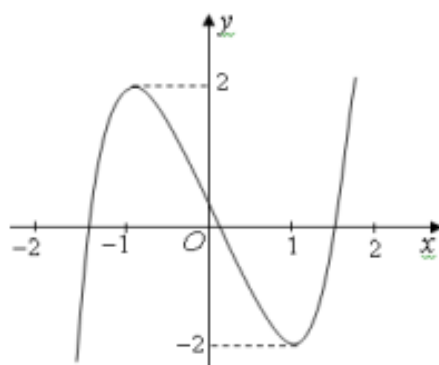
Do đó $t^2 - |t - 2| > 0 \Leftrightarrow t > 1 \Leftrightarrow 2^x > 2^0 \Leftrightarrow x > 0$.

Kết hợp với điều kiện ban đầu ta được tập nghiệm của bất phương trình là $(0; +\infty) \setminus \{1\}$

Vậy bất phương trình có 49 nghiệm nguyên trên $[-50; 50]$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Phương trình

$f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 3.

B. 7.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = f(x)$, phương trình $f(f(x)) = 0$ trở thành $f(t) = 0$ (*) (số nghiệm phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị $f(x)$ với trục Ox). Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình (*) có 3 nghiệm t thuộc khoảng $(-2; 2)$, với mỗi giá trị t như vậy phương trình $f(x) = t$ có 3 nghiệm phân biệt. Vậy phương trình $f(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm.

Lưu ý: khi t có 3 giá trị thuộc $(-2; 2)$ thì nghiệm phương trình $f(x) = t$ là giao điểm của đồ thị $f(x)$ và đường thẳng $y = t$, $t \in (-2; 2)$ (là hàm hằng song song trục Ox)

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm cấp 2 trên R . Biết hàm số $(x^2 - 1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $e^x \cdot f''(x)$ và $f(1) + f(0) = \frac{11}{12}$. Tính giá trị $f\left(\frac{1}{2}\right)$

A. $\frac{27}{64}$.

B. $\frac{81}{64}$.

C. $\frac{27}{8}$.

D. $-\frac{5}{4}$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\left((x^2 - 1)e^x\right)' = e^x \cdot f'(x) \Leftrightarrow 2xe^x + (x^2 - 1)e^x = e^x \cdot f''(x) \Rightarrow f''(x) = x^2 + 2x - 1$

$$\Rightarrow f'(x) = \int f''(x) dx = \frac{x^3}{3} + x^2 - x + C_1 \Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}x^2 + C_1x + C_2$$

$$\text{Ta có } f(1) + f(0) = \frac{11}{12} \Leftrightarrow C_1 + 2C_2 = 1 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{27}{64}$$

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm đối xứng của C qua D , N là trung điểm của SC . Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tỉ số thể tích giữa hai phần (phần lớn trên phần bé) bằng:

A. $\frac{7}{3}$

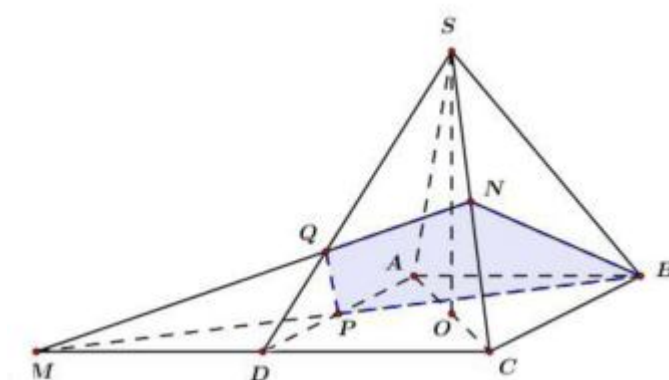
B. $\frac{7}{5}$

C. $\frac{12}{7}$

D. $\frac{6}{5}$

Lời giải

Chọn B.



$$\text{Gọi } \begin{cases} BM \cap AD = \{P\} \\ MN \cap SD = \{Q\} \end{cases}$$

Khi đó ta có: P là trung điểm của AD và Q là trọng tâm $\triangle SMC$.

Gọi V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

V_1 là thể tích khối chóp $PDQ.BCN$ và V_2 là thể tích khối chóp còn lại.

Khi đó: $V = V_1 + V_2$

Ta có: $\frac{V_{M.PDQ}}{V_{M.BCN}} = \frac{MP}{MB} \cdot \frac{MD}{MC} \cdot \frac{MQ}{MN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

Lại có: $V_{M.BCN} = V_{M.PDQ} + V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{5}{6} V_{M.BCN}$

Mà: $\begin{cases} S_{AMBC} = S_{ABDC} \\ d(N; (ABCD)) = \frac{1}{2} d(D; (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow V_{M.BCN} = V_{N.MBC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{V}{2}$

$\Rightarrow V_1 = \frac{5}{12} V \Rightarrow V_2 = V - V_1 = \frac{7}{12} V \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{7}{5}$.

Câu 43: Biết phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3=0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 . Trên mặt phẳng tọa độ ọi A, B lần lượt là 2 điểm z_1, z_2 sao cho tam giác OAB có một góc bằng 120° . Tính tổng các giá trị a thỏa mãn bài toán

A. -4.

B. 6.

C. -6.

D. 4.

Giải

Chọn B.

Ta có $\Delta = a^2 - 12a + 16$

Nếu $\Delta \geq 0$ thì phương trình có 2 nghiệm thực (hoặc nghiệm kép) khi đó điểm biểu diễn nằm trên trục hoành suy ra không tồn tại tam giác loại

Nếu $\Delta < 0$ phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 và là liên hợp của nhau suy ra

$$\overline{z_2} = z_1 \Rightarrow |z_2| = |\overline{z_2}| = |z_1| \Rightarrow OA = OB \text{ hay tam giác } OAB \text{ cân tại}$$

$$O \Rightarrow \angle AOB = 120^\circ \Rightarrow \angle AOH = 60^\circ, \text{ với H là trung điểm của AB}$$

$$\text{Ta có } z_1 = \frac{2-a}{2} - \frac{\sqrt{|\Delta|}}{2}i = \frac{2-a}{2} - \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i, z_2 = \frac{2-a}{2} + \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i$$

$$\text{Gọi } A\left(\frac{2-a}{2}; -\frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}\right), B\left(\frac{2-a}{2}; \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}\right) \Rightarrow H\left(\frac{2-a}{2}; 0\right)$$

$$OA = \sqrt{2a-3}, OH = \frac{1}{2}|2-a|,$$

$$\text{ta có } \cos 60^\circ = \frac{OH}{OA} \Leftrightarrow OA = 2OH \Leftrightarrow \sqrt{2a-3} = |2-a| \Leftrightarrow a^2 - 6a + 7 = 0$$

Nghiệm phương trình thỏa mãn điều kiện suy ra tổng các giá trị bằng 6

Câu 44: Cho hai số phức u, v thỏa mãn $6|u-1| = |v+2i| = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = |2u-v+i|$

A. $3-\sqrt{2}$

B. $3-\sqrt{6}$

C. $3-2\sqrt{2}$

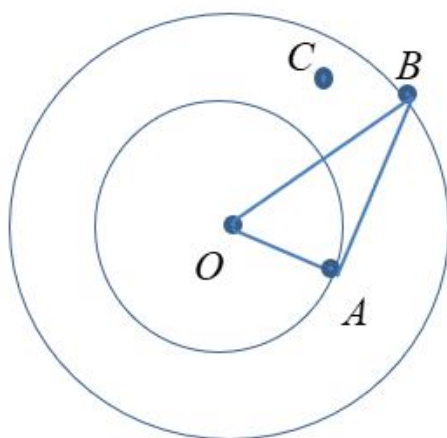
D. $4-\sqrt{13}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $|u-1|=1 \Leftrightarrow |2u-2|=2$, gọi A là điểm biểu diễn cho số phức $2u-2 \Rightarrow OA=2$ suy ra tập hợp là đường tròn (C1) tâm gốc O và bán kính $R_1=2$

Gọi B là điểm biểu diễn cho số phức $v+2i \Rightarrow OB=6$ suy ra tập hợp là đường tròn (C2) tâm gốc O và bán kính $R_2=6$

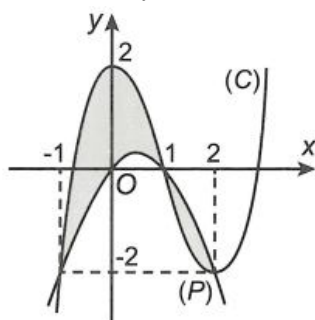


Ta có $P = |(2u - 2) - (v + 2i) + 2 + 3i| = |\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OC}|$ với $C(2; 3)$ biểu diễn cho số phức $2 + 3i$

$$\text{Suy ra } P \geq \left| |\overrightarrow{BA}| - |\overrightarrow{OC}| \right| \geq |AB_{\min} - \sqrt{13}| \geq |6 - 2 - \sqrt{13}| = 4 - \sqrt{13} \Rightarrow P_{\min} = 4 - \sqrt{13}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{OC}$ ngược hướng và O, A, B thẳng hàng (A nằm giữa O và B)

Câu 45: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng



A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{7}{12}$.

C. $\frac{11}{12}$.

D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A.

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = 2$ và $y = 0$ nên ta xét hai hàm số là $y = ax^3 + bx^2 + cx + 2$, $y = mx^2 + nx$ (với $a, m \neq 0$).

Suy ra (C): $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$ và (P): $y = g(x) = mx^2 + nx$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là:

$$ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow (ax^3 + bx^2 + cx + 2) - (mx^2 + nx) = 0.$$

$$\text{Đặt } P(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + 2) - (mx^2 + nx).$$

Theo giả thiết, (C) và (P) cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$ nên $P(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$.

$$\text{Ta có } P(0) = 2a.$$

$$\text{Mặt khác, ta có } P(0) = f(0) - g(0) = 2 \Rightarrow a = 1.$$

Vậy diện tích phần tô đậm là $S = \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx = \frac{37}{12}$

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$ và điểm $A(a; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục Ox tại điểm M . Tính độ dài đoạn thẳng AM

- A. $AM = \sqrt{13}$. B. $AM = \sqrt{38}$. C. $AM = 2\sqrt{2}$. D. $AM = 6$.

Lời giải

Chọn B.

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; -4)$.

Giả sử đường thẳng Δ cắt trục Ox tại $M \Rightarrow M \in Ox \Rightarrow M(m; 0; 0)$.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{MA} = (a - m; 2; 3)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) suy ra $\overrightarrow{MA} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} \cdot \vec{n} = 0$

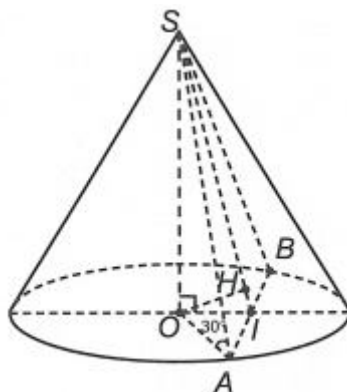
$$2a - 2m + 2 - 12 = 0 \Leftrightarrow a - m = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{25 + 4 + 9} = \sqrt{38}.$$

Câu 47: Cho hình nón đỉnh S , đường cao SO , A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $\widehat{SAO} = 30^\circ$, $\widehat{SAB} = 60^\circ$. Độ dài đường sinh của hình nón theo a bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm của AB , dựng $OH \perp SI$.

Ta có $OH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do $\widehat{SAB} = 60^\circ$ nên tam giác SAB đều.

Suy ra $SA = SB = AB$.

Mặt khác

$$\widehat{SAO} = 30^\circ \Rightarrow SO = SA \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} SA$$

$$\text{và } OA = SA \cdot \cos 30^\circ = \frac{SA\sqrt{3}}{2}.$$

Xét tam giác SOI ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OA^2 - AI^2} = \frac{1}{\frac{1}{4}SA^2} + \frac{1}{\left(\frac{SA\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}SA\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{6}{SA^2} \Leftrightarrow SA = OH\sqrt{6} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{6} = a\sqrt{2}.$$

Câu 48: Có tất cả bao nhiêu cặp $(a; b)$ nguyên dương để phương trình sau có đúng 5 nghiệm phân biệt

$$2(12x^3 + ax^2 - 9x + b) \log \sqrt{(a+1)x^2 + 6 + b} = 12x^3 + ax^2 - 9x + b$$

A. 36

B. 35

C. 22

D. 20

Lời giải

Chọn D.

Ta thấy phương trình luôn xác định với mọi x

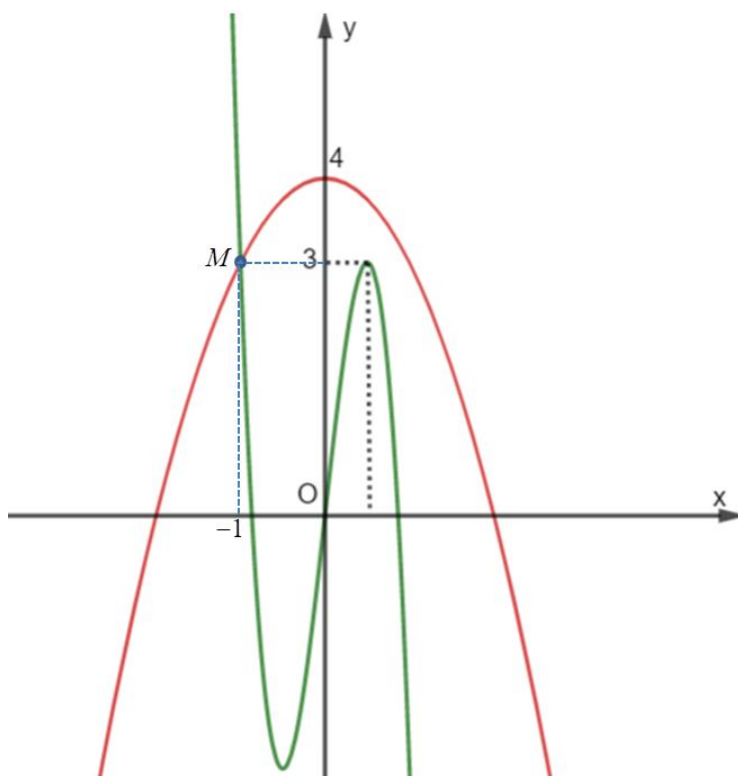
Phương trình dạng

$$(12x^3 + ax^2 - 9x + b) [\log((a+1)x^2 + 6 + b) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 12x^3 + ax^2 - 9x + b = 0 \\ \log((a+1)x^2 + 6 + b) = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12x^3 + 9x = ax^2 + b & (1) \\ -x^2 + 4 = ax^2 + b & (2) \end{cases}$$

Để phương trình có 5 nghiệm thì (1) phải có 3 nghiệm phân biệt (2) phải có 2 nghiệm phân biệt và các nghiệm không trùng nhau

Vẽ trên cùng hệ trục tọa độ hai đồ thị $y = -12x^3 + 9x$, $y = -x^2 + 4$

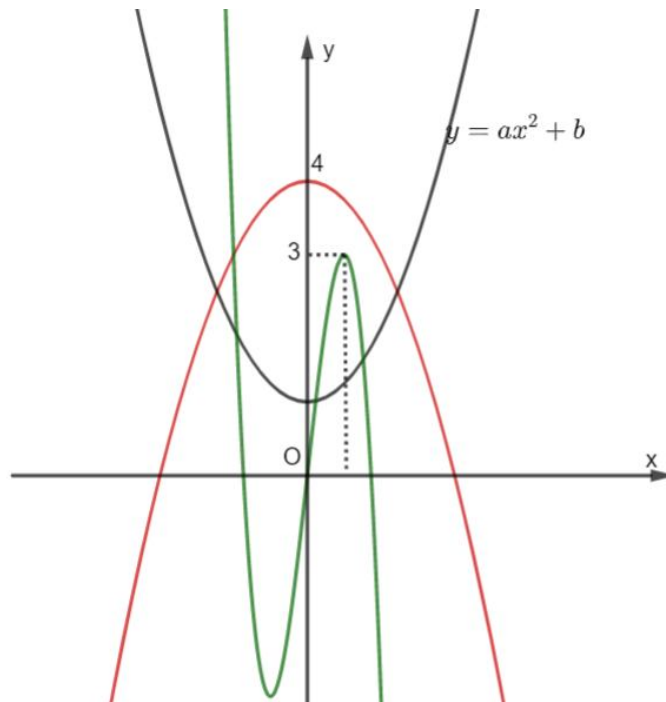


Giao điểm của hai đồ thị: ta có

$$-12x^3 + 9x = -x^2 + 4 \Leftrightarrow 12x^3 - x^2 - 9x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow y = 3$$

Suy ra giao điểm tại $M(-1; 3)$

Đồ thị $y = ax^2 + b$ là (P) bề lõm quay lên trên và cắt trục tung tại điểm $(0; b)$



Vậy để phương trình có 5 nghiệm thì $b < 3 \Rightarrow b = 1, b = 2$

TH 1. Với $b = 1 \Rightarrow -12x^3 + 9x = ax^2 + 1 \Leftrightarrow a = -12x + \frac{9}{x} - \frac{1}{x^2} (x \neq 0)$

Xét hàm số $g(x) = -12x + \frac{9}{x} - \frac{1}{x^2}$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\approx 0,2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$-\infty$	$17,6$	$-\infty$

Suy ra $a < 17,6 \Rightarrow a \in \{1; 2; \dots; 17\}$

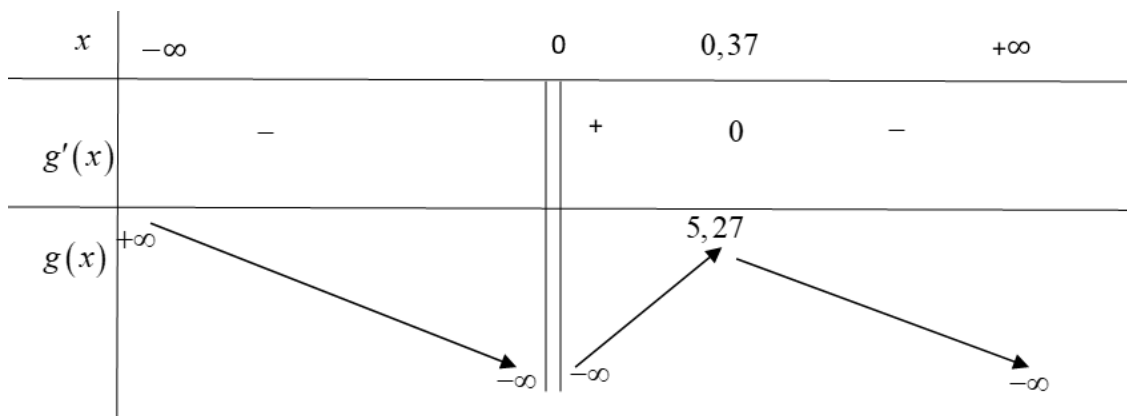
Để có 5 nghiệm phân biệt khi đó đồ thị $y = ax^2 + 1$ phải không được đi qua điểm

$M(-1; 3) \Leftrightarrow 3 \neq a + 1 \Leftrightarrow a \neq 2$

Vậy ta có 16 cặp thỏa mãn

TH 2: Với $b = 2 \Rightarrow -12x^3 + 9x = ax^2 + 2 \Leftrightarrow a = -12x + \frac{9}{x} - \frac{2}{x^2} (x \neq 0)$

Xét hàm số $g(x) = -12x + \frac{9}{x} - \frac{2}{x^2}$ có bảng biến thiên



Suy ra $a < 5,27 \Rightarrow a \in \{1; 2; \dots; 5\}$

Để có 5 nghiệm phân biệt khi đó đồ thị $y = ax^2 + 2$ phải không được đi qua điểm

$M(-1; 3) \Leftrightarrow 3 \neq a + 2 \Leftrightarrow a \neq 1$ suy ra $a \in \{2; 3; 4; 5\}$ suy ra có 4 cặp

Vậy tổng ta có 20 cặp

Câu 49: Trong không gian Oxyz cho

$(S_1): (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$, $(S_2): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 9$, điểm $A(-1; 0; 0)$ và điểm B tùy ý thuộc mặt cầu (S_2) , biết đường thẳng d đi qua A, B và luôn tiếp xúc với mặt cầu (S_1) . Gọi a, b lần lượt là độ dài lớn nhất, ngắn nhất của đoạn thẳng AB . Tính $a^2 - b^2$

A. $4\sqrt{65}$

B. $\frac{2\sqrt{65}}{3}$

C. $6\sqrt{15}$

D. $2\sqrt{15}$

Lời giải

Chọn A.

Ta thấy $(S_1): I(-1; 0; 1), R_1 = 1, (S_2): K(1; -3; -2), R_2 = 3, IK = \sqrt{22} > R_1 + R_2$ suy ra 2 mặt cầu ko

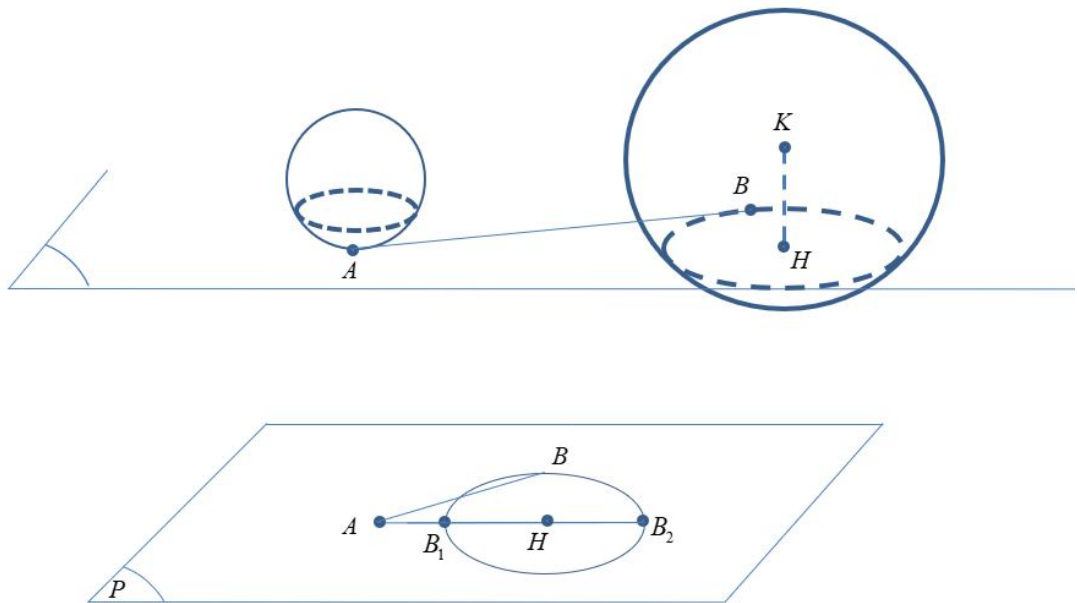
có điểm chung

Ta thấy điểm $A \in (S_1)$ suy ra đường thẳng d luôn tiếp xúc với (S_1) tại A suy ra đường thẳng d

nằm trong mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc mặt cầu (S_1) tại điểm A là mặt phẳng đi qua $A(-1; 0; 0)$

và có VTPT $\vec{IA} = (0; 0; -1)$ suy ra $(P): z = 0$

Ta có $d(K; (P)) = 2 < R_2$ suy ra $(P) \cap (S_2) = (C)$ từ đó điểm $B \in (C)$



Gọi H là hình chiếu của K trên (P), phương trình $KH : \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \\ z = -2 + t \end{cases} \Rightarrow H(1; -3; -2 + t)$ mà

$$H \in (P) \Rightarrow -2 + t = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(1; -3; 0)$$

Suy ra điểm B nằm trên đường tròn (C) có tâm H, bán kính

$$r = \sqrt{R_2^2 - d^2(K; (P))} = \sqrt{9 - 4} = \sqrt{5}$$

Có $AH = \sqrt{13}$. Suy ra $a = AB_{\max} = HA + r = \sqrt{13} + \sqrt{5}$, $b = AB_{\min} = HA - r = \sqrt{13} - \sqrt{5}$

$$\text{Suy ra } a^2 - b^2 = 4\sqrt{65}$$

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 17.

C. 16

D. 18

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 - 8x + m)$$

$$f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-8)(x^2 - 8x + m - 1)^2(x^2 - 8x + m)(x^2 - 8x + m - 2)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 8x + m - 1 = 0 \quad (1) \\ x^2 - 8x + m = 0 \quad (2) \\ x^2 - 8x + m - 2 = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2 - 8x + m - 1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 16 - m + 2 > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

m nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

-----HẾT-----

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: 115

Câu 1. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức liên hợp với z là

- A. 2. B. $2i$. C. $-2i$. D. -2 .

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (2; -1; -2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1; -2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 4. Thể tích khối cầu có bán kính $r = 2\text{cm}$ là

- A. $V = \frac{32\pi}{3}(\text{cm}^3)$. B. $V = \frac{256\pi}{3}(\text{cm}^3)$. C. $V = \frac{64\pi}{3}(\text{cm}^3)$. D. $V = \frac{8\pi}{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - 3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3x + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3 + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + 3x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + C$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 7. Phương trình $\log_3 x = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 9$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = \frac{2}{3}$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $2a^3$. D. $4a^3$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log_5(x-2)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(2; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 11. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 5$ và $\int_0^2 g(x)dx = -3$ thì $\int_0^2 [f(x) - 3g(x)]dx$ bằng

- A. 14. B. -4. C. 8. D. 2.

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z_1 = -4 + 3i$. B. $z_4 = 4 + 3i$. C. $z_2 = 4 - 3i$. D. $z_3 = -4 - 3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(-2; 1; 1)$?

- A. $x + y - z = 0$. B. $x - 2y + z + 3 = 0$. C. $x + y + z + 1 = 0$. D. $x - y - z + 3 = 0$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; 1; 1)$. B. $(1; 1; 3)$. C. $(3; 3; -1)$. D. $(-1; -1; -3)$.

Câu 15. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = -1 + 2i$. B. $\bar{z} = -1 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 + i$. D. $\bar{z} = 1 - 2i$.

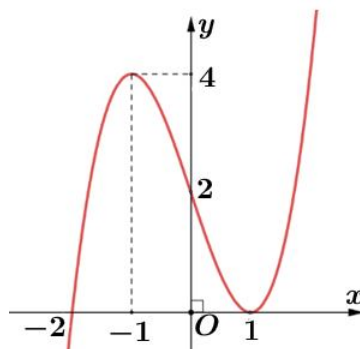
Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2-2x}$ là

- A. $y = \frac{-1}{2}$. B. $x = 1$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $x = -1$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

- A. $a^{\frac{2}{3}}$. B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. a^6 . D. $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đó là hàm số nào trong các phương án trả lời A, B, C, D dưới đây?



- A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = x^3 - x - 2$. D. $y = -x^3 - x^2 + 2$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 0)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình mặt cầu (S) là

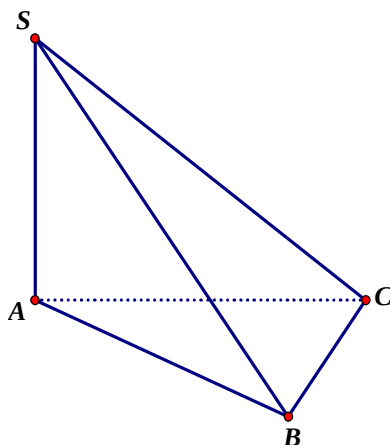
- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.

- Câu 20.** Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để làm trực nhật?
A. 45. **B.** 90. **C.** 35. **D.** 55.
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}a^2$.
- Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 9^x$.
A. $y' = 9^x \ln 9$. **B.** $y' = \frac{1}{x \ln 9}$. **C.** $y' = \frac{9^x}{\ln 9}$. **D.** $y' = 9^{x-1}$.
- Câu 23.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau
- | | | | | | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|-----|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 1 | $+\infty$ | | | | |
| y' | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |
| y | | | 2 | | 1 | | 2 | | $-\infty$ |
- Hàm số đạt cực tiểu tại điểm
A. $x = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 1$.
- Câu 24.** Một khối nón có bán kính đáy $r = 2a$ và chiều cao $h = 3a$. Thể tích của khối nón đó là
A. $V = 4\pi a^3$. **B.** $V = 2\pi a^3$. **C.** $V = 12\pi a^3$. **D.** $V = 6\pi a^3$.
- Câu 25.** Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 4$ và $\int_0^1 f(x) dx = -2$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
A. -6 . **B.** 6 . **C.** 1 . **D.** 2 .
- Câu 26.** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 20$. Công bội của cấp số nhân bằng
A. -15 . **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 4 . **D.** 15 .
- Câu 27.** Cho hàm số $f(x) = 3\cos x - 3^x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x) dx = 3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **B.** $\int f(x) dx = -3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
C. $\int f(x) dx = 3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **D.** $\int f(x) dx = -3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C$.
- Câu 28.** Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 29.** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng
A. 19. **B.** -1 . **C.** 1. **D.** 4.
- Câu 30.** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?
A. $y = x^4 + x^2 + 1$. **B.** $y = \frac{1}{x-2}$.
C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 31. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right)$ bằng

- A. 13. B. $\frac{4}{9}$. C. 36. D. -5.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ (hình minh họa).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

- A. 1. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

- A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa $(2+i)z = 3-i$. Tính $|z|$.

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 3$. D. $|z| = \sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp tam giác đều $SABC$ có đáy ABC với cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa mặt bên với đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $\frac{a}{4}$.

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên một số trong số 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

- A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{11}{21}$. C. $\frac{9}{21}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 38. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-1)$, $B(5;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

- A. $6x + 3y - 27 = 0$. B. $8x + 2y + 4z - 27 = 0$.
C. $8x + 2y + 4z + 27 = 0$. D. $4x + y + 2z - 3 = 0$.

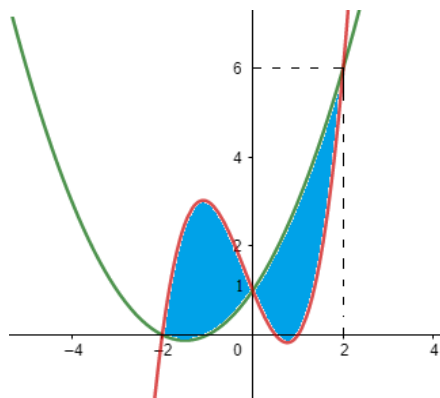
- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên dương x không vượt quá 30 thỏa mãn $\frac{9^{x+1} - 3^{x^2+x}}{\log_5(x+23) - 2} \leq 0$?
- A. 30. B. 31. C. 29. D. 28.

- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f'(f(2^x) + 1) = 0$ là

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.
- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(10) = 0$, $f(4) = -1$ và $\int_1^3 f(3x+1)dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_4^{10} xf'(x)dx$.
- A. 2. B. -6. C. -2. D. 0.
- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $2a^3$. D. $\frac{a^3}{2}$.
- Câu 43.** Trên tập hợp số phức cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$, với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $z_1 = w + 3$ và $z_2 = 3w - 8i + 13$ với w là một số phức. Tính $b + c$.
- A. 9. B. 10. C. 11. D. 12.
- Câu 44.** Xét số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + iw - 4 + 3i|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z + 2w|$ bằng
- A. 3. B. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.
- Câu 45.** Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^2 + nx + p$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cùng đi qua các điểm $(-2; 0), (0; 1), (2; 6)$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 8. Tính $a + b + c + d$



- A. 1. B. 0. C. -2. D. 4.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(x-1)^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') . Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của OO' , cắt (O) tại hai điểm A, B và cắt (O') tại hai điểm C, D . Biết tứ giác $ABCD$ là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$ và (α) tạo với đáy hình trụ một góc 45° . Thể tích khối trụ giới bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{8}$.

C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_{2021}(2023x^2 + 2023) \geq \log_{2021}(mx^2 + 2022x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 1011.

B. 2022.

C. 2.

D. 1.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Biết có hai giá trị thực của tham số để m cắt (S) tại hai điểm phân biệt

A, B và các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau. Tổng của hai giá trị đó bằng

A. 6.

B. -8.

C. 8.

D. -4.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	B	A	A	B	A	C	A	C	A	A	B	B	D	A	A	B	B	A	C	A	C	A	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	A	C	D	C	B	D	A	D	A	B	C	B	C	D	D	C	B	A	B	D	D	B

HDG CÁC CÂU VD VÀ VDC

- Câu 1.** Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức liên hợp với z là
A. 2. **B.** $2i$. **C.** $-2i$. **D.** -2 .
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{-2}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?
A. $\vec{u}_1 = (2; 1; -2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (2; -1; -2)$. **D.** $\vec{u}_4 = (2; 1; -2)$.
- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:
- | | | | | |
|------|-----------|------|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| y' | $-$ | 0 | $+$ | 0 |
| y | $+\infty$ | -1 | 3 | $-\infty$ |
- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(0; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(0; +\infty)$.
- Câu 4.** Thể tích khối cầu có bán kính $r = 2\text{cm}$ là
A. $V = \frac{32\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **B.** $V = \frac{256\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **C.** $V = \frac{64\pi}{3}(\text{cm}^3)$. **D.** $V = \frac{8\pi}{3}(\text{cm}^3)$.
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - 3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3x + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 - 3 + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + 3x + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^3 + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:
- | | | | | | |
|---------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 2 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ |
- Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.
- Câu 7.** Phương trình $\log_3 x = 2$ có nghiệm là

- A.** $x = 9$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = \frac{2}{3}$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log_5(x - 2)$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $[2; +\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A.** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $(3; +\infty)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 11. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ và $\int_0^2 g(x) dx = -3$ thì $\int_0^2 [f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

- A.** 14. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 12. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A.** $z_1 = -4 + 3i$. **B.** $z_4 = 4 + 3i$. **C.** $z_2 = 4 - 3i$. **D.** $z_3 = -4 - 3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(-2; 1; 1)$?

- A.** $x + y - z = 0$. **B.** $x - 2y + z + 3 = 0$. **C.** $x + y + z + 1 = 0$. **D.** $x - y - z + 3 = 0$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A.** $(3; 1; 1)$. **B.** $(1; 1; 3)$. **C.** $(3; 3; -1)$. **D.** $(-1; -1; -3)$.

Câu 15. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

- A.** $\bar{z} = -1 + 2i$. **B.** $\bar{z} = -1 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 2 + i$. **D.** $\bar{z} = 1 - 2i$.

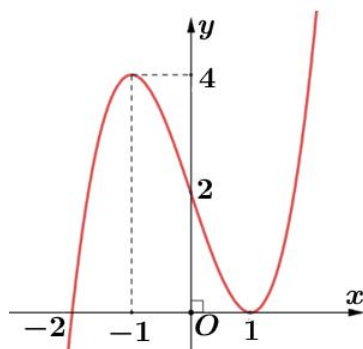
Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2-2x}$ là

- A.** $y = \frac{-1}{2}$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = \frac{1}{2}$. **D.** $x = -1$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

- A.** $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** $a^{\frac{3}{2}}$. **C.** a^6 . **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đó là hàm số nào trong các phương án trả lời A, B, C, D dưới đây?



- A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = x^3 - x - 2$. D. $y = -x^3 - x^2 + 2$.

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 0)$ và bán kính $R = 3$. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{3}$.

Câu 20. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để làm trực nhật?
A. 45. B. 90. C. 35. D. 55.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $2a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{2}{3}a^2$.

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 9^x$.

- A. $y' = 9^x \ln 9$. B. $y' = \frac{1}{x \ln 9}$. C. $y' = \frac{9^x}{\ln 9}$. D. $y' = 9^{x-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			2		1		2	

Diagram illustrating the mapping of x values to y values for the function $y = x^2 - 2x + 1$. The x values are $-\infty, -1, 0, 1, +\infty$. The corresponding y values are $-\infty, 2, 1, 2, +\infty$. Arrows indicate the mapping: $-\infty \rightarrow 2$, $-1 \rightarrow 1$, $0 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 1$, and $+\infty \rightarrow 2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 24. Một khối nón có bán kính đáy $r = 2a$ và chiều cao $h = 3a$. Thể tích của khối nón đó là
A. $V = 4\pi a^3$. B. $V = 2\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 6\pi a^3$.

Câu 25. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 4$ và $\int_0^1 f(x) dx = -2$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. -6 . B. 6 . C. 1 . D. 2 .

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 20$. Công bội của cấp số nhân bằng

- A. -15 . B. $\frac{1}{4}$. C. 4 . D. 15 .

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 3\cos x - 3^x$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = 3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

B. $\int f(x)dx = -3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

C. $\int f(x)dx = 3\sin x + \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

D. $\int f(x)dx = -3\sin x - \frac{3^x}{\ln 3} + C.$

Câu 28. Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2 \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

A. 19.

B. -1.

C. 1.

D. 4.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 + x^2 + 1.$

B. $y = \frac{1}{x-2}.$

C. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5.$

D. $y = x^3 + 3x^2 + 1.$

Câu 31. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right)$ bằng

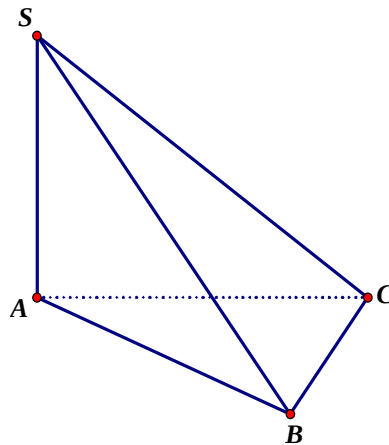
A. 13.

B. $\frac{4}{9}.$

C. 36.

D. -5.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$ (hình minh họa).



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $30^\circ.$

B. $90^\circ.$

C. $45^\circ.$

D. $60^\circ.$

Câu 33. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 + 2$ và $y = 3x$.

A. 1.

B. $\frac{1}{6}.$

C. $\frac{1}{4}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = 2 - 3t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -2 - 3t \end{cases}.$

Câu 35. Cho số phức z thỏa $(2+i)z = 3-i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = \sqrt{2}$.

B. $|z| = 2$.

C. $|z| = 3$.

D. $|z| = \sqrt{3}$.

Câu 36. Cho hình chóp tam giác đều $SABC$ có đáy ABC với cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , góc giữa mặt bên với đáy bằng 60° . Khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

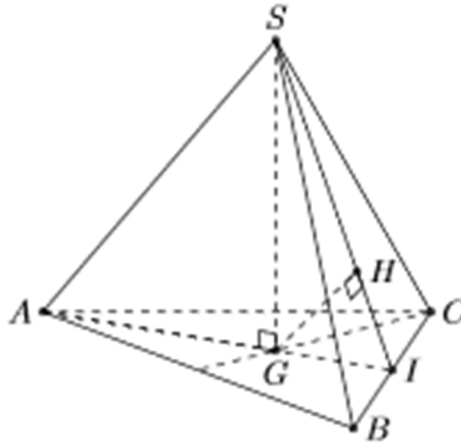
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{3a}{2}$.

D. $\frac{a}{4}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi I là trung điểm của BC . Góc giữa

Trong mặt phẳng (SAI) , kẻ $GH \perp SI$.

$$\Rightarrow d(G; (SBC)) = GH.$$

Có góc giữa mặt phẳng (SBC) và (ABC) là $\widehat{SIG} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } GI = \frac{1}{3}AI = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow GH = GI \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4}.$$

Câu 37. Chọn ngẫu nhiên một số trong số 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chẵn bằng

A. $\frac{10}{21}$.

B. $\frac{11}{21}$.

C. $\frac{9}{21}$.

D. $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Chọn A.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{21}^1 = 21$

Gọi A là biến cố chọn được số chẵn. Trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 10 số chẵn nên số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A) = C_{10}^1 = 10$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{21}.$$

Câu 38. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;-1)$, $B(5;2;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là

A. $6x + 3y - 27 = 0$.

B. $8x + 2y + 4z - 27 = 0$.

C. $8x + 2y + 4z + 27 = 0$.

D. $4x + y + 2z - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (4; 1; 2)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I\left(3; \frac{3}{2}; 0\right)$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I\left(3; \frac{3}{2}; 0\right)$ của AB và

nhận $\overrightarrow{AB} = (4; 1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến có dạng:

$$4\left(x-3\right) + \left(y-\frac{3}{2}\right) + 2z = 0 \Leftrightarrow 4x + y + 2z - \frac{27}{2} = 0 \Leftrightarrow 8x + 2y + 4z - 27 = 0.$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên dương x không vượt quá 30 thỏa mãn $\frac{9^{x+1} - 3^{x^2+x}}{\log_5(x+23) - 2} \leq 0$?

A. 30.

B. 31.

C. 29.

D. 28.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} x > -23 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 9^{x+1} - 3^{x^2+x} \leq 0 \\ \log_5(x+23) - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x+2} \leq 3^{x^2+x} \\ x+23 > 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 2 \quad (1)$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 9^{x+1} - 3^{x^2+x} \geq 0 \\ \log_5(x+23) - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x+2} \geq 3^{x^2+x} \\ x+23 < 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 2 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x < 2 \quad (2)$$

Từ (1) & (2) và kết hợp điều kiện ta có được tập nghiệm của bất phương trình là

$$T = [-1; 2) \cup (2; +\infty).$$

Mà $x \in \mathbb{Z}^+$, $x \leq 30$ nên có 29 số nguyên dương x thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			0			$+\infty$
	$-\infty$				-1	

Số nghiệm của phương trình $f'(f(2^x) + 1) = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2^x) + 1 = 1 \\ f(2^x) + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2^x) = 0 \\ f(2^x) = 1 \end{cases}$$

+ Phương trình: $f(2^x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = a \ (a > 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2 a \end{cases}.$

+ Phương trình $f(2^x) = 1 \Leftrightarrow 2^x = b \ (b > a > 2) \Leftrightarrow x = \log_2 b.$

Do đó số nghiệm của phương trình là 3 nghiệm.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(10) = 0$, $f(4) = -1$ và

$\int_1^3 f(3x+1)dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_4^{10} xf'(x)dx$.

A. 2.

B. -6.

C. -2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = 3x+1 \Rightarrow dt = 3dx$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=4$; $x=3 \Rightarrow t=10$.

Khi đó: $\int_1^3 f(3x+1)dx = \int_4^{10} \frac{1}{3}f(t)dt = 2 \Rightarrow \int_4^{10} f(t)dt = 6 \Rightarrow \int_4^{10} f(x)dx = 6.$

* Xét tích phân: $I = \int_4^{10} xf'(x)dx$

Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Khi đó $I = xf(x)\Big|_4^{10} - \int_4^{10} f(x)dx = 10.f(10) - 4.f(4) - 6 = -2.$

* Vậy $I = -2$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác SAD vuông cân tại S , hai mặt phẳng (SAD) và $(ABCD)$ vuông góc nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{4}$.

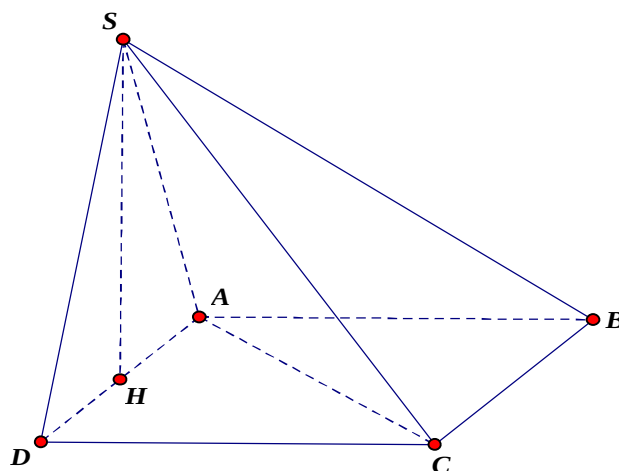
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $2a^3$.

D. $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



Theo giả thiết $AB = 2AC = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$ nên tam giác ABC có $AB = 2a$, $AC = a$, $BC = a\sqrt{3} \Rightarrow AB^2 = AC^2 + BC^2$, do đó ABC là tam giác vuông tại C .

Suy ra $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = CACB = \sqrt{3}a^2$.

Gọi H là trung điểm của AD , tam giác SAD vuông cân tại S nên $SH \perp AD$.

Mặt khác $(SAD) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Lại có tam giác SAD vuông cân tại $S \Rightarrow SH = \frac{1}{2}AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}a^2 = \frac{a^3}{2}$.

Câu 43. Trên tập hợp số phức cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$, với $b, c \in \mathbb{R}$. Biết rằng hai nghiệm của phương trình có dạng $z_1 = w + 3$ và $z_2 = 3w - 8i + 13$ với w là một số phức. Tính $b + c$.

A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 12.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $w = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$

$$z_1 = w + 3 = x + yi + 3 = x + 3 + yi$$

$$z_2 = 3w - 8i + 13 = 3(x + yi) - 8i + 13 = 3x + 13 + (3y - 8)i$$

$$z_1, z_2 \text{ là hai số phức liên hợp nên: } \begin{cases} x + 3 = 3x + 13 \\ y = -(3y - 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases}$$

Khi đó $z_1 = -2 + 2i$, $z_2 = -2 - 2i$

$$\text{Ta có } \begin{cases} z_1 + z_2 = -4 \\ z_1 \cdot z_2 = 8 \end{cases}$$

Suy ra z_1, z_2 là nghiệm của phương trình: $z^2 + 4z + 8 = 0$

Vậy $b + c = 4 + 8 = 12$.

Câu 44. Xét số phức z, w thỏa mãn $|z| = 1$ và $|w| = 2$. Khi $|z + iw - 4 + 3i|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z + 2w|$ bằng

A. 3.

B. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

C. $\sqrt{17}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Lời giải

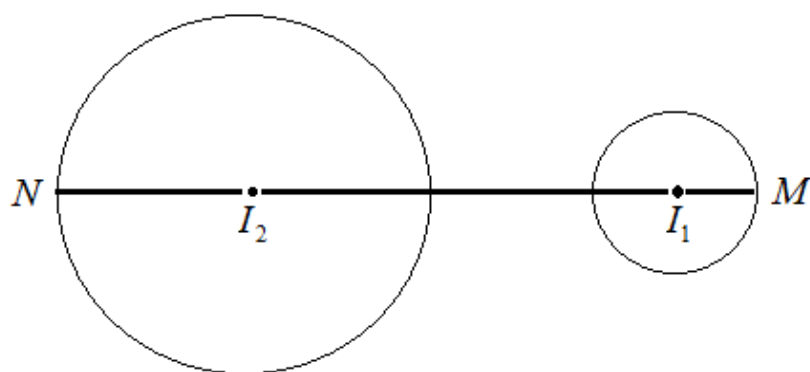
Chọn C.

Đặt $z_1 = z - 4 + 3i$; $z_2 = -iw$. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z_1 và N là điểm biểu diễn của số phức z_2 .

Ta có $|z| = 1 \Leftrightarrow |z_1 + 4 - 3i| = 1$ nên M thuộc đường tròn tâm $I_1(-4; 3)$ bán kính $R_1 = 1$.

$|w| = 2 \Leftrightarrow |-iw| = 2 \Leftrightarrow |z_2| = 2$ nên N thuộc đường tròn $I_2(0; 0)$ bán kính $R_2 = 2$.

$$I_1 I_2 = 5 > R_1 + R_2$$



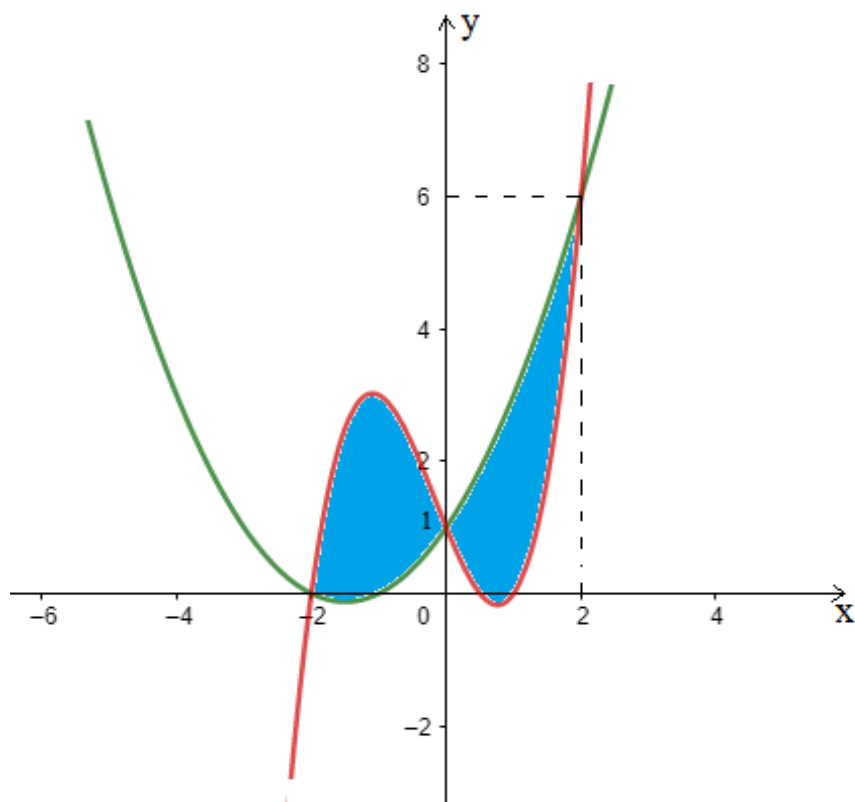
Do đó $|z + iw - 4 + 3i| = |z_1 - z_2| = MN \leq I_1 I_2 + R_1 + R_2 = 8$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \overrightarrow{I_2 I_1} = \frac{5}{6} \overrightarrow{I_2 M} \\ \overrightarrow{I_2 I_1} = \frac{-5}{2} \overrightarrow{I_2 N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = \frac{5}{6} x_M \\ 3 = \frac{5}{6} y_M \\ -4 = \frac{-5}{2} x_N \\ 3 = \frac{-5}{2} y_N \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-24}{5}; \frac{18}{5}\right); N\left(\frac{8}{5}; \frac{-6}{5}\right)$$

$$\Rightarrow z_1 = \frac{-24}{5} + \frac{18}{5}i; z_2 = \frac{8}{5} - \frac{6}{5}i \Rightarrow z = \frac{-4}{5} + \frac{3}{5}i; w = \frac{6}{5} + \frac{8}{5}i \Rightarrow |z + 2w| = \sqrt{17}.$$

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^2 + nx + p$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cùng đi qua các điểm $(-2; 0), (0; 1), (2; 6)$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 8. Tính $a + b + c + d$



A. 1.

B. 0.

C. -2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Theo giả thiết ta có và $f(x) = g(x)$ có các nghiệm $x = -2, x = 0, x = 2$ nên ta có

$$f(x) - g(x) = k \cdot x(x-2)(x+2) = k(x^3 - 4x).$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 8 nên

$$S = \int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^2 (g(x) - f(x)) dx = 8$$

$$\Leftrightarrow \int_{-2}^0 k(x^3 - 4x) dx - \int_0^2 k(x^3 - 4x) dx = 8$$

$$\Leftrightarrow k \left[\int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right] = 8$$

$$\Leftrightarrow k \cdot 8 = 8$$

$$\Leftrightarrow k = 1.$$

$$\text{Vậy } f(x) - g(x) = x^3 - 4x. \quad (1)$$

Mặt khác ta có đồ thị hàm số $y = g(x)$ đi qua các điểm có tọa độ $(-2; 0), (0; 1), (2; 6)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4m - 2n + p = 0 \\ p = 1 \\ 4m + 2n + p = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = \frac{3}{2} \\ p = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } g(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 1 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 1 \Rightarrow a + b + c + d = 0$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(x-1)^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 15.

B. 16.

C. 17.

D. 18.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } g'(x) = 2(x-4)f'(x^2 - 8x + m)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x-4)f'(x^2 - 8x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x^2 - 8x + m = 1 \text{ (nghiệm bội 2)} \\ x^2 - 8x + m = 0 \quad (1) \\ x^2 - 8x + m = 2 \quad (2) \end{cases}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có 5 nghiệm bội lẻ khi và chỉ khi mỗi phương trình (1), (2) đều có hai nghiệm phân biệt khác 4. (*)

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - m > 0 \\ 16 - m + 2 > 0 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16.$$

Vậy có 15 giá trị m nguyên dương thỏa mãn điều kiện.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;0;2)$, $B(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 5 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Phương trình tham số của Δ là

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

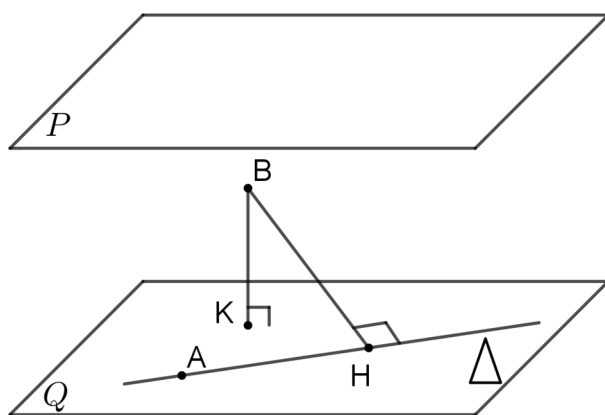
B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.



Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $A(-1;0;2)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Suy ra $(Q): x - 2y + 1 = 0$.

Do $\Delta \parallel (P)$ nên $\Delta \subset (Q)$.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của B lên (Q) và Δ ,

Ta có $BH \geq BK$

$d(B, \Delta) = BH$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $BH = BK \Leftrightarrow H \equiv K$.

Khi đó Δ qua A và K . Gọi d là đường thẳng đi qua B và vuông góc (P) , $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

Ta có $K \in d \Rightarrow K(2+t; -1-2t; 0)$; $K \in (Q) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow K(1; 1; 0)$.

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') . Mặt phẳng (α) đi qua trung điểm I của OO' , cắt (O) tại hai điểm A, B và cắt (O') tại hai điểm C, D . Biết tứ giác $ABCD$ là hình vuông

có diện tích bằng $4a^2$ và (α) tạo với đáy hình trụ một góc 45° . Thể tích khối trụ giới bởi hình trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{8}$.

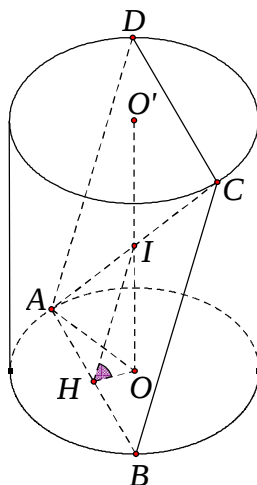
C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{4}$.

D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là trung điểm của AB . Ta có: $\begin{cases} AB \perp OH \\ AB \perp OI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (OIH) \Rightarrow AB \perp IH$.

Do đó, góc giữa mặt phẳng (α) với đáy của hình trụ là góc $\widehat{IHO} = 45^\circ$.

Ta có tứ giác $ABCD$ là hình vuông có diện tích bằng $4a^2$ nên $AB = CD = 2a$.

Ta có $\begin{cases} OA \parallel O'C \\ OA = O'C \end{cases}$ nên tứ giác $OAO'C$ là hình bình hành. Suy ra I là trung điểm của AC .

Xét tam giác IOH vuông cân tại O , mà $IH = \frac{BC}{2} = a$ nên $OH = OI = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Do đó chiều cao của hình trụ là $h = OO' = 2OI = 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác OHA , ta có $OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Suy ra bán kính đáy của hình trụ là $r = OA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy thể tích của khối trụ cần tìm là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $\log_{2021}(2023x^2 + 2023) \geq \log_{2021}(mx^2 + 2022x + m)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 1011.

B. 2022.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{2021}(2023x^2 + 2023) \geq \log_{2021}(mx^2 + 2022x + m)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2023x^2 + 2023 \geq mx^2 + 2022x + m \\ mx^2 + 2022x + m > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-2023)x^2 + m - 2023 \leq -2022x \\ mx^2 + 2022x + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-2023)(x^2+1) \leq -2022x \\ m(x^2+1) > -2022x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2023 \leq \frac{-2022x}{x^2+1} \\ m > \frac{-2022x}{x^2+1} \end{cases} (*).$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{-2022x}{x^2+1}$ trên $\mathbb{R}$.

$$g'(x) = \frac{-2022(x^2+1) + 2022x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} = \frac{2022x^2 - 2022}{(x^2+1)^2}.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	0		1011		-1011		0

$$\text{Vậy } (*) \text{ đúng } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2023 \leq -1011 \\ m > 1011 \end{cases} \Leftrightarrow 1011 < m \leq 1012.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 1012$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}). \text{ Biết có hai giá trị thực của tham số để } m \text{ cắt } (S) \text{ tại hai điểm phân biệt}$$

A, B và các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau. Tổng của hai giá trị đó bằng

A. 6.

B. -8.

C. 8.

D. -4.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Vì } d \cap (S) = \{A; B\} \Rightarrow \text{Tọa độ } A, B \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (-1+2t)^2 + (m+2t)^2 - 2(-1+2t) + 4(m+2t) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t^2 + 4mt + m^2 + 4m + 4 = 0$$

Theo giả thiết: Có hai giá trị thực của tham số để m cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B nên PT $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 .

Điều kiện: $\Delta' = m^2 + 8m + 8 < 0 (**)$

$$\text{Theo Viet, ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = -\frac{m}{2} \\ t_1 \cdot t_2 = \frac{m^2 + 4m + 4}{8} \end{cases}$$

Giả sử $A(-1 + 2t_1; 0; m + 2t_1)$, $B(-1 + 2t_2; 0; m + 2t_2)$. Mặt cầu (S) có: tâm $I(1; 0; -2)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA} = (2t_1 - 2; 0; 2t_1 + m + 2); \overrightarrow{IB} = (2t_2 - 2; 0; 2t_2 + m + 2)$$

Theo giả thiết: Mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau

$$\Rightarrow \overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{IB} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (2t_1 - 2)(2t_2 - 2) + (2t_1 + m + 2)(2t_2 + m + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 8t_1 t_2 + 2m(t_1 + t_2) + (m + 2)^2 + 4 = 0$$

$$\text{Từ và } \Rightarrow m^2 + 4m + 4 - m^2 + (m + 2)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 8m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = -2 \\ m_2 = -6 \end{cases} : \text{TM } (**)$$

Vậy $m_1 + m_2 = -8$.

-----HẾT-----

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **116**

Câu 1. Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A. 1. B. -2 . C. $2i$. D. $-2i$.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$ có tọa độ tâm I là

- A. $I(2; -1; -2)$. B. $I(-2; 1; 2)$. C. $I(2; 1; 2)$. D. $I(2; -1; 2)$.

Câu 3. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + m$ đi qua điểm $M(-1; 1)$?

- A. $m = \frac{1}{4}$. B. $m = -\frac{7}{4}$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = 1$.

Câu 4. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} + C.$

B. $\int f(x)dx = \left(\frac{3}{2}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2}\right)^x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 27$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 12$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 20. B. 15. C. 60. D. 30.

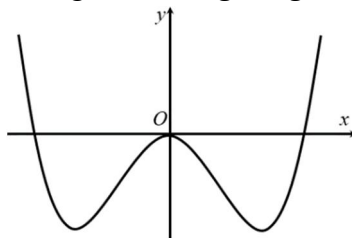
Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -2\}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x^2+x-1} = \frac{1}{3}$ là

- A. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{2}; 0\right\}$. C. $\left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$. D. $\{0\}$.

- Câu 11.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$
- A. $I = 12$. B. $I = 36$. C. $I = 4$. D. $I = 8$.
- Câu 12.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Số phức $z = z_1 + z_2$ là
- A. $z = -2 - 2i$. B. $z = 2 + 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 5 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?
- A. $M_1(1; 0; -1)$. B. $M_2(1; 0; 1)$. C. $M_3(2; -1; -1)$. D. $M_4(-1; 2; -1)$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2; 1; -5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành là
- A. $M(0; 1; -5)$. B. $M(2; 0; -5)$. C. $M(0; 0; -5)$. D. $M(2; 0; 0)$.
- Câu 15.** Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(1; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của z bằng
- A. -3 . B. 3 . C. 1 . D. -1 .
- Câu 16.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:
- A. $y = 2$. B. $x = 1$. C. $y = -1$. D. $x = -2$.
- Câu 17.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\sqrt{2}}(a^2)$ bằng
- A. $1 + \log_2 a$. B. $4 \log_2 a$. C. $\frac{1}{4} + \log_2 a$. D. $\log_2 a$.
- Câu 18.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới.



- A. $y = -x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2$. C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = x^4 - 2x^2$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là
- A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$
- Câu 20.** Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$). Số tập con gồm k ($0 \leq k \leq n$) phần tử của tập hợp A được xác định bởi công thức
- A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

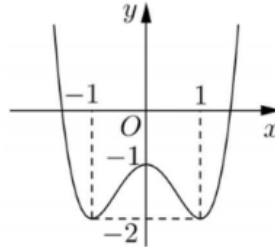
Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12a^2$ và chiều cao $h=5a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

- A. $V=10a^3$. B. $V=60a^3$. C. $V=20a^3$. D. $V=80a^3$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là

- A. 7^{x-1} . B. $7^x \cdot \ln 7$. C. $\frac{7^x}{\ln 7}$. D. 7^{x+1} .

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên..



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(-1;1)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 24. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r h$.

Câu 25. Cho $\int_0^1 f(x)dx=3$, $\int_0^2 f(x)dx=1$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. 3.

Câu 26. Cấp số cộng (u_n) có $u_1=9$ có công sai $d=3$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng là

- A. $u_n=3n-6$. B. $u_n=-3n-6$. C. $u_n=-3n+6$. D. $u_n=3n+6$.

Câu 27. Cho $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_1^2 [2f(x)+g(x)]dx=5$, khi đó $\int_1^2 g(x)dx$ bằng

- A. 1. B. -1. C. 11. D. 2.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x(x^2-1)(x-1)^2$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 29. Trên đoạn $[2;4]$, hàm số $y=x+\frac{9}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- A. $x=4$. B. $x=2$. C. $x=3$. D. $x=-3$.

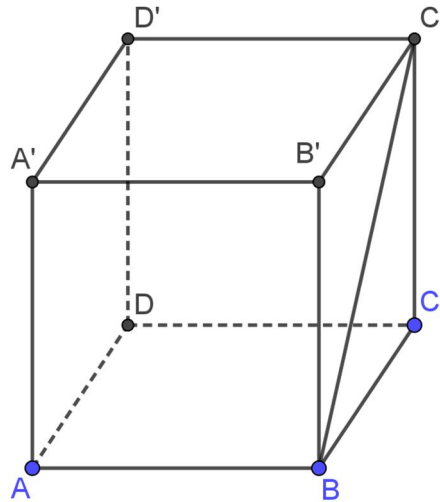
Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y=x^3+2x$. B. $y=-x^3+2x$. C. $y=-x^4-2x^2$. D. $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 31. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Tính $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}$

- A. $T=\frac{1}{2}$. B. $T=\sqrt{10}$. C. $T=2$. D. $T=\frac{1}{10}$.

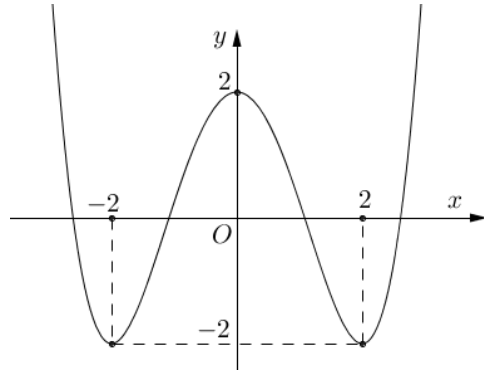
- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AD và BC' bằng.



- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .
- Câu 33.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;3]$ thỏa $F(-1) = 2, F(3) = 7$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 [2f(x) - x] dx$
- A. $I = 4$. B. $I = -14$. C. $I = 6$. D. $I = 7$.
- Câu 34.** Cho số phức z thỏa mãn đẳng thức: $(1+i)z = \frac{4-2i}{z}$. Tìm phần ảo b của số phức $w = \frac{z^2}{2+2i}$
- A. $b = -1$. B. $b = -\frac{1}{2}$. C. $b = \frac{1}{2}$. D. $b = 1$.
- Câu 35.** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{iz} = 3 - 4i$. Phần thực của z bằng
- A. 3. B. -3. C. 4. D. -4.
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) :
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 37.** Một hộp chứa các thẻ đánh số lần lượt từ 1 đến 29. Chọn ngẫu nhiên 4 thẻ trong hộp. Tính xác suất trong 4 thẻ được chọn có ít nhất 1 thẻ đánh số lẻ và có đúng 1 thẻ mang số chia hết cho 6
- A. $\frac{2300}{7917}$. B. $\frac{8720}{23751}$. C. $\frac{860}{3393}$. D. $\frac{23271}{23751}$.
- Câu 38.** Cho mặt phẳng $(P): 4x - y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$. Phương trình đường thẳng qua $A(1;2;3)$ song song với (P) đồng thời vuông góc với d là
- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$. B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2)\sqrt{16 - 2^x} \geq 0$?
A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

- A.** 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.
- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{(x^2-2x+2)^3}}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 2\ln(1+\sqrt{2})$, khi đó $F(0)$ bằng
A. $\ln(1+\sqrt{2})$. **B.** $\ln(-1+\sqrt{2})$. **C.** 0. **D.** 1.

- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a có góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $SA = SB = SD$. Biết khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{6a}{7}$, thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **D.** a^3 .

- Câu 43.** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m + 1 = 0$ (m là tham số thực). Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 của phương trình. Tính tổng các giá trị của m để tam giác OAB vuông ?

- A.** 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

- Câu 44.** Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z+\sqrt{2}i}{z+\sqrt{2}}$ có phần thực và phần ảo bằng nhau. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z+1| + |z+i|$ bằng

- A.** $5\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

- Câu 45.** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có hai điểm cực trị là -1 và 1 . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có điểm cực đại là -1 , có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?

- A.** $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{1}$. Đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là
- A. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z+1}{22}$. B. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{-2}$.
- C. $\frac{x-3}{9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{22}$. D. $\frac{x-12}{9} = \frac{y+8}{-10} = \frac{z-23}{22}$.
- Câu 47.** Cho hình trụ tròn xoay có đáy là hai hình tròn tâm O và O' . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Biết khoảng cách từ trục của hình trụ đến đường thẳng AB bằng $\frac{a}{2}$ và bán kính đáy của hình trụ bằng a , thể tích của khối trụ đã cho bằng
- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{13}}{2}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .
- Câu 48.** Cho bất phương trình $\log_3 x + \log_x 3 + 2\cos \alpha < 0$ với $\alpha \neq k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Tập nghiệm của bất phương trình có dạng $S = (a; b)$. Tổng $a + b$ bằng ?
- A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.
- Câu 49.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-1;1;1)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính và (α) là mặt phẳng vuông góc và cắt AB tại điểm H nằm trong khối cầu. Biết khối nón đỉnh A và đáy là đường tròn giao tuyến của (α) và (S) có thể tích lớn nhất. Hỏi mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây ?
- A. $M(3;2;-2)$. B. $N(1;1;-2)$. C. $K(0;-1;3)$. D. $P(2;1;2)$.
- Câu 50.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 3x + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 - m)$ có nhiều điểm cực trị nhất?
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	A	D	A	A	B	C	A	C	D	A	B	D	A	A	B	D	D	A	C	B	B	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	B	A	C	B	C	A	D	A	B	D	C	C	C	B	D	C	B	D	D	B	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A. 1. B. -2. C. $2i$. D. $-2i$.

Lời giải

Chọn B.

Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ là -2 .

Câu 2. Trong không gian Oxyz, mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 9$ có tọa độ tâm I là

- A. $I(2; -1; -2)$. B. $I(-2; 1; 2)$. C. $I(2; 1; 2)$. D. $I(2; -1; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(2; -1; -2)$.

Câu 3. Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + m$ đi qua điểm $M(-1; 1)$?

- A. $m = \frac{1}{4}$. B. $m = -\frac{7}{4}$. C. $m = -\frac{1}{4}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm M nên ta có phương trình: $\frac{1}{4}(-1)^4 + \frac{1}{2}(-1)^2 + m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$.

Câu 4. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. vô số.

Lời giải

Chọn D.

Có vô số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước; các mặt cầu này có tâm nằm trên trục của đường tròn.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ là

- A. $\int f(x)dx = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} + C$. B. $\int f(x)dx = \left(\frac{3}{2}\right)^x \cdot \ln\left(\frac{3}{2}\right) + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2}\right)^x} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{x+1}}{x+1} + C.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int f(x)dx = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^x}{\ln\left(\frac{3}{2}\right)} + C.$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-2)(x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	

Từ bảng biến thiên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 27$ là

A. $(-\infty; 9).$

B. $(3; +\infty).$

C. $(9; +\infty).$

D. $(-\infty; 3).$

Lời giải

Chọn B.

Câu 8. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 12$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 20.

B. 15.

C. 60.

D. 30.

Lời giải

Chọn C.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}.$

B. $D = \mathbb{R}.$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -2\}.$

Lời giải

Chọn A.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $3^{2x^2+x-1} = \frac{1}{3}$ là

- A. $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. B. $\left\{\frac{1}{2}; 0\right\}$. C. $\left\{-\frac{1}{2}; 0\right\}$. D. $\{0\}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$

- A. $I = 12$. B. $I = 36$. C. $I = 4$. D. $I = 8$.

Lời giải

Chọn D.

$$I = \int_0^3 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^3 f(x)dx = 2 + 6 = 8.$$

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Số phức $z = z_1 + z_2$ là

- A. $z = -2 - 2i$. B. $z = 2 + 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = -2 + 2i$.

Lời giải

Chọn A.

$$z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i.$$

Câu 13. Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 5 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M_1(1; 0; -1)$. B. $M_2(1; 0; 1)$. C. $M_3(2; -1; -1)$. D. $M_4(-1; 2; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Thay tọa độ điểm $M_2(1; 0; 1)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): 2.1 - 0 + 3.1 - 5 = 0$ (thỏa mãn).

Vậy điểm $M_2(1; 0; 1)$ thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 14. Trong không gian Oxyz cho điểm $A(2; 1; -5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục hoành là

- A. $M(0; 1; -5)$. B. $M(2; 0; -5)$. C. $M(0; 0; -5)$. D. $M(2; 0; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(1; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Phần ảo của z bằng

- A. -3 . B. 3 . C. 1 . D. -1 .

Lời giải

Chọn A.

Vì $M(1; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức z nên $z = 1 - 3i$.

Vậy phần ảo của z bằng -3 .

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2.$

B. $x = 1.$

C. $y = -1.$

D. $x = -2.$

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$$

Vậy cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng $y = 2$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\sqrt{2}}(a^2)$ bằng

A. $1 + \log_2 a.$

B. $4 \log_2 a.$

C. $\frac{1}{4} + \log_2 a.$

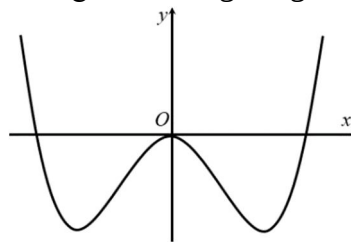
D. $\log_2 a.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}(a^2) = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_2 a = 4 \log_2 a.$

Câu 18. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới.



A. $y = -x^3 + 3x^2.$

B. $y = x^3 - 3x^2.$

C. $y = \frac{x+1}{x-2}.$

D. $y = x^4 - 2x^2.$

Lời giải

Chọn D.

Ta có: Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số.

Câu 19. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

Lời giải

Chọn D.

Câu 20. Cho tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$). Số tập con gồm k ($0 \leq k \leq n$) phần tử của tập hợp A được xác định bởi công thức

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$

B. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$

C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$

D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$

Lời giải

Chọn A.

Mỗi tập hợp con gồm k phần tử của tập hợp A có n phần tử ($n \geq 1$) là một tổ hợp chập k của n phần tử. Do đó số tập con gồm k phần tử của tập hợp A được xác định bởi công thức

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}.$$

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12a^2$ và chiều cao $h=5a$. Thể tích V của khối chóp đã cho bằng

- A. $V=10a^3$. B. $V=60a^3$. C. $V=20a^3$. D. $V=80a^3$.

Lời giải

Chọn C.

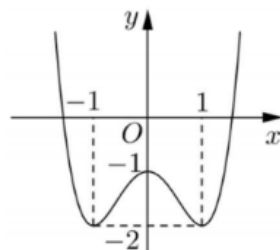
Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là

- A. 7^{x-1} . B. $7^x \cdot \ln 7$. C. $\frac{7^x}{\ln 7}$. D. 7^{x+1} .

Lời giải

Chọn B.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên..



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0;1)$. B. $(-1;0)$. C. $(-1;1)$. D. $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 24. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r và chiều cao h bằng

- A. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r h$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 25. Cho $\int_0^1 f(x)dx=3$, $\int_0^2 f(x)dx=1$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. 1. B. 2. C. -2. D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_1^2 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 1 - 3 = -2.$$

Câu 26. Cấp số cộng (u_n) có $u_1=9$ có công sai $d=3$. Số hạng tổng quát của cấp số cộng là

- A. $u_n=3n-6$. B. $u_n=-3n-6$. C. $u_n=-3n+6$. D. $u_n=3n+6$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có số hạng tổng quát của cấp số cộng $u_n = u_1 + (n-1)d = 9 + (n-1)3 = 3n + 6$..

Câu 27. Cho $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx = 5$, khi đó $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

A. 1.

B. -1.

C. 11.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx = 5$.

$$\Leftrightarrow 2 \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 5.$$

$$\Leftrightarrow 6 + \int_1^2 g(x) dx = 5.$$

$$\Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = -1.$$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x^2 - 1)(x - 1)^2$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

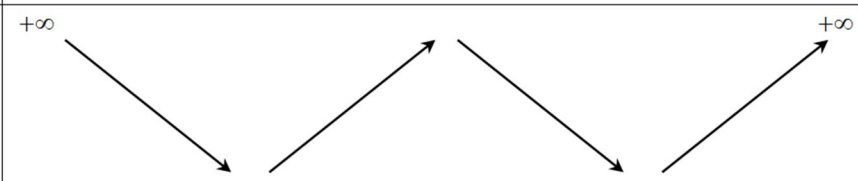
D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1)(x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \\ (x - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$+\infty$									$+\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 29. Trên đoạn $[2; 4]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $y = f(x) = x + \frac{9}{x}$.

$$\Rightarrow y' = 1 - \frac{9}{x^2} = \frac{x^2 - 9}{x^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Vì $3 \in [2; 4]$, mà $f(2) = \frac{13}{2}$; $f(3) = 6$; $f(4) = \frac{25}{4}$ nên $\max_{[2;4]} f(x) = f(2)$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 2x$.

B. $y = -x^3 + 2x$.

C. $y = -x^4 - 2x^2$.

D. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A.

$$y = x^3 + 2x \Rightarrow y' = 3x^2 + 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 31. Cho a, b, c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a = 25^b = 10^c$. Tính $T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$

A. $T = \frac{1}{2}$.

B. $T = \sqrt{10}$.

C. $T = 2$.

D. $T = \frac{1}{10}$.

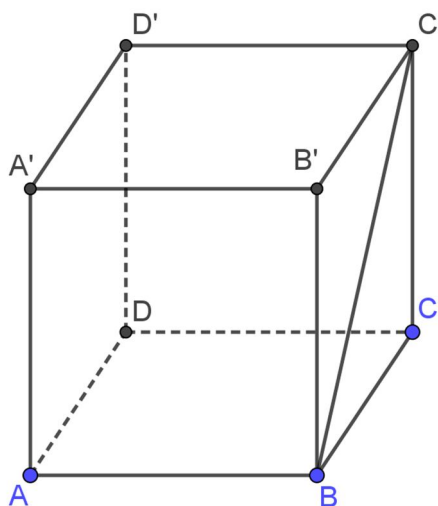
Lời giải

$$\text{Giả sử } 4^a = 25^b = 10^c = t \Rightarrow \begin{cases} a = \log_4 t \\ b = \log_{25} t \\ c = \log_{10} t \end{cases}$$

$$\text{Ta có } T = \frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \frac{\log_{10} t}{\log_4 t} + \frac{\log_{10} t}{\log_{25} t} = \frac{\log_t 4}{\log_t 10} + \frac{\log_t 25}{\log_t 10} = \log_{10} 4 + \log_{10} 25.$$

$$= \log_{10} (4 \cdot 25) = \log_{10} 100 = 2.$$

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AD và BC' bằng.



A. 90° .

B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn B.

Vì $AD \parallel BC$ nên góc giữa AD và BC' bằng $\widehat{CBC'}$.

Mà $\triangle CBC'$ vuông cân tại C nên $\widehat{CBC'} = 45^\circ$.

Vậy góc giữa AD và BC' bằng 45° .

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;3]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $[-1;3]$ thỏa

$$F(-1) = 2, F(3) = 7. \text{ Tính tích phân } I = \int_{-1}^3 [2f(x) - x] dx$$

A. $I = 4.$

B. $I = -14.$

C. $I = 6.$

D. $I = 7.$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } I = \int_{-1}^3 [2f(x) - x] dx = \int_{-1}^3 2f(x) dx - \int_{-1}^3 x dx = 2[F(3) - F(-1)] - 4 = 6..$$

Chọn.

C. .

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn đẳng thức: $(1+i)z = \frac{4-2i}{z}$. Tìm phần ảo b của số phức $w = \frac{z^2}{2+2i}$

A. $b = -1.$

B. $b = -\frac{1}{2}.$

C. $b = \frac{1}{2}.$

D. $b = 1.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (1+i)z = \frac{4-2i}{z} \Rightarrow z^2 = \frac{4-2i}{(1+i)} = 1-3i.$$

$$\text{Suy ra: } w = \frac{1-3i}{2+2i} = -\frac{1}{2} - i.$$

$$\text{Vậy: } b = -1.$$

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $i\bar{z} = 3-4i$. Phần thực của z bằng

A. $3.$

B. $-3.$

C. $4.$

D. $-4.$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } i\bar{z} = 3-4i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{3-4i}{i} = -4-3i.$$

$$\text{Vậy phần thực của } z \text{ bằng } -4.$$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, $SA = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) :

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}.$

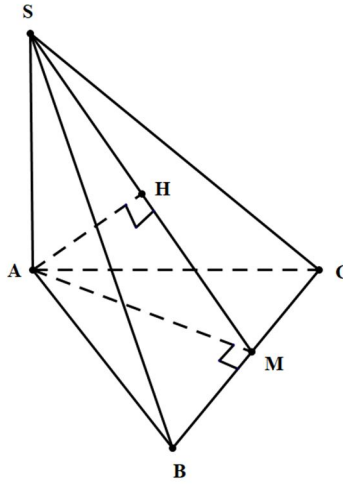
B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}.$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$

D. $\frac{a\sqrt{2}}{3}.$

Lời giải

Chọn A.



Kẻ $AM \perp BC$ (M là trung điểm cạnh BC).

Kẻ $AH \perp SM$.

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM).$$

Suy ra $AH \perp (SBC)$.

Tam giác đều ABC có đường cao $AM = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông cân SAM .

$$AH = \frac{SM}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AM^2}}{2} = \frac{\sqrt{3a^2 + 3a^2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 37. Một hộp chứa các thẻ đánh số lần lượt từ 1 đến 29. Chọn ngẫu nhiên 4 thẻ trong hộp. Tính xác suất trong 4 thẻ được chọn có ít nhất 1 thẻ đánh số lẻ và có đúng 1 thẻ mang số chia hết cho 6

A. $\frac{2300}{7917}$.

B. $\frac{8720}{23751}$.

C. $\frac{860}{3393}$.

D. $\frac{23271}{23751}$.

Lời giải

Chọn B.

Độ lớn Không gian mẫu: $|\Omega| = C_{29}^4$.

Gọi A là biến cố: “Trong 4 thẻ được chọn có ít nhất 1 thẻ đánh số lẻ và có đúng 1 thẻ mang số chia hết cho 6”.

Từ 1 đến 29 có 15 số lẻ, 4 số chẵn chia hết cho 6 và 10 số chẵn không chia hết cho 6.

TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ chia hết cho 6 và 2 thẻ chẵn không chia hết cho 6 có: $C_{15}^1 C_4^1 C_{10}^2$

(khả năng).

TH2: 2 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ chia hết cho 6 và 1 thẻ chẵn không chia hết cho 6 có: $C_{15}^2 C_4^1 C_{10}^1$ (khả năng).

TH3: 3 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ chia hết cho 6 có: $C_{15}^3 C_4^1$ (khả năng).

$$\Rightarrow P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{C_{15}^1 C_4^1 C_{10}^2 + C_{15}^2 C_4^1 C_{10}^1 + C_{15}^3 C_4^1}{C_{29}^4} = \frac{8720}{23751}.$$

Câu 38. Cho mặt phẳng $(P): 4x - y - z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$. Phương trình đường thẳng qua $A(1; 2; 3)$ song song với (P) đồng thời vuông góc với d là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{3}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (2; -2; 1)$. VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = (4; -1; -1)$.

Suy ra VTCP của đường thẳng song song với (P) đồng thời vuông góc với d có VTCP là $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d; \vec{n}_{(P)}] = (3; 6; 6)$ và chọn VTCP $\vec{u}_\Delta = (1; 2; 2)$.

Do vậy $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{2}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2)\sqrt{16 - 2^x} \geq 0$?

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $\begin{cases} 16 - 2^x \geq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 4$.

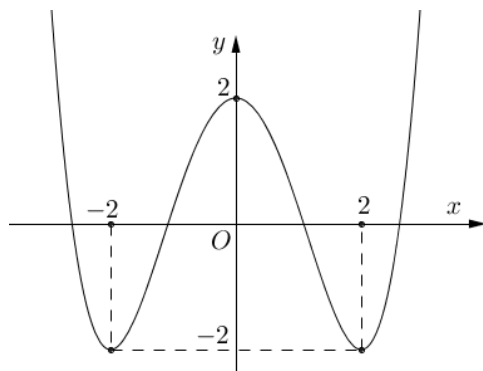
Ta có $(\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2)\sqrt{16 - 2^x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 2^x = 0 \\ \log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \log_2 x \leq 1 \\ \log_2 x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 2] \cup \{4\}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{1; 2; 4\}$.

Vậy có 3 số nguyên x thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn C.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $-2; 0; 2$.

$$\text{Ta có } f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -2 & (1) \\ f(x) = 0 & (2) \\ f(x) = 2 & (3) \end{cases} \text{ . Số nghiệm của các phương trình (1), (2), (3) bằng số}$$

giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với các đường thẳng $y = -2; y = 0; y = 2$.

Do đó phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt; phương trình (2) có 4 nghiệm thực phân biệt; phương trình (3) có 3 nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình đã cho $f'(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm thực phân biệt.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{(x^2-2x+2)^3}}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1$. Biết $F(x)$

là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 2\ln(1+\sqrt{2})$, khi đó $F(0)$ bằng

A. $\ln(1+\sqrt{2})$. **B.** $\ln(-1+\sqrt{2})$. **C.** 0 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1-x}{\sqrt{(x^2-2x+2)^3}}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\Rightarrow f(x) = \int \frac{1-x}{\sqrt{(x^2-2x+2)^3}} dx = -\frac{1}{2} \int (x^2-2x+2)^{-\frac{3}{2}} d(x^2-2x+2) =$$

$$= (x^2-2x+2)^{-\frac{1}{2}} + C_1 = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}} + C_1.$$

$$\text{Do } f(1) = 1 \text{ nên ta có: } C_1 = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}}.$$

$$\Rightarrow F(x) = \int \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}} dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2+1}} d(x-1) = \ln \left[x-1 + \sqrt{(x-1)^2+1} \right] + C_2.$$

$$\text{Lại có: } F(2) = 2\ln(1+\sqrt{2}) \Rightarrow C_2 = \ln(1+\sqrt{2}).$$

$$\Rightarrow F(x) = \ln \left[x-1 + \sqrt{(x-1)^2+1} \right] + \ln(1+\sqrt{2}) = \ln(x-1 + \sqrt{x^2-2x+2}) + \ln(1+\sqrt{2}).$$

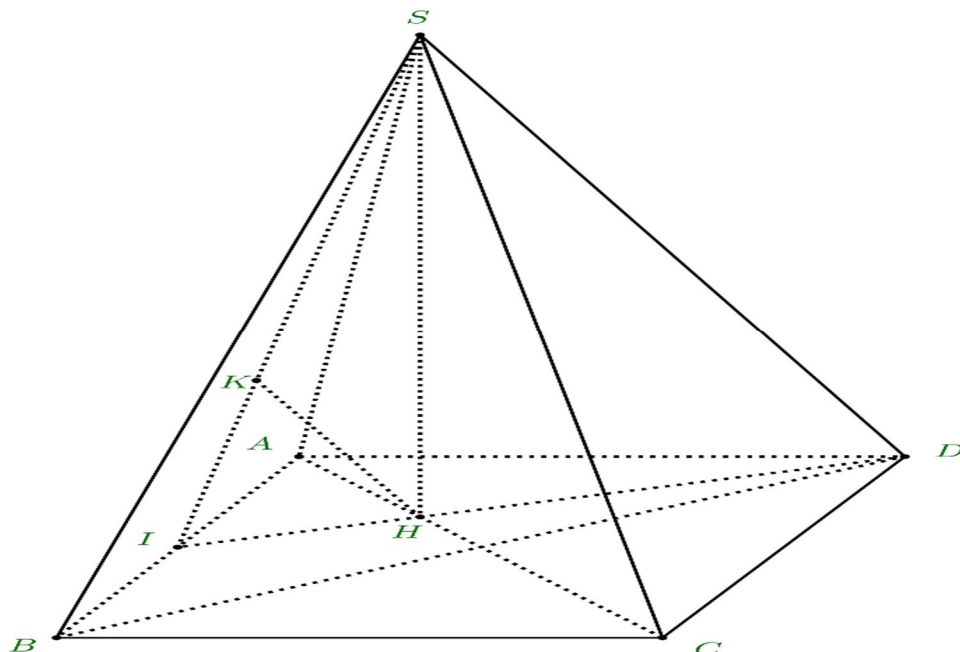
$$\text{Khi đó: } F(0) = \ln(-1+\sqrt{2}) + \ln(1+\sqrt{2}) = \ln \left[(-1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) \right] = 0.$$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a có góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và $SA = SB = SD$. Biết khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{6a}{7}$, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **D.** a^3 .

Lời giải

Chọn B.



Gọi H là hình chiếu của S lên $(ABCD)$.

Vì $SA = SB = SD \Rightarrow HA = HB = HD$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABD$. Mà $\triangle ABD$ đều nên H là trọng tâm $\triangle ABD$.

Gọi $I = DH \cap AB$.

$$\text{Có } d(H, (SAB)) = \frac{HI}{DI} d(D, (SAB)) = \frac{1}{3} \cdot \frac{6a}{7} = \frac{2a}{7}.$$

$$\text{Có } HI = \frac{1}{3} DI = \frac{1}{3} AD \sin \widehat{BAD} = \frac{\sqrt{3}}{6} a.$$

Kẻ $HK \perp SI$.

$$\Rightarrow HK \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HK = \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} \Leftrightarrow \frac{SH \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} a}{\sqrt{SH^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{6} a\right)^2}} = \frac{2a}{7} \Leftrightarrow SH = 2a.$$

$$\text{Có } S_{\square ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$$

$$\text{Có } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\square ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3.$$

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m + 1 = 0$ (m là tham số thực). Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 của phương trình. Tính tổng các giá trị của m để tam giác OAB vuông?

A. 0.

B. 2.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1:

Ta có : $\Delta = -m$.

TH1: $\Delta = -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$ phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 nên A, B là hai

điểm trên trục hoành O, A, B thẳng hàng (Trường hợp này loại vì không thỏa mãn là tam giác).

TH1: $\Delta = -m < 0 \Leftrightarrow m > 0$, Gọi $z_1 = 1 + \sqrt{m}i, z_2 = 1 - \sqrt{m}i$.

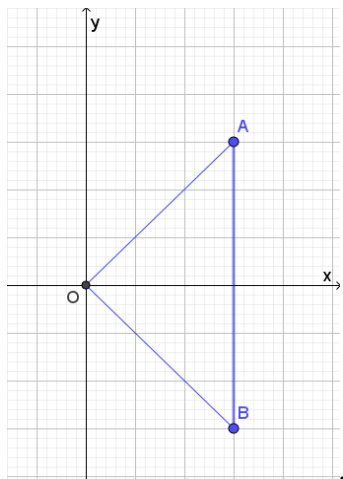
Lúc đó ta có $A(1; \sqrt{m}), B(1; -\sqrt{m}), \overrightarrow{OA} = (1; \sqrt{m}), \overrightarrow{OB} = (1; -\sqrt{m})$ có $OA = OB$.

OAB là tam giác vuông tại O nên $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$ Vậy chọn **D**.

Cách 2:

Vì OAB là tam giác nên O, A, B không thẳng hàng hay z_1, z_2 có nghiệm không phải là nghiệm thực suy ra $\Delta = -m < 0 \Leftrightarrow m > 0$. suy ra $z_1 = 1 + \sqrt{m}i, z_2 = 1 - \sqrt{m}i$.

Lại có z_1, z_2 là hai số phức liên hợp nên A, B là hai điểm đối xứng qua trục hoành.



Tam giác OAB cân tại O nên vuông thì vuông tại O khi và chỉ khi $1 = \sqrt{m} \Leftrightarrow m = 1$.

Cách 3: Ta có: $\Delta = -m$.

TH1: $\Delta = -m > 0 \Leftrightarrow m < 0$ phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1, z_2 nên A, B là hai điểm trên trục hoành O, A, B thẳng hàng (Trường hợp này loại vì không thỏa mãn là tam giác).

Gọi $z_1 = a + bi, z_2 = a - bi \Rightarrow A(a; b), B(a; -b)$. Tam giác OAB có $OA = OB$ nên vuông tại O .

Suy ra: $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0(1)$.

$z_1 = a + bi, z_2 = a - bi$ là nghiệm

$$\Leftrightarrow (a + bi)^2 - 2(a + bi) + m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 - 2a + m + 1 = 0(2) \\ 2ab - 2b = 0(3) \end{cases}$$

Từ (1), (2), (3) ta có $m = 1$.

Cách 4:

Vì OAB là tam giác nên O, A, B không thẳng hàng hay z_1, z_2 có nghiệm không phải là nghiệm thực suy ra $\Delta = -m < 0 \Leftrightarrow m > 0$. z_1, z_2 là hai số phức liên hợp nên

$$|z_1| = |z_2| = OA = OB, |z_1 - z_2| = AB.$$

Tam giác OAB có $OA = OB$ nên vuông tại $O \Leftrightarrow OA^2 + OB^2 = AB^2 \Leftrightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = |z_1 - z_2|^2$.

$$\Leftrightarrow 2z_1 z_2 = \frac{|\Delta|}{a^2} \Leftrightarrow 2(m+1) = m \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z + \sqrt{2}i}{z + \sqrt{2}}$ có phần thực và phần ảo bằng nhau. Giá trị lớn nhất của biểu

thức $T = |z + 1| + |z + i|$ bằng

A. $5\sqrt{2}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện: $z + \sqrt{2} \neq 0$.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$ và $(x + \sqrt{2})^2 + y^2 \neq 0$).

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{z + \sqrt{2}i}{z + \sqrt{2}} &= \frac{x + (y + \sqrt{2})i}{(x + \sqrt{2}) + yi} = \frac{(x + (y + \sqrt{2})i)((x + \sqrt{2}) - yi)}{(x + \sqrt{2})^2 + y^2} \\ &= \frac{x(x + \sqrt{2}) + y(y + \sqrt{2})}{(x + \sqrt{2})^2 + y^2} + \frac{(x + \sqrt{2})(y + \sqrt{2}) - xy}{(x + \sqrt{2})^2 + y^2} i. \end{aligned}$$

Do $\frac{z + \sqrt{2}i}{z + \sqrt{2}}$ có phần thực phần ảo bằng nhau nên.

$$\frac{x(x + \sqrt{2}) + y(y + \sqrt{2})}{(x + \sqrt{2})^2 + y^2} = \frac{(x + \sqrt{2})(y + \sqrt{2}) - xy}{(x + \sqrt{2})^2 + y^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 2.$$

Khi đó, $T = |z + 1| + |z + i| = \sqrt{(x + 1)^2 + y^2} + \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{3 + 2x} + \sqrt{3 + 2y}$.

Ta có: $T^2 \leq 2(6 + 2x + 2y) = 12 + 4(x + y) \leq 12 + 4\sqrt{2(x^2 + y^2)} = 20 \Rightarrow T \leq 2\sqrt{5}$.

Vậy, $T_{\min} = 2\sqrt{5}$ khi $x = y = 1$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có hai điểm cực trị là -1 và 1 . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có điểm cực đại là -1 , có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có giá trị nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(0; 1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(3; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

Căn cứ đồ thị ta thấy.

+ Hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đạt cực trị tại $x = \pm 1$ nên ta có.

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y'(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b + 3 = 0 \\ -2a + b + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -3 \end{cases}.$$

+ Hàm số $y = mx^2 + nx + p$ đạt cực đại tại $x = -1$ và (P) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ $x = \pm 1$ nên ta có.

$$\begin{cases} -2m + n = 0 \\ 1 + a + b + c = m + n + p \\ -1 + a - b + c = m - n + p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \\ m = -1 \\ p - c = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } S = \int_{-1}^1 |mx^2 + nx + p - x^3 - ax^2 - bx - c| dx = S = \int_{-1}^1 |-x^3 - x^2 + x + 1| dx = \frac{4}{3} \in (1; 2).$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{4} = \frac{z+3}{1}$. Đường thẳng đi qua A , cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z+1}{22}$.

B. $\frac{x-3}{-9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{-2}$.

C. $\frac{x-3}{9} = \frac{y-2}{10} = \frac{z-1}{22}$.

D. $\frac{x-12}{9} = \frac{y+8}{-10} = \frac{z-23}{22}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.

Đường thẳng d có một VTCT $\vec{u} = (2; 4; 1)$.

Theo đề, ta có $\Delta \cap d = B(2t; 4t; -3+t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2t-3; 4t-2; t-4)$ là một VTCP của Δ .

Khi đó $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2t-3) + 4 \cdot (4t-2) + 1 \cdot (t-4) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{6}{7}$.

Suy ra $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{9}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{22}{7}\right)$.

Vậy $\Delta: \frac{x-3}{9} = \frac{y-2}{-10} = \frac{z-1}{22}$ hay $\Delta: \frac{x-12}{9} = \frac{y+8}{-10} = \frac{z-23}{22}$.

Câu 47. Cho hình trụ tròn xoay có đáy là hai hình tròn tâm O và O' . Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A , trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB = 2a$. Biết khoảng cách từ trục của hình trụ đến đường thẳng AB bằng $\frac{a}{2}$ và bán kính đáy của hình trụ bằng a , thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $2\pi a^3$.

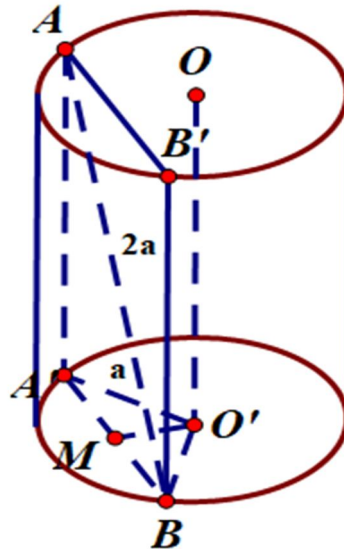
B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{13}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải

Chọn D.



Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên các đáy còn lại; M là hình chiếu vuông góc của O' lên đường thẳng $A'B$.

Theo giả thiết ta có:

Bán kính đáy của hình trụ: $r = O'A' = a$.

Khoảng cách từ trục của hình trụ đến đường thẳng AB :

$$d(OO', AB) = d(O', (AA'BB')) = O'M = \frac{a}{2}.$$

Khi đó: $A'B = 2A'M = 2\sqrt{O'A'^2 - O'M^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{3}$. (Tam giác $\triangle O'MA'$ vuông tại M).

Tam giác $\triangle AA'B$ vuông tại A' có $AB = 2a$; $A'B = a\sqrt{3}$, ta được chiều cao của hình trụ:

$$h = AA' = \sqrt{AB^2 - A'B^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a.$$

Vậy, thể tích của khối trụ: $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot a = \pi a^3$.

Câu 48. Cho bất phương trình $\log_3 x + \log_x 3 + 2\cos \alpha < 0$ với $\alpha \neq k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Tập nghiệm của bất phương trình có dạng $S = (a; b)$. Tổng $a + b$ bằng ?

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 0$; $x \neq 1$.

Với $x > 1$ ta có $\log_3 x > 0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho cặp số $\log_3 x$ và $\log_x 3$ ta được.

$$\log_3 x + \log_x 3 = \log_3 x + \frac{1}{\log_3 x} \geq 2.$$

Mặt khác $2\cos \alpha \geq -2$.

Do đó $\log_3 x + \log_x 3 + 2\cos \alpha \geq 0$.

Suy ra $x > 1$ không là nghiệm của bất phương trình.

Với $0 < x < 1$ ta có $\log_3 x + \log_x 3 \leq -2$; $2\cos \alpha \leq 2$.

Suy ra $\log_3 x + \log_x 3 + 2\cos \alpha \leq 0$ với mọi α .

Dấu "=" xảy ra khi $\log_3 x = \log_x 3$ và $\cos \alpha = 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3^2 x = 1 \\ \alpha = k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ \alpha = 2k\pi \end{cases}.$$

Vì $\alpha \neq k2\pi$ nên tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 1)$.

$\Rightarrow a = 0; b = 1 \Rightarrow a + b = 1$.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 1; 1)$. Gọi (S) là mặt cầu nhận AB làm đường kính và (α) là mặt phẳng vuông góc và cắt AB tại điểm H nằm trong khối cầu. Biết khối nón đỉnh A và đáy là đường tròn giao tuyến của (α) và (S) có thể tích lớn nhất. Hỏi mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây ?

A. $M(3; 2; -2)$.

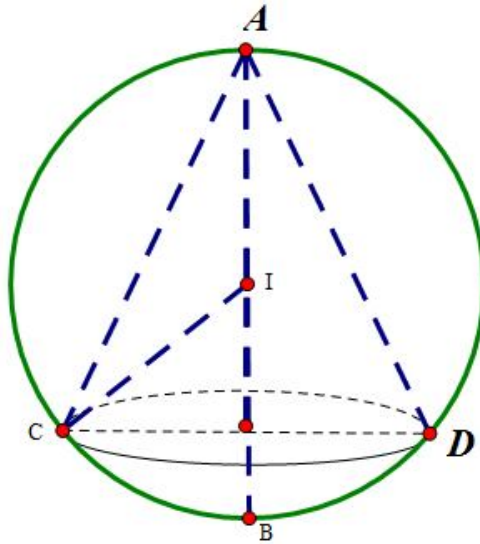
B. $N(1; 1; -2)$.

C. $K(0; -1; 3)$.

D. $P(2; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi chiều cao của nón là h và bán kính đáy là r .

Nếu $h = R$ thì $r = R$ với R là bán kính mặt cầu (S), khi đó $V_n = \frac{\pi R^3}{3}$.

Nếu $h \neq R$ thì $r = \sqrt{R^2 - (h - R)^2} = \sqrt{2Rh - h^2}$ (Trường hợp này điểm I nằm giữa A và H).

Khi điểm H nằm giữa A và I thì $r = \sqrt{2Rh - h^2}$.

$$\text{Ta có } V_n = \frac{1}{3} \pi \cdot h \cdot r^2 = \frac{\pi}{3} \cdot h \cdot (2Rh - h^2) = \frac{\pi}{6} \cdot h \cdot h \cdot (4R - 2h) \leq \frac{\pi}{6} \left(\frac{h + h + 4R - 2h}{3} \right)^3 = \frac{32\pi R^3}{81}.$$

Vậy V_n đạt giá trị lớn nhất khi $h = 4R - 2h \Rightarrow h = \frac{4R}{3}$.

$$\text{Ta có } AB = 3 \text{ suy ra } h = 2. \text{ Khi đó } \overrightarrow{AH} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} \Rightarrow H \left(\frac{-1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3} \right).$$

Mặt phẳng (α) đi qua điểm H và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2; -1; -2)$ làm VTPT nên có pt là

$$-2 \left(x + \frac{1}{3} \right) - 1 \left(y - \frac{4}{3} \right) - 2 \left(z - \frac{5}{3} \right) = 0 \Rightarrow 2x + y + 2z - 4 = 0.$$

Khi đó mặt phẳng (α) sẽ đi qua điểm $M(3; 2; -2)$, nên chọn đáp án A.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2 - 3x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 - m)$ có nhiều điểm cực trị nhất?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

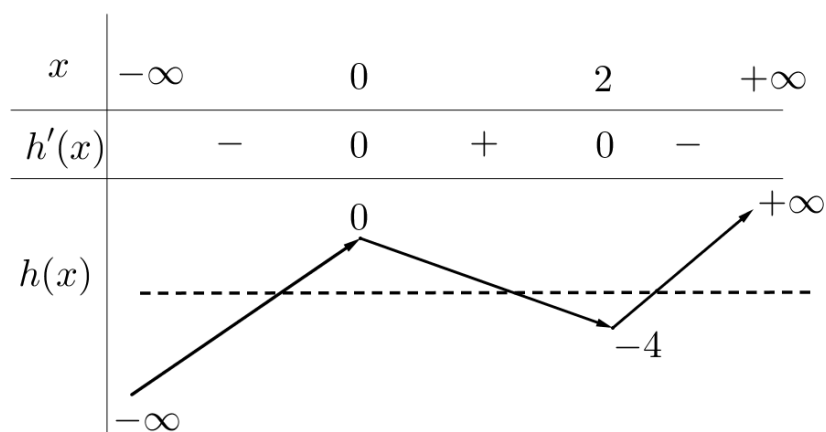
$$+) f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$+) g'(x) = (3x^2 - 6x) \cdot f'(x^3 - 3x^2 - m).$$

$$+) g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x = 0 \\ f'(x^3 - 3x^2 - m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x^3 - 3x^2 - m = 1 \\ x^3 - 3x^2 - m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x^3 - 3x^2 = m + 1 \\ x^3 - 3x^2 = m + 2 \end{cases} \quad (1).$$

$$(2)$$

+) Xét hàm số $h(x) = x^3 - 3x^2$.



+) Nhận xét: Phương trình (1) và (2) nếu có nghiệm thì các nghiệm của nó luôn khác nhau.

Để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2 - m)$ có nhiều điểm cực trị nhất thì mỗi phương trình (1) và

phương trình (2) phải có 3 nghiệm khác 0 và 2. Điều này xảy ra khi $\begin{cases} -4 < m+1 < 0 \\ -4 < m+2 < 0 \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -5 < m < -1 \\ -6 < m < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < -2.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4; -3\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

-----HẾT-----

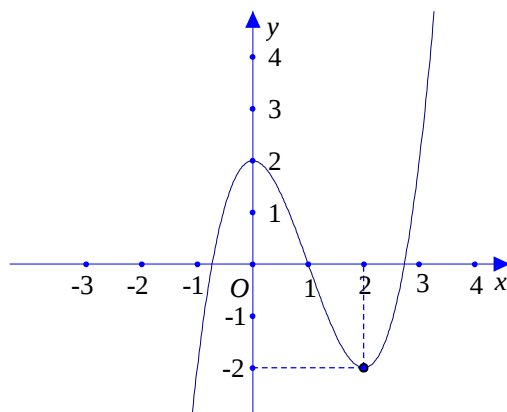
Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **117**

- Câu 1.** Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào 5 cái ghế, mỗi ghế có đúng 1 học sinh, là
A. 25. B. 5^5 . C. C_5^5 . D. P_5 .
- Câu 2.** Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 4$, công bội $q = -2$. Tính u_2
A. 2. B. -8. C. -2. D. 8.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. Tọa độ một vector chỉ phương của d là
A. $(1;1;2)$. B. $(0;1;2)$. C. $(0;-1;-2)$. D. $(1;1;1)$.
- Câu 4.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;2)$. Viết phương trình đường trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC .
A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-t \\ z=t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-t \\ z=-t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.
- Câu 5.** Một nhóm học sinh gồm 5 học sinh lớp 10, 4 học sinh lớp 11, 3 học sinh lớp 12. Chọn ngẫu nhiên từ nhóm đó ra 4 học sinh. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn có ít nhất 2 học sinh lớp 10
A. $\frac{19}{33}$. B. $\frac{5}{99}$. C. $\frac{14}{33}$. D. $\frac{94}{99}$.
- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AB
A. a . B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Gọi φ là góc giữa đường thẳng SM với mặt phẳng (SAB) . Tính $\tan \varphi$.
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Câu 8.** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 5π . B. 30π . C. 25π . D. 75π .
- Câu 9.** Cho điểm A nằm ngoài mặt cầu (S) . Có bao nhiêu tiếp tuyến của mặt cầu (S) đi qua điểm A ?
A. 3. B. 2. C. 1. D. Vô số.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (1;1;0)$. Tìm vector $\vec{v}$ ngược hướng với $\vec{u}$ biết $|\vec{v}| = 3\sqrt{2}$.
A. $\vec{v} = (3;3;0)$. B. $\vec{v} = (-1;-1;-4)$. C. $\vec{v} = (-2;-2;0)$. D. $\vec{v} = (-3;-3;0)$.

- Câu 11.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 8z = 0$
A. $I(-2; 1; -4)$. **B.** $I(-4; 2; -8)$. **C.** $I(2; -1; 4)$. **D.** $I(4; -2; 8)$.
- Câu 12.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy và $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.
- Câu 13.** Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Diện tích toàn phần của khối lập phương đã cho bằng
A. 96. **B.** 64. **C.** 24. **D.** 114.
- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; 0; 6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với mặt phẳng (α) .
A. $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$. **B.** $(\beta): x + 2y + 2z - 15 = 0$.
C. $(\beta): x + 2y + 2z + 15 = 0$. **D.** $(\beta): x + 2y + 2z + 13 = 0$.
- Câu 15.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3); B(3; 0; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình tổng quát là
A. $x - y - z + 4 = 0$. **B.** $x - y - z + 1 = 0$. **C.** $x - y - z - 2 = 0$. **D.** $x + y - z - 1 = 0$.
- Câu 16.** Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x+3}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- Câu 17.** Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$ với m là tham số có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?
A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.
- Câu 18.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x^2-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.
- Câu 19.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m < -1$. B. $3 < m \leq 4$. C. $m > 4$. D. $1 \leq m < 3$.

Câu 21. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $3^x \ln 3$. B. 3^x . C. $\frac{3^x}{\ln 3}$. D. $x3^{x-1}$.

Câu 22. Tính tổng các nghiệm của phương trình $2^{x+2} + 2^{-x} = 5$?

- A. -2 . B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. -1 .

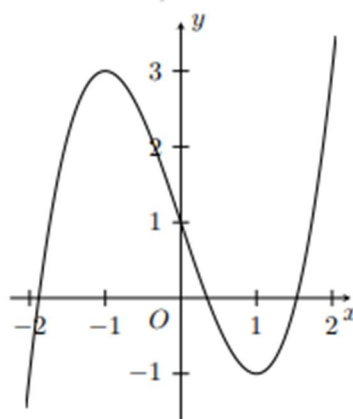
Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2) < 1$ là

- A. $(2; 4)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(2; +\infty)$. D. $[2; 4)$.

Câu 24. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{5-x}$ là

- A. $y = \frac{3}{5}$. B. $y = -3$. C. $x = 5$. D. $y = 2$.

Câu 25. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		5		2	
	2		-6		

Số nghiệm của phương trình $2f(x^2+2)+11=0$ là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 27. Tập xác định của hàm số $y = (2x-1)^{-3}$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 28. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = (0,9)^x$. B. $y = (\sqrt{2})^x$. C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$. D. $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$.

Câu 29. Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Tính $\log 30$ theo a và b .

- A. $\frac{1+a+b}{1+a}$. B. $\frac{1+ab}{1+a}$. C. $\frac{1+ab}{1+b}$. D. $\frac{1+a+b}{1+b}$.

Câu 30. Phần ảo của số phức $z = 3 - 2i$ là

- A. -2 . B. $-2i$. C. 3 . D. 5 .

Câu 31. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 4i$ là số phức

- A. $3 - 4i$. B. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$. C. $\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$. D. $\frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Số phức $z = z_1 + z_2$ là

- A. $z = -2 + 2i$. B. $z = 2 + 2i$. C. $z = -2 - 2i$. D. $z = 2 - 2i$.

Câu 33. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức nào sau đây có điểm biểu diễn có tọa độ là $(3; -2)$?

- A. $-2 - 3i$. B. $-2 + 3i$. C. $3 + 2i$. D. $3 - 2i$.

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ là

- A. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\sin 2x + C$. C. $-\frac{1}{2} \sin 2x + C$. D. $-\sin 2x + C$.

Câu 35. Biết hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $e^x \cdot f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tính $\int e^x \cdot f'(x) dx$.

- A. $x^2 + C$. B. $-x^2 + 2x + C$. C. $x^2 - 2x + C$. D. $-\frac{x^3}{3} + x^2 + C$.

Câu 36. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2021$; $\int_0^1 g(x) dx = 2022$. Tính $I = \int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx$

- A. 6064. B. -2023. C. 2020. D. 2023.

Câu 37. Nếu đặt $\sqrt{3x+1} = t$ thì tích phân $\int_0^1 x\sqrt{3x+1} dx$ bằng tích phân nào sau đây?

- A. $\int_0^1 \frac{(t^2-1)t}{9} dt$. B. $\int_1^2 \frac{(t^2-1)t}{3} dt$. C. $\int_1^2 (t^2-1)t dt$. D. $\int_1^2 \frac{2(t^2-1)t^2}{9} dt$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $\int_0^1 f(x) dx = 1$. Tính

$$I = \int_0^1 f'(\sqrt{x}) dx$$

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 39. Cho a là số thực, trên tập hợp các số phức, phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3 = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng 120° , tính tổng các giá trị của a .

- A. -6. B. 6. C. -4. D. 4.

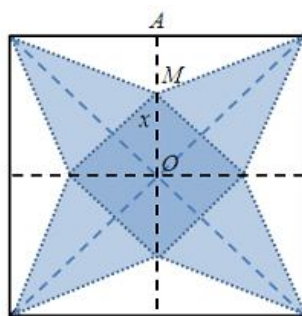
- Câu 40.** Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = mx - m + 1$. Giả sử d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = OA^2 + OB^2$.
- A. 16. B. 8.
C. $8 + 4\sqrt{2}$. D. $4 + 2\sqrt{2}$.

- Câu 41.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với d sao cho khoảng cách từ điểm $A(2;0;1)$ đến Δ nhỏ nhất. Biết $\vec{u}(a;1;b)$ là một vector chỉ phương của Δ . Tính $a - b$
- A. 2. B. -2.
C. 1. D. -1.

- Câu 42.** Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng
- A. $\sqrt{5}\pi$. B. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.
C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

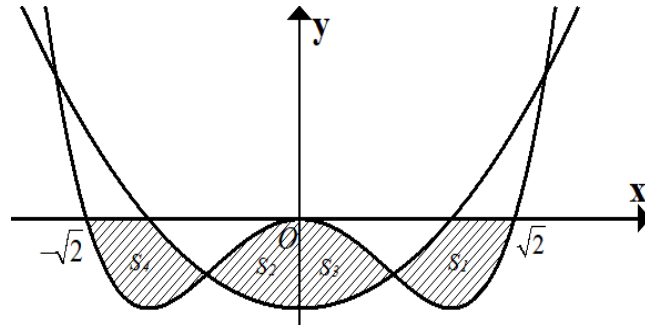
- Câu 43.** Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình $4^x + (-2m+9)2^x - 2m+8 > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x ?
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5.

- Câu 44.** Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 cm , $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất.



- A. $x = 9\text{ cm}$. B. $x = 8\text{ cm}$.
C. $x = 6\text{ cm}$. D. $x = 7\text{ cm}$.
- Câu 45.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0) = e^2$ và $2\sin 2x \left[f(x) + e^{\cos 2x} \sqrt{f(x)} \right] + f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ thuộc khoảng
- A. $(1;2)$. B. $(2;3)$. C. $(3;4)$. D. $(0;1)$.
- Câu 46.** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với số nguyên y có tối đa 100 số nguyên x thỏa mãn $3^{y-2x} \geq \log_5(x+y^2)$
- A. 17. B. 18. C. 13. D. 20.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$ và hàm số $y = g(x) = x^2 - m^2$, với $0 < m < \sqrt{2}$ là tham số thực. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Ta có diện tích $S_1 + S_4 = S_2 + S_3$ tại m_0 . Chọn mệnh đề đúng.



- A. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$. B. $m_0 \in \left(\frac{2}{3}; \frac{7}{6}\right)$. C. $m_0 \in \left(\frac{7}{6}; \frac{5}{4}\right)$. D. $m_0 \in \left(\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 48. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ và có mô đun nhỏ nhất. Tính $S = 7a + b$.

- A. -12. B. 0. C. 5. D. 7.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3;0;0), B(0;4;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + 3 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ ($c > 0$) là điểm trên (P) sao cho mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABM$ có bán kính nhỏ nhất. Tính $a + b + c$

- A. 1. B. -4. C. 4. D. -1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = 2022^x - 2022^{-x}$. Các số thực a, b thỏa mãn $a + b > 0$ và $f(a^2 + b^2 + ab + 2) + f(-9a - 9b) = 0$. Khi a, b thay đổi, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{10a + 9b + 61}{a + b + 10} ?$$

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 10.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	A	B	A	C	B	D	D	D	C	B	A	A	B	B	A	D	A	C	A	A	A	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	B	D	A	D	C	D	A	B	C	D	A	B	B	D	D	A	B	B	D	B	D	A	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 39.** Cho a là số thực, trên tập hợp các số phức, phương trình $z^2 + (a-2)z + 2a-3=0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết tam giác OMN có một góc bằng 120° , tính tổng các giá trị của a .
- A. -6. **B. 6.** C. -4. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Vì O, M, N không thẳng hàng nên z_1, z_2 không đồng thời là số thực, cũng không đồng thời là số thuần ảo do đó, ta phải có: $\Delta = a^2 - 12a + 16 < 0 \Leftrightarrow a \in (6 - 2\sqrt{5}; 6 + 2\sqrt{5})$.

$$\text{Khi đó, ta có: } \begin{cases} z_1 = \frac{2-a}{2} - \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \\ z_2 = \frac{2-a}{2} + \frac{\sqrt{-a^2+12a-16}}{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow OM = ON = |z_1| = |z_2| = \sqrt{2a-3} \text{ và } MN = |z_1 - z_2| = \sqrt{-a^2+12a-16}.$$

$$\text{Tam giác } OMN \text{ cân nên } \widehat{MON} = 120^\circ \Rightarrow \frac{OM^2 + ON^2 - MN^2}{2OM \cdot ON} = \cos 120^\circ$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2 - 8a + 10}{2(2a-3)} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a^2 - 6a + 7 = 0 \Leftrightarrow a = 3 \pm \sqrt{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Suy ra tổng các giá trị cần tìm của a là 6.

- Câu 40.** Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = mx - m + 1$. Giả sử d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = OA^2 + OB^2$.
- A. 16. **B. 8.** C. $8 + 4\sqrt{2}$. D. $4 + 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{x}{x-1} = mx - m + 1 \text{ (Đk: } x \neq 1)$$

$$\Leftrightarrow mx^2 - 2mx + m - 1 = 0 \quad (1)$$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi pt(1) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$$

$$\text{Gọi } A(x_1; mx_1 - m + 1), B(x_2; mx_2 - m + 1)$$

Theo Viet ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m-1}{m} \end{cases}$$

Gọi I là trung điểm của AB thì $I \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{m(x_1 + x_2) - 2m + 2}{2} \right) \Rightarrow I(1;1)$

Ta có: $OI^2 = \frac{2OA^2 + 2OB^2 - AB^2}{4} \Rightarrow P = \frac{1}{2}(4OI^2 + AB^2) = \frac{1}{2}(8 + AB^2)$

$$AB^2 = (m^2 + 1)(x_2 - x_1)^2 = (m^2 + 1)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2]$$

$$= (m^2 + 1) \left(4 - \frac{4(m-1)}{m} \right) = (m^2 + 1) \cdot \frac{4}{m} = 4m + \frac{4}{m} \geq 2\sqrt{4m \cdot \frac{4}{m}} = 8$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{1}{2}(8 + 8) = 8.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = 1$.

Vậy $\min P = 8$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với d sao cho khoảng cách từ điểm $A(2;0;1)$ đến Δ nhỏ nhất. Biết $\vec{u}(a;1;b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ . Tính $a - b$.

A. 2.

B. -2.

C. 1.

D. -1.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (P) là mặt phẳng qua O và vuông góc với d thì $\Delta \subset (P)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(P) \Rightarrow H(1; -1; 0)$

Ta có $d(A; \Delta) \geq AH = \sqrt{3}$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi Δ qua H .

$$\Rightarrow \overrightarrow{OH}(1; -1; 0) \text{ là một vectơ chỉ phương của } \Delta \Rightarrow \vec{u}(-1; 1; 0) \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a - b = -1.$$

Câu 42. Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

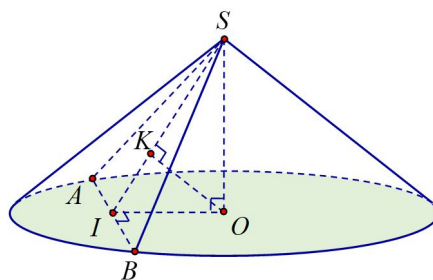
A. $\sqrt{5}\pi$.

B. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

HDG



Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông SAB .

Gọi $SA = l$ là đường sinh, $OA = R$ là bán kính và $SO = h$ là đường cao của hình nón đã cho. Gọi I là trung điểm của AB và K là hình chiếu của O lên SI .

Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện là $(\widehat{SO; (SAB)}) = \widehat{OSK} = 30^\circ$.

$$\Delta SAB \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} l^2 = 4 \Rightarrow l = 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow AB = l \cdot \sqrt{2} = 4 \Rightarrow \text{Đường trung tuyến } SI = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2.$$

$$\Delta SOI \text{ vuông tại } O: \cos \widehat{OSI} = \frac{SO}{SI} \Rightarrow SO = SI \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có: } R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}.$$

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình $4^x + (-2m+9)2^x - 2m+8 > 0$ nghiệm đúng với mọi số thực x ?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $t = 2^x, t > 0$

Bất phương trình trở thành: $t^2 + (-2m+9)t - 2m+8 > 0 \Leftrightarrow t^2 + 9t + 8 > 2m(t+1)$

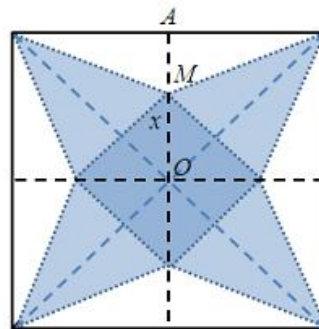
$$\Leftrightarrow t+8 > 2m$$

Với mọi $t > 0$, ta có $t+8 > 8$.

Do đó, bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $2m \leq 8 \Leftrightarrow m \leq 4$.

Suy ra $m \in \{1; 2; 3; 4\}$

Câu 44. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 cm , $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất



A. $x = 9\text{ cm}$.

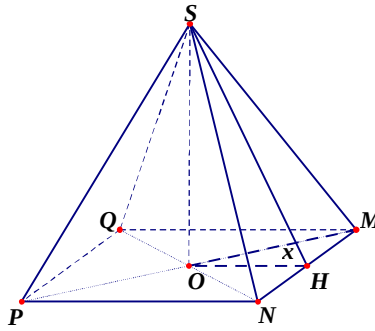
B. $x = 8\text{ cm}$.

C. $x = 6\text{ cm}$.

D. $x = 7\text{ cm}$.

Lời giải

Chọn B.



Giả sử được hình chóp tứ giác đều như hình vẽ

Ta có: Cạnh đáy bằng $x\sqrt{2}$.

$$+ OM = x \Rightarrow OH = HM = \frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow SH = 10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}.$$

$$+ SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{20(10-x)}.$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2x^2 \cdot \sqrt{20(10-x)} = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{40-4x}, \text{ (với } 0 \leq x \leq 10).$$

$$\text{Tìm GTLN của } V \text{ ta được } V_{\max} = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot 10^2 \text{ khi } x = 8.$$

* Cách 2

Áp dụng BĐT Cauchy cho 4 số không âm, ta có:

$$x^2 \cdot \sqrt{40-4x} = \sqrt{(40-4x) \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} \leq \left(\sqrt{\frac{40-4x+x+x+x+x}{4}} \right)^4 \Leftrightarrow \sqrt{40-4x} \cdot x^2 \leq 10^2.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot x^2 \sqrt{40-4x} \leq \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot 10^2. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } 40-4x = x \Leftrightarrow x = 8.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(0) = e^2$ và

$$2\sin 2x \left[f(x) + e^{\cos 2x} \cdot \sqrt{f(x)} \right] + f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Khi đó } f\left(\frac{\pi}{6}\right) \text{ thuộc khoảng}$$

A. (1; 2).

B. (2; 3).

C. (3; 4).

D. (0; 1).

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Từ giả thiết, ta có } 2\sin 2x \cdot f(x) + f'(x) = -e^{\cos^2 x - \sin^2 x} \sin 2x \cdot \sqrt{f(x)}$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x \cdot e^{\sin^2 x} \cdot \sqrt{f(x)} + e^{\sin^2 x} \cdot \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = -e^{\cos^2 x} \sin 2x \Rightarrow \int \left(e^{\sin^2 x} \cdot \sqrt{f(x)} \right)' dx = \int e^{\cos^2 x} d(\cos^2 x)$$

$$\Rightarrow e^{\sin^2 x} \cdot \sqrt{f(x)} = e^{\cos^2 x} + C$$

$$\text{Mà } f(0) = e^2 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow \sqrt{f(x)} = e^{\cos^2 x - \sin^2 x} \Rightarrow f(x) = e^{2\cos 2x}.$$

$$\text{Vậy } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = e.$$

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với số nguyên y có tối đa 100 số nguyên x thỏa mãn $3^{y-2x} \geq \log_5(x+y^2)$.

A. 17

B. 18.

C. 13.

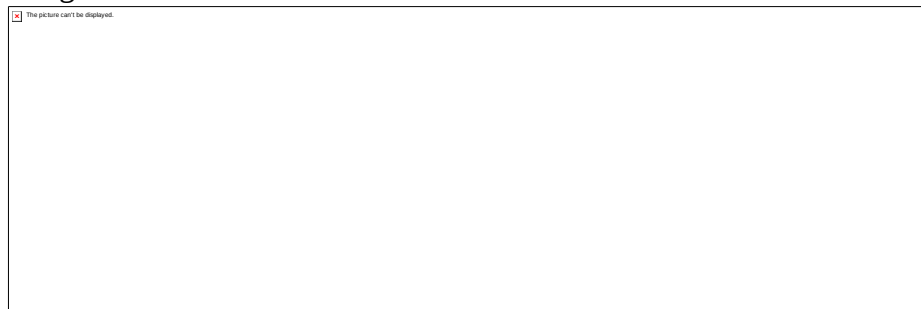
D. 20.

Lời giải

Chọn D.Điều kiện: $x > -y^2$ Xét hàm số $f(x) = 3^{y-2x} - \log_5(x+y^2)$ ta có:

$$f'(x) = -2 \cdot 3^{y-2x} \cdot \ln 3 - \frac{1}{(x+y^2) \cdot \ln 5} < 0$$

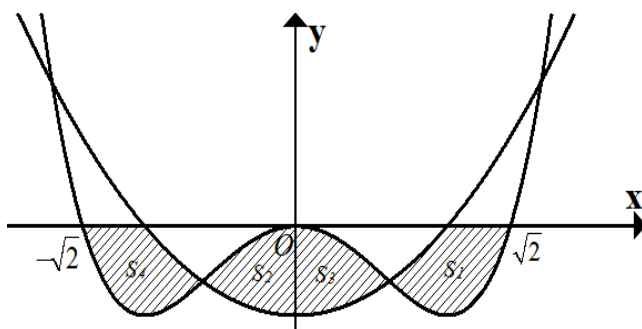
Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên trên ta có tập nghiệm của bất phương trình là $(-y^2; x_0]$. Để có tối đa 100 số nguyên x thì $f(-y^2 + 101) < 0 \Leftrightarrow 3^{2y^2+y-202} - \log_5 101 < 0 \Leftrightarrow 3^{2y^2+y-202} < \log_5 101$
 $\Leftrightarrow 2y^2 + y - 202 - \log_3(\log_5 101) < 0 \Leftrightarrow -10,33 < y < 9,83$.

Vậy có 20 giá trị nguyên của y .

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2$ và hàm số $y = g(x) = x^2 - m^2$, với $0 < m < \sqrt{2}$ là tham số thực. Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Ta có diện tích $S_1 + S_4 = S_2 + S_3$ tại m_0 . Chọn mệnh đề đúng.



A. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$.

B. $m_0 \in \left(\frac{2}{3}; \frac{7}{6}\right)$.

C. $m_0 \in \left(\frac{7}{6}; \frac{5}{4}\right)$.

D. $m_0 \in \left(\frac{5}{4}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

♦ Đề ý, hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị đối xứng qua trục tung. Do đó diện tích $\begin{cases} S_1 = S_4 \\ S_2 = S_3 \end{cases}$.

♦ Vì vậy, yêu cầu bài toán trở thành tìm m_0 để $S_1 = S_3$ (1).

♦ Gọi a là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$, với điều kiện:
 $0 < a < m < \sqrt{2}$.

♦ Dựa vào đồ thị, ta có:

$$S_3 = \int_0^a (x^4 - 3x^2 + m^2) dx = \frac{a^5}{5} - a^3 + am^2 \quad (2).$$

$$\diamond S_1 = \int_a^m (-x^4 + 3x^2 - m^2) dx + \int_m^{\sqrt{2}} (-x^4 + 2x^2) dx = \frac{a^5}{5} - a^3 + am^2 - \frac{2m^3}{3} + \frac{8\sqrt{2}}{15} (3).$$

♦ Từ (1), (2), (3) ta có:

$$S_3 = S_1 \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{2}}{15} - \frac{2}{3}m^3 = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt[3]{\frac{4\sqrt{2}}{5}} \approx 1.04 \in \left(\frac{2}{3}; \frac{7}{6}\right).$$

Câu 48. Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn điều kiện $|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ và có môđun nhỏ nhất. Tính $S = 7a + b$?

A. -12.

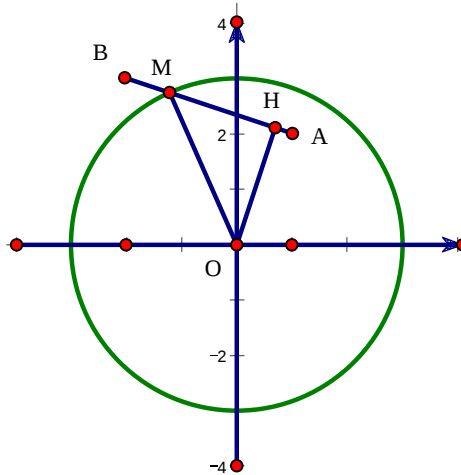
B. 0.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$

$A(1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức $(1 + 2i)$

$B(-2; 3)$ là điểm biểu diễn số phức $(-2 + 3i)$, $AB = \sqrt{10}$

$|z - 1 - 2i| + |z + 2 - 3i| = \sqrt{10}$ trở thành $MA + MB = AB$

$\Leftrightarrow M, A, B$ thẳng hàng và M ở giữa A và B

Gọi H là điểm chiếu của O lên AB , phương trình $(AB): x + 3y - 7 = 0$, $(OH): 3x - y = 0$

Tọa độ điểm $H\left(\frac{7}{10}; \frac{21}{10}\right)$, Có $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{3}{10}; \frac{1}{10}\right)$, $\overrightarrow{BH} = \left(\frac{27}{10}; -\frac{9}{10}\right)$ và $\overrightarrow{BH} = -9\overrightarrow{AH}$

Nên H thuộc đoạn AB

$|z|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow OM$ nhỏ nhất, mà M thuộc đoạn AB

$$\Leftrightarrow M \equiv H\left(\frac{7}{10}; \frac{21}{10}\right)$$

$$\text{Lúc đó } S = 7a + b = \frac{49}{10} + \frac{21}{10} = 7.$$

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(3; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$ và mặt phẳng

$(P): 2x + 2y + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ ($c > 0$) là điểm trên (P) sao cho mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABM$ có bán kính nhỏ nhất. Tính $a + b + c$.

A. 1.

B. -4.

C. 4.

D. -1.

Lời giải

Chọn A.

Ta thấy $\triangle OAB$ vuông tại O và phương trình $mp(OAB)$ là $z = 0$.

Gọi Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác $OAB \Rightarrow \Delta$ đi qua trung điểm K của AB và vuông

$$\text{góc với } (OAB) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \\ z = t \end{cases} \Rightarrow \Delta // (P).$$

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABM$ thì $I \in \Delta$.

$$\text{Bán kính mặt cầu: } R = IM \geq d(I; (P)) = d(K; (P)) = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Dấu “=” khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của I trên (P) .

$$\text{Gọi } I\left(\frac{3}{2}; 2; t\right)$$

$$\text{Ta có: } IO = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow t = \pm \frac{5}{2}$$

$$+) \text{ Với } I\left(\frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow M\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \text{ (t/m)} \Rightarrow a + b + c = 1$$

$$+) \text{ Với } I\left(\frac{3}{2}; 2; -\frac{5}{2}\right) \Rightarrow M\left(-1; -\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right) \text{ (loại)}$$

Vậy $a + b + c = 1$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = 2022^x - 2022^{-x}$. Các số thực a, b thỏa mãn $a + b > 0$ và

$$f(a^2 + b^2 + ab + 2) + f(-9a - 9b) = 0. \text{ Khi } a, b \text{ thay đổi, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức}$$

$$P = \frac{10a + 9b + 61}{a + b + 10} ?$$

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f'(x) = 2022^x \ln 2022 + 2022^{-x} \ln 2022 > 0$ suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Lại có $f(-x) = 2022^{-x} - 2022^{+x} = -f(x)$. Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ.

$$f(a^2 + b^2 + ab + 2) + f(-9a - 9b) = 0 \Leftrightarrow f(a^2 + b^2 + ab + 2) = -f(-9a - 9b) = f(9a + 9b)$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab + 2 = 9a + 9b \Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab + 2 - 9a - 9b = 0$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 + 4ab + 8 - 36a - 36b = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a + b)^2 - 18(2a + b) + 3(b - 3)^2 - 19 = 0.$$

$$\Leftrightarrow (2a + b)^2 - 18(2a + b) - 19 = -3(b - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow (2a + b)^2 - 18(2a + b) - 19 \leq 0 \Rightarrow -1 \leq 2a + b \leq 19 \Rightarrow 2a + b \leq 19 \Leftrightarrow 2a + b - 19 \leq 0.$$

$$\text{Mặt khác } P = 8 + \frac{2a + b - 19}{a + b + 10} \leq 8. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} 2a + b = 19 \\ a - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 3 \end{cases}$$

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **118**

Câu 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 2. Một tổ gồm 6 học sinh trong đó có hai bạn A và B được xếp ngẫu nhiên vào một dãy gồm 6 cái ghế. Xác suất để hai bạn A và B không ngồi cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.

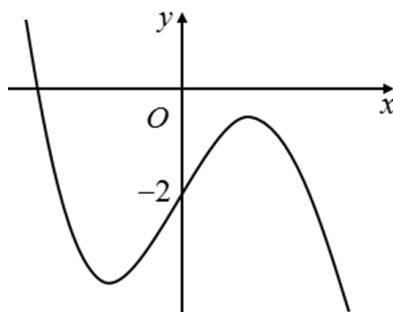
Câu 3. Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2}{2x+1}$. C. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. D. $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 3$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. -4. B. -13. C. 12. D. 3.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $[f(x)]^2 = 4$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?



- A. 4. B. 6. C. 5. D. 3.

Câu 6. Cho $z_1 = 4 - 2i$. Phần ảo của số phức $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1}$ bằng

- A. $-6i$. B. $-2i$. C. -2 . D. -6 .

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; -1)$, $B(-1; 1; 1)$, $C(1; m-1; 2)$. Giá trị của m để tam giác ABC vuông tại B là

- A. 2. B. -6. C. 0. D. -4.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và song song với mặt phẳng $2x - 3y + 6z + 19 = 0$ là

- A. $2x - 3y + 6z + 1 = 0$. B. $2x - 3y + 6z + 19 = 0$.
C. $2x - 3y + 6z - 2 = 0$. D. $2x + 3y + 6z - 26 = 0$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = \sqrt{7}$, $AB = 3$, $BC = 3$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. 3. B. $\frac{5}{2}$. C. 2. D. 4.

Câu 10. Nếu $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{4}}$ và $\log_b\left(\frac{4}{5}\right) > \log_b\left(\frac{5}{6}\right)$ thì

- A. $a > 1, b > 1$. B. $0 < a < 1, 0 < b < 1$. C. $a > 1, 0 < b < 1$. D. $0 < a < 1, b > 1$.

Câu 11. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + 1 - i = 9 - 2i$. Mô đun của z bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. 13.

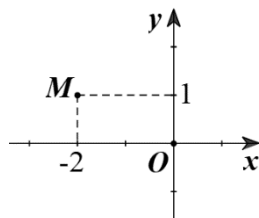
Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 1 = 0$. Khoảng cách điểm A đến mặt phẳng (P) bằng

- A. 2. B. $\frac{5}{3}$. C. 3. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 13. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m}{x+2}$ đồng biến trên từng khoảng xác định là

- A. $m < 2$. B. $m > 2$. C. $m > -2$. D. $m < -2$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M như hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Giá trị $(1+z)^2$ bằng.



- A. $-2 + 2i$. B. $-2i$. C. $-8i$. D. $-1 + i$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(1; 3)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 16. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Khi đó, tổng tám số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 675. B. 725. C. 715. D. 765.

Câu 17. Cho a là số thực lớn hơn 0 và khác 1. Khi đó, giá trị $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a})$ bằng

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 18. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$, có đáy là hình vuông và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy khối hộp một góc bằng 60° . Thể tích khối hộp bằng

- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$. C. $8\sqrt{3}a^3$. D. $8a^3$.

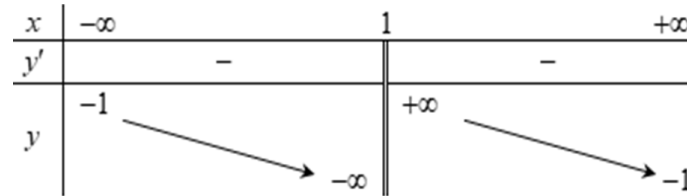
Câu 19. Với các số thực dương a, b, c và $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\log\left(\frac{1}{b}\right) = -\log_a b$.
 B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.
 C. $\log_a (b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$.
 D. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $\log_2 (x^2 + x - 4) = \log_2 x$ là

- A. $x = -2$.
 B. $x = 2$.
 C. $x = -2$ và $x = 2$.
 D. $x = 4$.

Câu 21. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?



- A. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.
 B. $y = \frac{-x-2}{x-1}$.
 C. $y = \frac{x+3}{x-1}$.
 D. $y = \frac{-x-3}{x-1}$.

Câu 22. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $4\log_4 \frac{x}{2} - \log_2 x + 1 \leq 0$ là

- A. 1.
 B. 3.
 C. Vô số.
 D. 2.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $(2; 2; -1)$.
 B. $(3; 1; 5)$.
 C. $(3; 1; -5)$.
 D. $(2; 2; 1)$.

Câu 24. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^2 f(x)dx = 1$. Khi đó, tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. 1.
 B. 3.
 C. -3.
 D. -1.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$. Cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
 B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.
 C. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.
 D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 26. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2$ và $AD = 1$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là

- A. 4π .
 B. 10π .
 C. 6π .
 D. 2π .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{\sqrt{2}}$ và phương trình mặt phẳng $(\alpha): x - y + \sqrt{2}z - 7 = 0$. Góc của đường thẳng d và mặt phẳng (α) là

- A. 30° .
 B. 90° .
 C. 60° .
 D. 45° .

Câu 28. Cho $\int_0^1 xe^{2x}dx = ae^2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$.
 B. 0.
 C. 1.
 D. $\frac{1}{2}$.

Câu 29. Xét tập hợp P gồm 16 điểm phân biệt cùng nằm trên một mặt phẳng trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là

- A. A_{16}^3 . B. $3C_{16}^3$. C. C_{16}^3 . D. 16^3 .

Câu 30. Tập hợp tất cả các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=|z+3|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $2x+y+1=0$. B. $2x-y-1=0$. C. $2x+y-1=0$. D. $2x-y+1=0$.

Câu 31. Biết $\int f(x)dx = x^2 + C$. Khi đó, $\int f(2x)dx$ bằng

- A. $4x^2 + C$. B. $2x^2 + C$. C. $\frac{1}{2}x^2 + C$. D. $x^2 + C$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ với $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 3$. Khi đó, góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+		- 0	+
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
 B. Hàm số có đúng một cực trị.
 C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 34. Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x}$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích mặt đáy và thể tích lần lượt là $a^2\sqrt{3}$ và $6a^3$. Độ dài chiều cao của khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. B. $2a\sqrt{3}$. C. $6a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, tìm giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + m = 0$ là phương trình mặt cầu

- A. $m < -6$. B. $m > 6$. C. $m > -6$. D. $m < 6$.

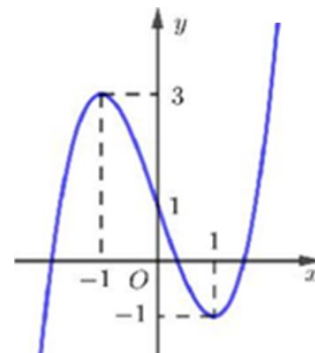
Câu 37. Hàm số nào dưới đây có đúng một điểm cực trị?

- A. $y = x^3 + 3$. B. $y = x^3 + x^2$. C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = \frac{x+2}{x-1}$.

Câu 38. Cho $I = \int \frac{\ln x}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

- A. $I = \int t^2 dt$. B. $I = \int t dt$. C. $I = -\int t dt$. D. $I = \int \frac{1}{t} dt$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) = 2\sin x + 2m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của tập S bằng



- A. -1. B. -2.
C. -5. D. 0.

Câu 40. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $2(2^{a^2+b^2+c^2}-1) + (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 4^{a+b+c}$. Đặt $P = \frac{3a+2b+c}{a+b+c}$ và gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của P . Số phần tử của tập hợp S là

- A. 3. B. 5. C. 4. D. Vô số.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 4)$, $B(-3; 3; -1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3MB^2$ bằng

- A. 135. B. 105. C. 145. D. 108.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx$.

- A. $I = -2$. B. $I = 6$. C. $I = 9$. D. $I = 2$.

Câu 43. Số phức $z_0 = 2 - i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Phần ảo của số phức $az_0 + b$ bằng

- A. 4. B. -2. C. -3. D. 5.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với đáy $AB = 2a$, $AD = BC = CD = a$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$, tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

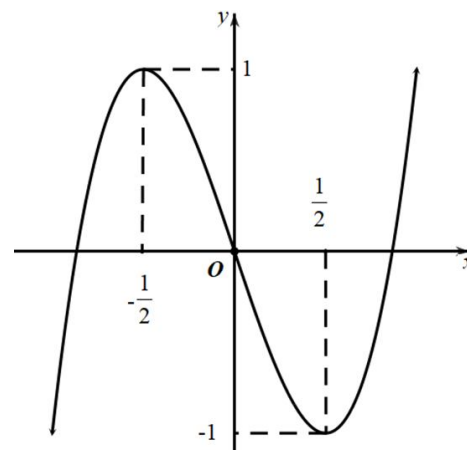
- A. $\frac{3a^3\sqrt{5}}{4}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết giá trị nhỏ nhất hàm số

$$g(x) = |f(x)| - \sqrt{1-2|x|} + f\left(\frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$$

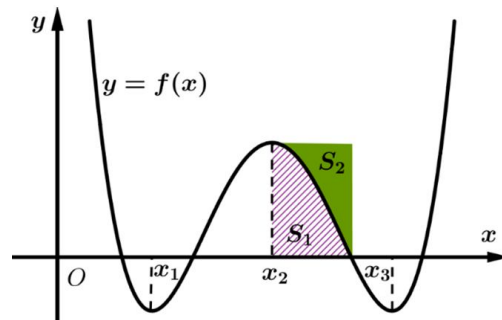
bằng 0 thì giá trị của tham số m bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$.
C. $-\frac{1}{2}$. D. Không có giá trị m .



- Câu 46.** Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(6-z)(8i+\bar{z})$ là số thuần ảo. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng
- A. $20 - 4\sqrt{21}$. B. $20 - 4\sqrt{22}$.
C. $5 - \sqrt{21}$. D. $5 - \sqrt{22}$.

- Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 và x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 2; $9f(x_2) + 7f(x_3) = 0$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng.



- A. $\frac{41}{35}$. B. $\frac{68}{37}$. C. $\frac{23}{17}$. D. $\frac{17}{15}$.
- Câu 48.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$, mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ và điểm $N(1; 0; -4)$ thuộc (P) . Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$. Gọi $\vec{u} = (1; b; c)$, $(c > 0)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ , tổng $b + c$ bằng
- A. 3. B. -1.
C. 1. D. 45.

- Câu 49.** Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. Gọi (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N) . Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất
- A. $\frac{h}{3}$. B. $\frac{h}{2}$.
C. $\frac{2h}{3}$. D. $\frac{3h}{4}$.

- Câu 50.** Cho bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 10$ (1). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 3]$?
- A. 253. B. 13.
C. 12. D. 252.

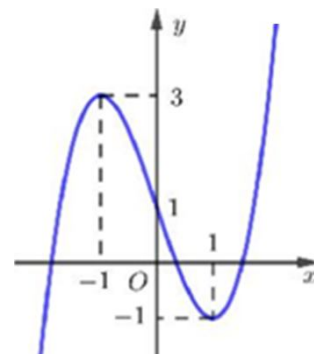
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	C	B	A	C	C	C	B	C	A	D	A	B	D	D	C	B	C	B	A	B	C	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	D	C	D	B	D	D	B	C	D	C	B	A	A	A	B	A	C	C	B	B	D	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x) = 2\sin x + 2m$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của tập S bằng



A. -1

B. -2

C. -5

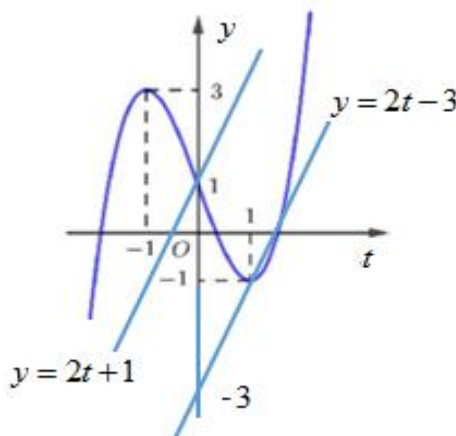
D. 0

Lời giải

Đặt $t = \sin x$ với $x \in (0; \pi) \Rightarrow t \in (0; 1]$.

Xét phương trình $f(t) = 2t + 2m$.

Để phương trình có nghiệm thì đồ thị hàm $y = f(t)$ cắt đồ thị hàm số $y = 2t + 2m$ tại ít nhất một điểm có hoành độ t thuộc $(0; 1]$.



Từ đồ thị ta suy ra đồ thị hàm số $y = 2t + 2m$ nằm ở phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị 2 hàm số $y = 2t + 1$ và $y = 2t - 3$.

Từ đó suy ra $-3 \leq 2m < 1 \Rightarrow m \in \{-1; 0\}$.

Vậy tổng các phần tử bằng -1.

Câu 40: Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $2(2^{a^2+b^2+c^2} - 1) + (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 = 4^{a+b+c}$. Đặt

$P = \frac{3a+2b+c}{a+b+c}$ và gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của P . Số phần tử của tập hợp S là

A. 3

B. 5

C. 4

D. Vô số

Lời giải

Ta có: $2\left(2^{a^2+b^2+c^2}-1\right)+(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=4^{a+b+c}$

$$\Leftrightarrow 2^{a^2+b^2+c^2+1}+a^2+b^2+c^2+1=2^{2a+2b+2c}+(2a+2b+2c)$$

Xét hàm $f(t)=2^t+t$ trên $\mathbb{R}$

Ta có, $f'(t)=2^t \ln 2+1>0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó, phương trình đã cho có dạng $f\left(a^2+b^2+c^2+1\right)=f\left(2a+2b+2c\right)$.

Suy ra: $2a+2b+2c=a^2+b^2+c^2+1 \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=2(*)$

Ta lại có, $P=\frac{3a+2b+c}{a+b+c} \Leftrightarrow (P-3)a+(P-2)b+(P-1)c=0(**)$

Trong hệ trục tọa độ Oxyz lấy $M(a;b;c)$.

Theo (*) ta có M thuộc mặt cầu tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Theo (**) thì M thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $(P-3)x+(P-2)y+(P-1)z=0$.

Tồn tại bộ $(a;b;c)$ khi và chỉ khi tồn tại M (mặt cầu và mặt phẳng có điểm chung).

Suy ra $d(I;(\alpha)) \leq R$ hay

$$\frac{|3P-6|}{\sqrt{(P-3)^2+(P-2)^2+(P-1)^2}} \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow (3P-6)^2 \leq 2 \cdot \left[(P-3)^2+(P-2)^2+(P-1)^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow 3P^2-12P+8 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \leq P \leq \frac{6+2\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $S=\{1;2;3\}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P) , giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135

B. 105

C. 145

D. 108

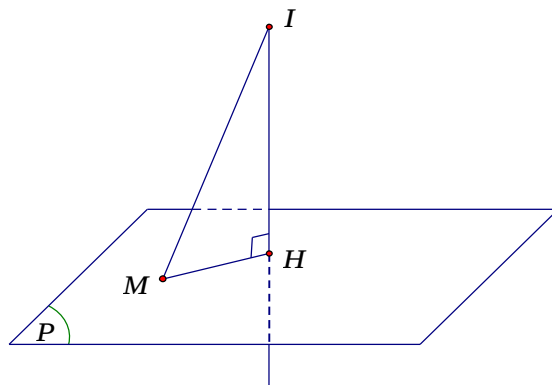
Lời giải

Gọi $I(a;b;c)$ sao cho $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2\overrightarrow{IA}=(4-2a;-4-2b;8-2c) \\ 3\overrightarrow{IB}=(-9-3a;9-3b;-3-3c) \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=(-5-5a;5-5b;5-5c).$$

$$\text{Khi đó } 2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;1;1).$$

$$\begin{aligned} \text{Mặt khác } Q &= 2MA^2+3MB^2=2(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA})^2+3(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB})^2 \\ &= 5MI^2+2\overrightarrow{MI}(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB})+2IA^2+3IB^2 \\ &= 5MI^2+2IA^2+3IB^2 \geq 5[d(I,(P))]^2+2IA^2+3IB^2=5.9+2.27+3.12=135 \end{aligned}$$



Mà $Q = 135$ khi và chỉ khi $IM = d(I, (P)) \Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên (P) .
 Vậy $\min(2MA^2 + 3MB^2) = 135$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^4 f(x) dx$.

A. $I = -2$.

B. $I = 6$.

C. $I = 9$.

D. $I = 2$.

Lời giải

- Xét $I = \int_1^{16} \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 6$, đặt $\sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{dx}{2\sqrt{x}} = dt$

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=1$; $x=16 \Rightarrow t=4$

$$I = 2 \int_1^4 f(t) dt = 6 \Rightarrow \int_1^4 f(t) dt = \frac{6}{2} = 3.$$

- $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 3$, đặt $\sin x = u \Rightarrow \cos x dx = du$

Đổi cận: $x=0 \Rightarrow u=0$; $x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow u=1$

$$J = \int_0^1 f(u) du = 3$$

Vậy $I = \int_0^4 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx = 3 + 3 = 6$.

Câu 43: Số phức $z_0 = 2 - i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Phần ảo của số phức $az_0 + b$ bằng

A. 4

B. -2

C. -3

D. 5

Lời giải

Vì $z = 2 - i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ nên phương trình $z^2 + az + b = 0$ có hai nghiệm $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 2 + i$. Suy ra $a = -(z_1 + z_2) = -4$, $b = (z_1 \cdot z_2) = 5$.

Khi đó $az_0 + b = -4(2 - i) + 5 = -3 + 4i$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân với đáy $AB = 2a$, $AD = BC = CD = a$. Mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{2a\sqrt{15}}{5}$, tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

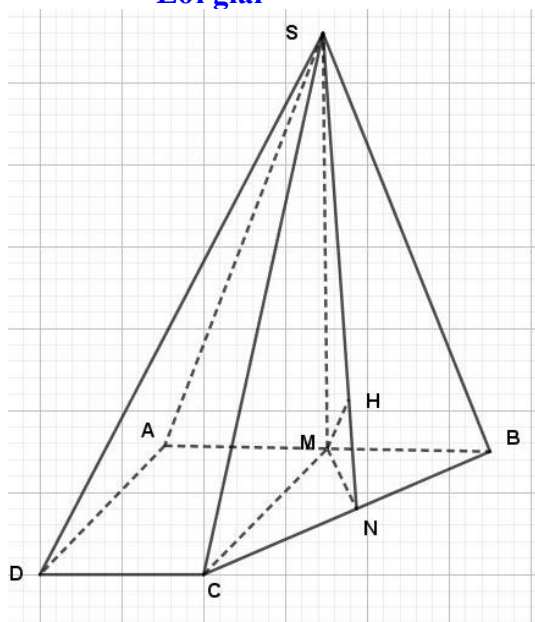
A. $\frac{3a^3\sqrt{5}}{4}$

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$

C. $V = \frac{3a^3}{4}$

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$

Lời giải



Gọi M là trung điểm của AB , theo giả thiết $SM \perp (ABCD)$.

Do M là trung điểm của AB nên ta có tứ giác $AMCD$ là hình bình hành nên $MC = AD = a$ lại có $MB = BC = a$, nên tam giác MBC là tam giác đều cạnh có độ dài a (1).

Gọi N là trung điểm của $CB \Rightarrow MN \perp BC \Rightarrow (SMN) \perp BC$.

Trong mặt phẳng (SMN) dựng $MH \perp SN \Rightarrow MH \perp (SBC) \Rightarrow MH = d(M, (SBC))$

Do M là trung điểm của $BC \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(M, (SBC)) \Rightarrow d(M, (SBC)) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Do (1) $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác vuông SMN tại M có MH là đường cao nên ta có:

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MN^2} + \frac{1}{MS^2} \Rightarrow \frac{1}{SM} = \sqrt{\frac{5}{3a^2} - \frac{4}{3a^2}} \Rightarrow SM = a\sqrt{3}$$

Gọi h là chiều cao của hình thang $\Rightarrow h = d(C, MB) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(2a + a) \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$$

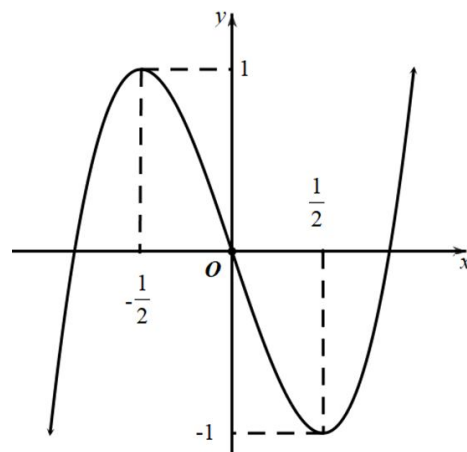
Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SM = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Biết giá trị nhỏ nhất hàm số

$g(x) = |f(x)| - \sqrt{1-2|x|} + f\left(\frac{\sqrt{1+2m} - \sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$ bằng 0 thì giá

trị của tham số m bằng



A. 0

B. $\frac{1}{2}$

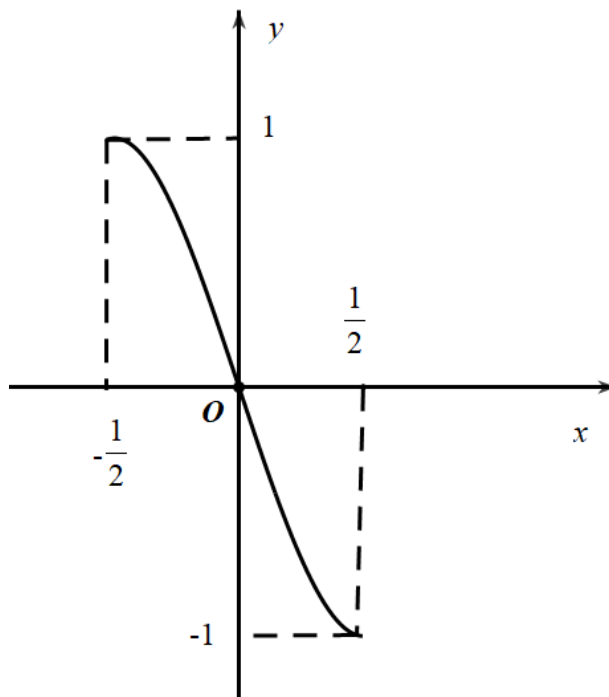
C. $-\frac{1}{2}$

D. Không có giá trị m

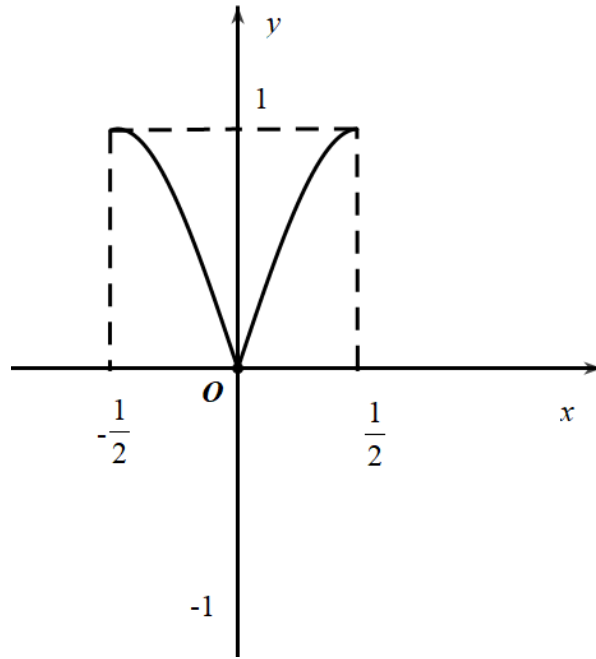
Lời giải

Với $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ điều kiện xác định của $g(x)$ là: $1-2|x| \geq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$.

Trên tập $D = \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ hàm số $f(x)$ có đồ thị



Do đó đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có dạng :



Ta có $0 \leq |f(x)| \leq 1, \forall x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$ và $0 \leq 1-2|x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sqrt{1-2|x|} \leq 0$
 $\Rightarrow -1 \leq |f(x)| - \sqrt{1-2|x|} \leq 1.$

Do đó $\min_{\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]} g(x) = -1 + f\left(\frac{\sqrt{1+2m} - \sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$ vị trí $x=0$.

Theo yêu cầu bài toán $\min_{\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]} g(x) = 0 \Leftrightarrow f\left(\frac{\sqrt{1+2m} - \sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right) = 1.$

Đặt $t = \frac{\sqrt{1+2m} - \sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}, m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right].$

Ta có $t' = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{1+2m}} + \frac{1}{\sqrt{1-2m}} \right) > 0, \forall m \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow t$ đồng biến trên
 $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2}.$

Khi đó $f(t) = 1 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{1+2m} - \sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}.$

Vậy $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46: Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $(6-z)(8i+\bar{z})$ là số thuần ảo. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

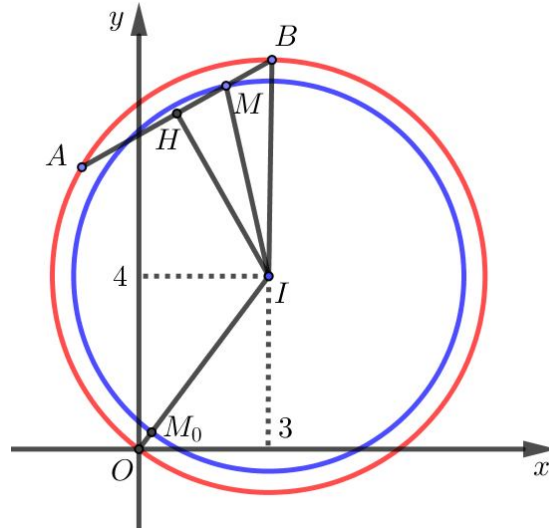
A. $20 - 4\sqrt{21}$

B. $20 - 4\sqrt{22}$

C. $5 - \sqrt{21}$

D. $5 - \sqrt{22}$

Lời giải



Giả sử $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$.

Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 . Suy ra $AB = |z_1 - z_2| = 4$.

* Ta có $(6 - z)(8i + \bar{z}) = [(6 - x) - yi] \cdot [(8 - y)i + x] = (48 - 6y - 8x)i - (x^2 + y^2 - 6x - 8y)$.

Theo giả thiết $(6 - z)(8i + \bar{z})$ là số thuần ảo nên ta suy ra $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. Tức là các điểm A, B thuộc đường tròn (C) tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 5$.

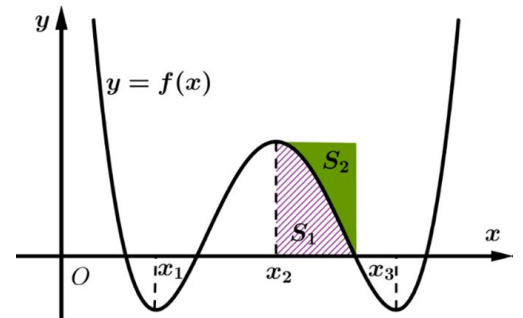
* Xét điểm M thuộc đoạn AB thỏa $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} = 4\overrightarrow{OM}$. Gọi H là trung điểm AB . Ta tính được $HI^2 = R^2 - HB^2 = 21$; $IM = \sqrt{HI^2 + HM^2} = \sqrt{22}$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3; 4)$, bán kính $r = \sqrt{22}$.

* Ta có $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM}| = 4OM$, do đó $|z_1 + 3z_2|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

Ta có $(OM)_{\min} = OM_0 = |OI - r| = 5 - \sqrt{22}$.

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 4OM_0 = 20 - 4\sqrt{22}$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2, x_3 và x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai bằng 2; $9f(x_2) + 7f(x_3) = 0$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{41}{35}$

B. $\frac{68}{37}$

C. $\frac{23}{17}$

D. $\frac{17}{15}$

Lời giải

Ta tịnh tiến hệ tọa độ Oxy theo vector $\vec{u} = (x_2; 0)$. Khi đó, $x_2 = 0$; $x_1 = -2$; $x_3 = 2$

Suy ra $f'(x) = kx(x - 2)(x + 2) \Rightarrow f(x) = ax^4 - 8ax^2 + c$, với $k = 4a$. Dựa và đồ thị của $f(x) \Rightarrow a > 0$.

$$f(x_2) = f(0) = c; f(x_3) = f(2) = -16a + c.$$

$$\text{Do } 9f(x_2) + 7f(x_3) = 0 \Leftrightarrow c = 7a. \text{ Vậy } f(x) = ax^4 - 8ax^2 + 7a$$

$$\text{Ta có } f(x) = 0 \Leftrightarrow ax^4 - 8ax^2 + 7a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm \sqrt{7} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = 1 \cdot f(0) = 7a.$$

$$S_1 = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (ax^4 - 8ax^2 + 7a) dx = \frac{68a}{15} \Rightarrow S_2 = \frac{37a}{15}. \text{ Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{68}{37}.$$

Câu 48: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$, mặt phẳng (P): $x - y + z + 3 = 0$ và điểm $N(1; 0; -4)$ thuộc (P). Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$. Gọi $\vec{u} = (1; b; c)$, ($c > 0$) là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ , tổng $b + c$ bằng

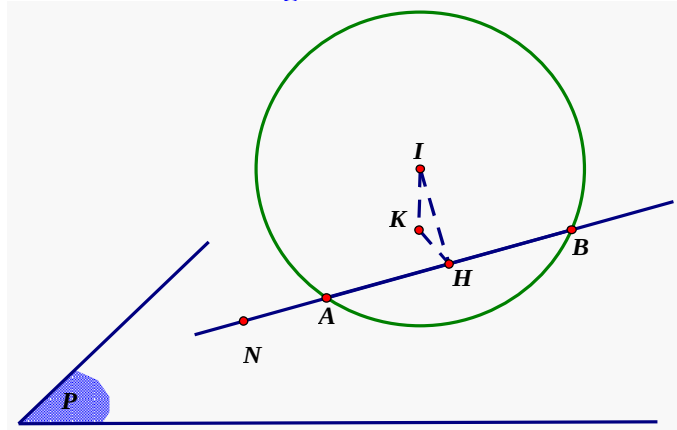
A. 3

B. -1

C. 1

D. 45

Lời giải



Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 1)$ bán kính $R = 3$.

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

Suy ra H là trung điểm của đoạn AB nên $AH = 2$

$$\Rightarrow d(I; \Delta) = IH = \sqrt{IA^2 - AH^2} = \sqrt{5} \text{ và } IK = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 + 1 + 3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có } \left. \begin{array}{l} IK \perp (P) \\ \Delta \subset (P) \end{array} \right\} \Rightarrow IK \perp \Delta \text{ mà } IH \perp \Delta$$

$$\Rightarrow \Delta \perp KH \text{ hay } KH = d(K; \Delta) \text{ và } KH = \sqrt{IH^2 - IK^2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Do } IK \perp (P) \text{ nên phương trình tham số đường thẳng } IK : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow K(1 + t; 2 - t; 1 + t).$$

$$\text{Mà } K \in (P) \Rightarrow 1 + t - 2 + t + 1 + t + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow K(0; 3; 0)$$

$$\text{Từ đây ta có } KH = d(K; \Delta) = \frac{|\overrightarrow{KN} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{(4b - 3c)^2 + (-c - 4)^2 + (b + 3)^3}}{\sqrt{1 + b^2 + c^2}} = \sqrt{2} \quad (*).$$

$$\text{Mặt khác ta có } \Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n}_P \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n}_P = 0 \Leftrightarrow 1 - b + c = 0 \Leftrightarrow b = c + 1.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta được: } \sqrt{(c + 4)^2 + (-c - 4)^2 + (c + 4)^3} = \sqrt{2} \sqrt{1 + (c + 1)^2 + c^2}$$

$$\Leftrightarrow 3c^2 - 24c + 48 = 4c^2 + 4c + 4 \Leftrightarrow c^2 - 20c - 44 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 22 \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vì } c > 0 \Rightarrow c = 22$$

$$\text{Suy ra } b = 23 \Rightarrow b + c = 45.$$

Câu 49: Cho hình nón (N) có đường cao $SO = h$ và bán kính đáy bằng R , gọi M là điểm trên đoạn SO , đặt $OM = x$, $0 < x < h$. Gọi (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục SO tại M , với hình nón (N) . Tìm x để thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất.

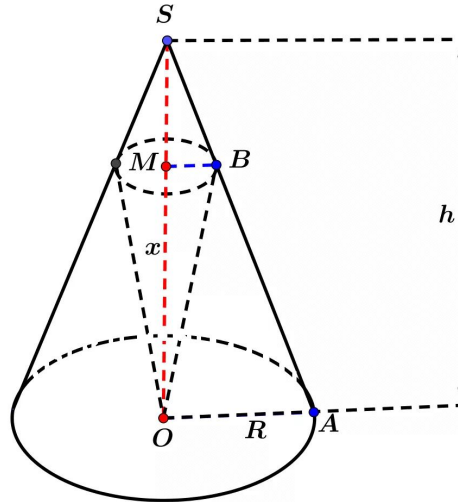
A. $\frac{h}{3}$

B. $\frac{h}{2}$

C. $\frac{2h}{3}$

D. $\frac{3h}{4}$

Lời giải



Từ hình vẽ ta có: $\frac{MB}{OA} = \frac{SM}{SO} \Leftrightarrow \frac{MB}{R} = \frac{h-x}{h} \Rightarrow MB = \frac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích khối nón cần tìm là: $V = \frac{1}{3}\pi (MB)^2 x = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x$.

Xét hàm số $V = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)^2 x$, $0 < x < h$.

Ta có $V'(x) = \frac{1}{3}\pi \frac{R^2}{h^2} (h-x)(h-3x) = 0 \Leftrightarrow x = h$ hay $x = \frac{h}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{h}{3}$	h	
$V'(x)$		+	-	0
$V(x)$	0	$\nearrow \frac{4\pi R^2 h}{81}$	$\searrow$	0

Suy ra thể tích khối nón cần tìm lớn nhất bằng $V_{\max} = \frac{4\pi R^2 h}{81}$ khi chiều cao của nó là $x = \frac{h}{3}$.

Câu 50: Cho bất phương trình $\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} + 3\sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)} \leq 10$ (1). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in [0; 3]$?

A. 253

B. 13

C. 12

D. 252

Lời giải:

Điều kiện $\log_4 (x^2 - 2x + m) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m \geq 1$.

$$\log_2 \sqrt{x^2 - 2x + m} = \frac{1}{2} \log_2 (x^2 - 2x + m) = \log_4 (x^2 - 2x + m)$$

Đặt $t = \sqrt{\log_4 (x^2 - 2x + m)}$. Điều kiện $t \geq 0$.

Bất phương trình trở thành: $t^2 + 3t - 10 \leq 0 \Leftrightarrow -5 \leq t \leq 2$

Kết hợp với điều kiện ta được $0 \leq t \leq 2$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{\log_4(x^2 - 2x + m)} \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + m \geq 1 \\ x^2 - 2x + m \leq 256 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - m \leq x^2 - 2x \leq 256 - m$$

Đúng với mọi $x \in [0; 3]$ nếu giá trị nhỏ nhất của $\min_{[0;3]}(x^2 - 2x) \geq 1 - m$ và

$$\max_{[0;3]}(x^2 - 2x) \leq 256 - m \text{ trên đoạn } [0; 3]$$

$$\text{Với } \min_{[0;3]}(x^2 - 2x) = -1; \max_{[0;3]}(x^2 - 2x) = 3$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} -1 \geq 1 - m \\ 3 \leq 256 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq 253 \end{cases}$$

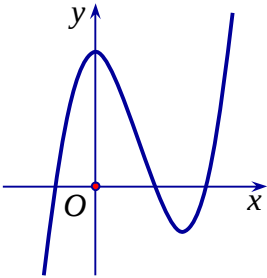
Vậy có 252 số m thỏa mãn đề bài.

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **119**

- Câu 1.** Phần ảo của số phức $z = 3 - i$ bằng
A. 3. B. -1. C. 1. D. -i.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$ có tâm I có tọa độ là
A. (3; 1; 0). B. (-3; -1; 0). C. (3; -1; 0). D. (-3; 1; 0).
- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = 3x^3 + x + 4$ cắt trục Oy tại
A. Điểm $P(-1; 0)$. B. Điểm $N(0; 4)$. C. Điểm $M(4; 0)$. D. Điểm $Q(0; -1)$.
- Câu 4.** Diện tích hình cầu bán kính $\frac{r}{2}$ được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.
- Câu 5.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \cos x$ là
A. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$. B. $\int f(x)dx = x - \sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 + \sin x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 - \sin x + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = 5(x-2)(2x-1)^3(x+2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 3$ là
A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 8)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(0; 9)$.
- Câu 8.** Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy $B = 7cm^2$ và cạnh bên dài 2 cm. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. $14cm^2$. B. $\frac{14}{3}cm^3$. C. $14cm^3$. D. $14m^3$.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{-1}{3}}$ là
A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 0.25$ là
A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = -4$. D. $x = 6$.
- Câu 11.** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng
A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.
- Câu 12.** Cho số phức $z = 3 + 7i$, khi đó mô-đun của số phức iz bằng
A. 58. B. $\sqrt{58}$. C. $-\sqrt{58}$. D. -58.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n} = (-2; 3; 0)$. B. $\vec{n} = (-2; 3; 5)$. C. $\vec{n} = (-2; 3)$. D. $\vec{n} = (3; 2)$.

- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2)$ và $B(2;1;-1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là
- A. $(3;4;-3)$. B. $(-1;2;-3)$.
C. $(-1;2;-1)$. D. $(1;-2;1)$.
- Câu 15.** Trên mặt phẳng tọa độ, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z = 8 - 6i$. Tung độ của M bằng
- A. 2. B. 8.
C. -6. D. 10.
- Câu 16.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình:
- A. $y = 2$. B. $y = 1$.
C. $y = \frac{-2}{3}$. D. $x = 1$.
- Câu 17.** Với a và b là hai số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a^2b)$ bằng
- A. $4 + 2\log_a b$. B. $1 + 2\log_a b$.
C. $1 + \frac{1}{2}\log_a b$. D. $4 + \frac{1}{2}\log_a b$.
- Câu 18.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?
- 
- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
C. $y = x^4 - 2x^3 + 3$. D. $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây
- A. $(3;1;3)$. B. $(2;1;3)$.
C. $(3;1;2)$. D. $(3;2;3)$.
- Câu 20.** Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là
- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .
- Câu 21.** Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng
- A. $2a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $6a^3$.
- Câu 22.** Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \log_2(3x-1)$ với $x > \frac{1}{3}$
- A. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)\ln 2}$. B. $f'(x) = \frac{1}{(3x-1)\ln 2}$.
C. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)}$. D. $f'(x) = \frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

- A.** $S = 35\pi$ (cm²). **B.** $S = 70\pi$ (cm²). **C.** $S = \frac{70}{3}\pi$ (cm²). **D.** $S = \frac{35}{3}\pi$ (cm²).

Câu 25. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$

- A.** $I = \frac{11}{2}$. **B.** $I = \frac{7}{2}$. **C.** $I = \frac{17}{2}$. **D.** $I = \frac{5}{2}$.

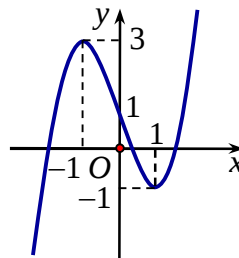
Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** -4 . **B.** 4 . **C.** -2 . **D.** 2 .

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A.** $x^3 + \cos x + C$. **B.** $6x + \cos x + C$. **C.** $x^3 - \cos x + C$. **D.** $6x - \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(0; 3)$.

Câu 29. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- A.** $x = 5$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

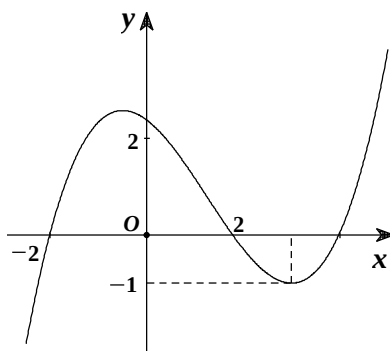
Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng

- A.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x-2}{x+1}$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 21$. **D.** $y = x^3 + x + 1$.

Câu 31. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $x = 5a + 3b$. **B.** $x = a^5 + b^3$. **C.** $x = a^5 b^3$. **D.** $x = 3a + 5b$.

- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là
- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .
- Câu 33.** Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng
- A. -140 . B. -130 . C. -120 . D. -133 .
- Câu 34.** Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là
- A. $2x - y - 2z = 0$. B. $2x - y + 2z = 0$. C. $2x + y - 2z = 0$. D. $2x + y - 2z + 1 = 0$.
- Câu 35.** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1 + 2i) = 4 - 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng
- A. $-\frac{2}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{11}{5}$. D. $-\frac{11}{5}$.
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB = 5a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng
- A. $5a$. B. $5\sqrt{2}a$. C. $2\sqrt{2}a$. D. $2a$.
- Câu 37.** Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng
- A. $\frac{7}{34}$. B. $\frac{9}{34}$. C. $\frac{9}{17}$. D. $\frac{8}{17}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0, (Q): 3x + 4y = 0$. Đường thẳng qua A song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.
- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81)\sqrt{4 - \log_2(2x)} \geq 0$?
- A. 7. B. 6. C. 8. D. 5.
- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:.



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = 1$ là

- A. 5. B. 6. C. 7. D. 9.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$ và $f(2) = \frac{9}{2}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 4 + \ln 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. 1. B. -1. C. $3 + \ln 2$. D. $-3 - \ln 2$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{9}$. D. $\frac{8a^3}{9}$.

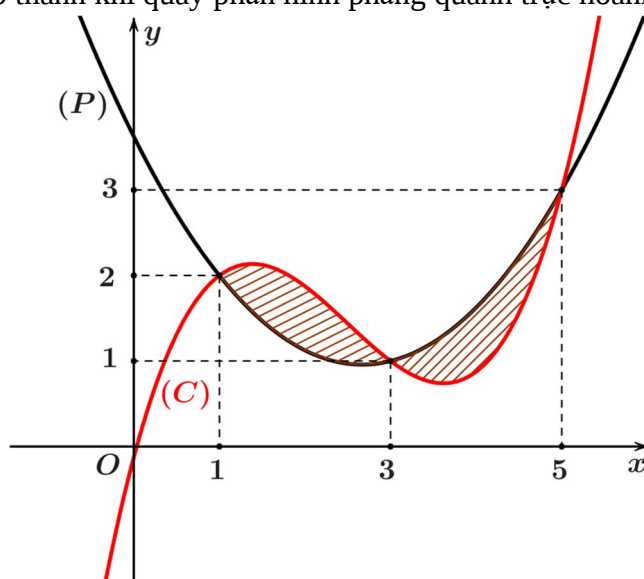
Câu 43. Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 + mz + 9 = 0$ có hai nghiệm phức trong đó có một nghiệm có phần ảo là số dương. Tính tổng môđun của hai nghiệm

A. 4. B. 6. C. 9. D. 18.

Câu 44. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. 6. B. $2\sqrt{5}$. C. 8. D. $\sqrt{41}$.

Câu 45. Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $(P): y = mx^2 + nx + p$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phần hình phẳng được giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm) có diện tích bằng 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng quanh trục hoành bằng.

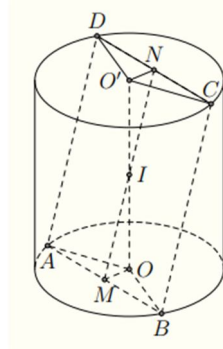


A. $\frac{1253}{100}\pi$. B. $\frac{4517}{50}\pi$. C. $\frac{1023}{100}\pi$. D. $\frac{6277}{1680}\pi$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3), B(4;0;0)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Câu 47. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.



- A. $\frac{3\pi a^3}{16}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. C. $\frac{\pi a^3}{16}$. D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.

Câu 48. Cho $0 < x < y < 1$. Đặt $m = \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m > 4$. B. $m < 1$. C. $m = 4$. D. $m < 2$.

Câu 49. Cho mặt cầu (S) bán kính $R = 5$ cm. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π cm. Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C) , điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

- A. $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$. B. $60\sqrt{3} \text{ cm}^3$. C. $20\sqrt{3} \text{ cm}^3$. D. $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: 119

- Câu 1.** Phần ảo của số phức $z = 3 - i$ bằng
A. 3. B. -1. C. 1. D. -i.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$ có tâm I có tọa độ là
A. (3; 1; 0). B. (-3; -1; 0). C. (3; -1; 0). D. (-3; 1; 0).
- Câu 3.** Đồ thị hàm số $y = 3x^3 + x + 4$ cắt trục Oy tại
A. Điểm $P(-1; 0)$. B. Điểm $N(0; 4)$. C. Điểm $M(4; 0)$. D. Điểm $Q(0; -1)$.
- Câu 4.** Diện tích hình cầu bán kính $\frac{r}{2}$ được tính theo công thức nào dưới đây?
A. $S = 2\pi r^2$. B. $S = \pi r^2$. C. $S = 4\pi r^2$. D. $S = \frac{4}{3}\pi r^2$.
- Câu 5.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \cos x$ là
A. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$. B. $\int f(x)dx = x - \sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 + \sin x + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}x^2 - \sin x + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $y = 5(x-2)(2x-1)^3(x+2)^2$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > 3$ là
A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 8)$. C. $(9; +\infty)$. D. $(0; 9)$.
- Câu 8.** Cho khối lăng trụ đứng có diện tích đáy $B = 7cm^2$ và cạnh bên dài 2 cm. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. $14cm^2$. B. $\frac{14}{3}cm^3$. C. $14cm^3$. D. $14m^3$.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{-1}{3}}$ là
A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.
- Câu 10.** Nghiệm của phương trình $2^{x-1} = 0.25$ là
A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = -4$. D. $x = 6$.
- Câu 11.** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng
A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.
- Câu 12.** Cho số phức $z = 3 + 7i$, khi đó mô-đun của số phức iz bằng
A. 58. B. $\sqrt{58}$. C. $-\sqrt{58}$. D. -58.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n} = (-2; 3; 0)$. B. $\vec{n} = (-2; 3; 5)$. C. $\vec{n} = (-2; 3)$. D. $\vec{n} = (3; 2)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-2)$ và $B(2;1;-1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(3;4;-3)$.

B. $(-1;2;-3)$.

C. $(-1;2;-1)$.

D. $(1;-2;1)$.

Câu 15. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi M là điểm biểu diễn của số phức $z = 8 - 6i$. Tung độ của M bằng

A. 2.

B. 8.

C. -6.

D. 10.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2$.

B. $y = 1$.

C. $y = \frac{-2}{3}$.

D. $x = 1$.

Câu 17. Với a và b là hai số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a^2b)$ bằng

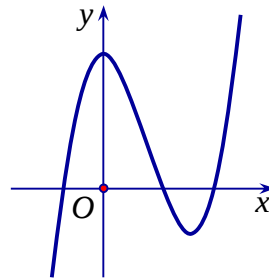
A. $4 + 2\log_a b$.

B. $1 + 2\log_a b$.

C. $1 + \frac{1}{2}\log_a b$.

D. $4 + \frac{1}{2}\log_a b$.

Câu 18. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^3 + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây

A. $(3;1;3)$.

B. $(2;1;3)$.

C. $(3;1;2)$.

D. $(3;2;3)$.

Câu 20. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7 .

B. A_7^2 .

C. C_7^2 .

D. 7^2 .

Câu 21. Cho hình lăng trụ đứng có diện tích đáy là $3a^2$, độ dài cạnh bên bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $2a^3$.

B. a^3 .

C. $3a^3$.

D. $6a^3$.

Câu 22. Tính đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x) = \log_2(3x-1)$ với $x > \frac{1}{3}$

A. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)\ln 2}$.

B. $f'(x) = \frac{1}{(3x-1)\ln 2}$.

C. $f'(x) = \frac{3}{(3x-1)}$.

D. $f'(x) = \frac{3\ln 2}{(3x-1)}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Tính diện tích xung quang của hình trụ.

- A.** $S = 35\pi (\text{cm}^2)$. **B.** $S = 70\pi (\text{cm}^2)$. **C.** $S = \frac{70}{3}\pi (\text{cm}^2)$. **D.** $S = \frac{35}{3}\pi (\text{cm}^2)$.

Câu 25. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$

- A.** $I = \frac{11}{2}$. **B.** $I = \frac{7}{2}$. **C.** $I = \frac{17}{2}$. **D.** $I = \frac{5}{2}$.

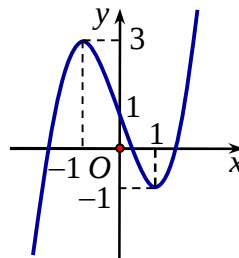
Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 2$ và $u_4 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** -4 . **B.** 4 . **C.** -2 . **D.** 2 .

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A.** $x^3 + \cos x + C$. **B.** $6x + \cos x + C$. **C.** $x^3 - \cos x + C$. **D.** $6x - \cos x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 0)$. **D.** $(0; 3)$.

Câu 29. Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

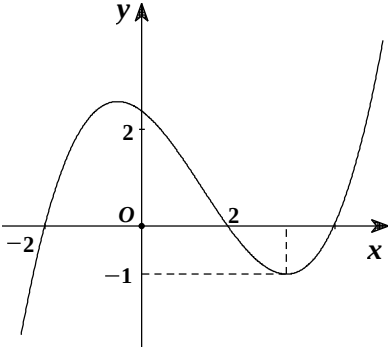
- A.** $x = 5$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của chúng

- A.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = \frac{x-2}{x+1}$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 - 21$. **D.** $y = x^3 + x + 1$.

Câu 31. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $x = 5a + 3b$. **B.** $x = a^5 + b^3$. **C.** $x = a^5 b^3$. **D.** $x = 3a + 5b$.

- Câu 32.** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, CD . Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là
- A.** 90° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 30° .
- Câu 33.** Cho $\int_0^5 f(x) dx = -2$. Tích phân $\int_0^5 [4f(x) - 3x^2] dx$ bằng
- A.** -140 . **B.** -130 . **C.** -120 . **D.** -133 .
- Câu 34.** Cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + 2z + 7 = 0, (\beta): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ O đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là
- A.** $2x - y - 2z = 0$. **B.** $2x - y + 2z = 0$. **C.** $2x + y - 2z = 0$. **D.** $2x + y - 2z + 1 = 0$.
- Câu 35.** Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1 + 2i) = 4 - 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng
- A.** $-\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{11}{5}$. **D.** $-\frac{11}{5}$.
- Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, AB = 5a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng
- A.** $5a$. **B.** $5\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.
- Câu 37.** Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập hợp gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số chẵn bằng
- A.** $\frac{7}{34}$. **B.** $\frac{9}{34}$. **C.** $\frac{9}{17}$. **D.** $\frac{8}{17}$.
- Câu 38.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0, (Q): 3x + 4y = 0$. Đường thẳng qua A song song với hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có phương trình tham số là
- A.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.
- Câu 39.** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(9^x - 10 \cdot 3^{x+1} + 81)\sqrt{4 - \log_2(2x)} \geq 0$?
- A.** 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.
- Câu 40.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:
- 
- Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = 1$ là
- A.** 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$ và $f(2) = \frac{9}{2}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 4 + \ln 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** $3 + \ln 2$. **D.** $-3 - \ln 2$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{9}$. **D.** $\frac{8a^3}{9}$.

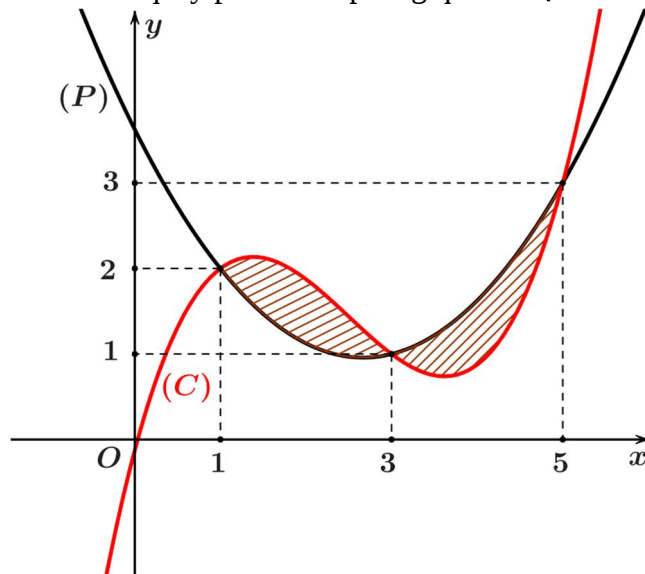
Câu 43. Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 + mz + 9 = 0$ có hai nghiệm phức trong đó có một nghiệm có phần ảo là số dương. Tính tổng môđun của hai nghiệm

A. 4. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Câu 44. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính $M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. 6. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 8. **D.** $\sqrt{41}$.

Câu 45. Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $(P): y = mx^2 + nx + p$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phần hình phẳng được giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm) có diện tích bằng 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng quanh trục hoành bằng.

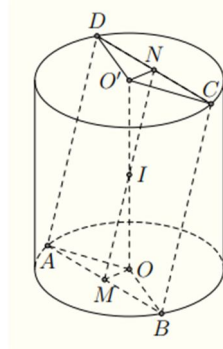


A. $\frac{1253}{100}\pi$. **B.** $\frac{4517}{50}\pi$. **C.** $\frac{1023}{100}\pi$. **D.** $\frac{6277}{1680}\pi$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3), B(4;0;0)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Câu 47. Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.



- A. $\frac{3\pi a^3}{16}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{16}$. C. $\frac{\pi a^3}{16}$. **D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{16}$.**

Câu 48. Cho $0 < x < y < 1$. Đặt $m = \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $m > 4$.** B. $m < 1$. C. $m = 4$. D. $m < 2$.

Câu 49. Cho mặt cầu (S) bán kính $R = 5$ cm. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π cm. Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C) , điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

- A. $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$.** B. $60\sqrt{3} \text{ cm}^3$. C. $20\sqrt{3} \text{ cm}^3$. D. $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực trị?

- A. 2.** B. 3. C. 4. D. 5.

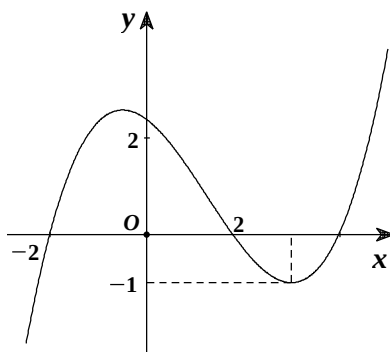
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	B	B	B	A	C	C	A	C	B	A	C	C	A	A	A	A	C	D	A	C	B	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	B	D	C	A	D	C	D	A	A	A	A	D	A	C	B	B	D	B	D	A	A	A

LỜI GIẢI CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = 1$ là

A. 5.

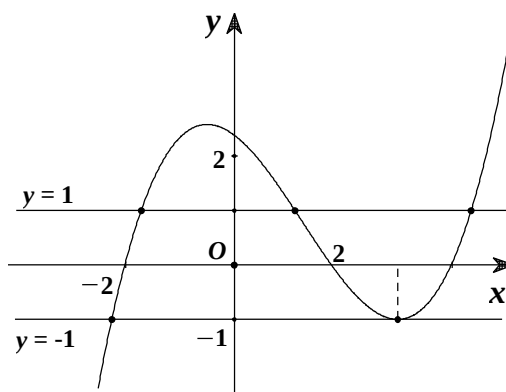
B. 6.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Chọn D.



$$|f(x^3 - 3x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 - 3x) = 1 \\ f(x^3 - 3x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = a \in (-2; 0) & (1) \\ x^3 - 3x = b \in (0; 2) & (2) \\ x^3 - 3x = c \in (2; +\infty) & (3) \\ x^3 - 3x = d \in (-\infty; -2) & (4) \\ x^3 - 3x = e \in (2; +\infty), e < c & (5) \end{cases}$$

Đặt $t = x^3 - 3x$

$$t' = 3x^2 - 3 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
t'		$+$	0	$-$	0	$+$	
t	$-\infty$						$+\infty$

$\nearrow$ 2 $\searrow$ $-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$
 $-\infty$ -2

Suy ra pt (1), (3) đều có 3 nghiệm phân biệt, phương trình (3), (4), (5) đều có đúng 1 nghiệm. Vậy phương trình có 9 nghiệm phân biệt.

- Câu 41.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + 2$ và $f(2) = \frac{9}{2}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 4 + \ln 2$, khi đó $F(1)$ bằng
- A. 1. B. -1. C. $3 + \ln 2$. D. $-3 - \ln 2$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(-\frac{1}{x^2} + 2 \right) dx = \frac{1}{x} + 2x + C.$$

$$\text{Mà: } f(2) = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{9}{2} + C = \frac{9}{2} \Rightarrow C = 0.$$

$$\text{Do đó: } f(x) = \frac{1}{x} + 2x.$$

$$\text{Ta có: } F(x) = \int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + 2x \right) dx = \ln|x| + x^2 + K.$$

$$\text{Mà: } F(2) = 4 + \ln 2 \Rightarrow 4 + \ln 2 + K = 4 + \ln 2 \Rightarrow K = 0.$$

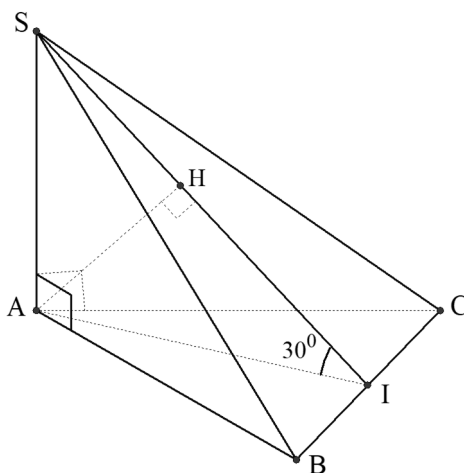
$$\text{Do đó: } F(x) = \ln|x| + x^2.$$

$$\text{Vậy } F(1) = 1.$$

- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng
- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{9}$. D. $\frac{8a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi I là trung điểm của BC suy ra góc giữa $\text{mp}(SBC)$ và $\text{mp}(ABC)$ là $\widehat{SIA} = 30^\circ$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A, (SBC)) = AH = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = a$.

Ta có tam giác ABC đều mà AI là đường cao suy ra $a = BC \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{9}$.

Câu 43. Cho m là số thực, biết phương trình $z^2 + mz + 5 = 0$ có hai nghiệm phức trong đó có một nghiệm có phần ảo là 1. Tính tổng môđun của hai nghiệm.

A. 4.

B. $2\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\Delta = m^2 - 20$

Phương trình có hai nghiệm phức (phần ảo khác 0) khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow -2\sqrt{5} < m < 2\sqrt{5}$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm là $z_1 = -\frac{m}{2} + \frac{\sqrt{20-m^2}}{2}i$ và $z_2 = -\frac{m}{2} - \frac{\sqrt{20-m^2}}{2}i$

Theo đề $\frac{\sqrt{20-m^2}}{2} = 1 \Leftrightarrow m = \pm 4$ (thỏa mãn).

Khi đó phương trình trở thành $z^2 \pm 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2+i \\ z_2 = -2-i \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} z_1 = 2+i \\ z_2 = 2-i \end{cases}$

$|z_1| = |z_2| = \sqrt{5}$.

Câu 44. Cho các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 - 5i| = |z_2 - 1| = 1$ và $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i|$. Tính

$M = |z_1 - z_2|$ khi $P = |z - z_1| + |z - z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 6.

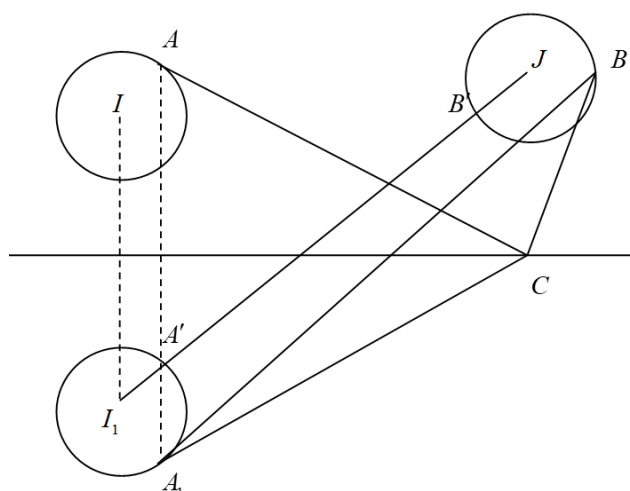
B. $2\sqrt{5}$.

C. 8.

D. $\sqrt{41}$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi $z_1 = a_1 + b_1 i$, $z_2 = a_2 + b_2 i$ với $a_1, b_1, a_2, b_2 \in \mathbb{R}$.

Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2 .

Ta có: $|z_1 - 4 - 5i| = 1 \Leftrightarrow (a_1 - 4)^2 + (b_1 - 5)^2 = 1$ nên A nằm trên đường tròn tâm $I(4; 5)$ bán kính $R = 1$.

$|z_2 - 1| = 1 \Leftrightarrow (a_2 - 1)^2 + b_2^2 = 1$ nên B nằm trên đường tròn tâm $J(1; 0)$ bán kính $R = 1$.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

Ta có: $|\bar{z} + 4i| = |z - 8 + 4i| \Leftrightarrow |x - yi + 4i| = |x + yi - 8 + 4i| \Leftrightarrow x^2 + (4 - y)^2 = (x - 8)^2 + (y + 4)^2$
 $\Leftrightarrow 16x - 16y - 64 = 0 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0$.

Gọi Δ là đường thẳng $x - y - 4 = 0$.

Gọi C là điểm biểu diễn số phức z thì $C \in \Delta$.

Ta có: $P = |z - z_1| + |z - z_2| = CA + CB$.

$$d(I, \Delta) = \frac{|4 - 5 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} > 1; \quad d(J, \Delta) = \frac{|1 - 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} > 1.$$

$(x_I - y_I - 4)(x_J - y_J - 4) = (4 - 5 - 4)(1 - 0 - 4) > 0$ nên hai đường tròn không cắt Δ và nằm cùng phía với Δ .

Gọi A_1 là điểm đối xứng với A qua Δ , suy ra A_1 nằm trên đường tròn tâm I_1 bán kính $R = 1$ (với I_1 là điểm đối xứng với I qua Δ). Ta có $I_1(9; 0)$.

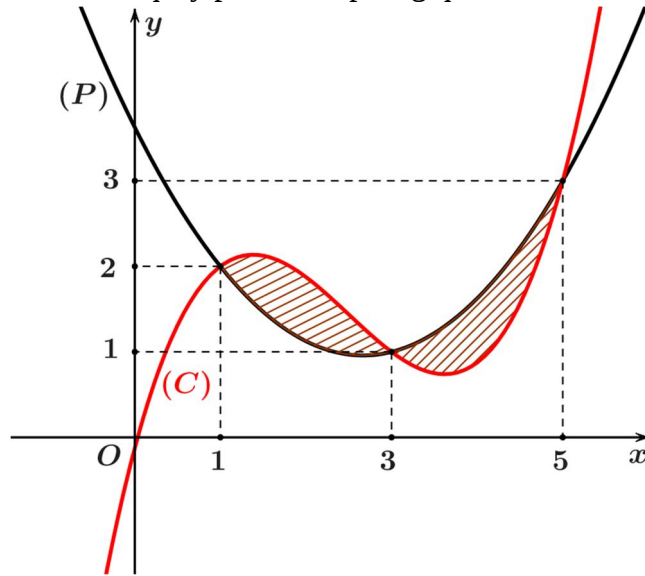
Khi đó: $P = CA + CB = CA_1 + CB \geq A_1B$ nên $P_{\min} \Leftrightarrow A_1B_{\min} \Leftrightarrow \begin{cases} A_1 \equiv A' \\ B \equiv B' \end{cases}$.

Khi đó: $\overrightarrow{I_1 A} = \frac{1}{8} \overrightarrow{I_1 J} \Rightarrow A'(8; 0); \quad \overrightarrow{I_1 B} = \frac{7}{8} \overrightarrow{I_1 J} \Rightarrow B'(2; 0)$.

Như vậy: $P_{\min}$ khi A đối xứng A' qua Δ và $B \equiv B' \Leftrightarrow \begin{cases} A(4; 4) \\ B(2; 0) \end{cases}$.

Vậy $M = |z_1 - z_2| = AB = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Câu 45. Cho đồ thị hàm số $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $(P): y = mx^2 + nx + p$ có đồ thị như hình vẽ. Biết phần hình phẳng được giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm) có diện tích bằng 2. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng quanh trục hoành bằng



A. $\frac{1253}{100}\pi$.

B. $\frac{4517}{50}\pi$.

C. $\frac{1023}{100}\pi$.

D. $\frac{6277}{1680}\pi$.

Lời giải

Chọn D.

Từ đồ thị ta có

$$(P): y = g(x) = mx^2 + nx + p$$

$$(P) \text{ qua } (3;1), (5;3), (1;2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9m + 3n + p = 1 \\ 25m + 5n + p = 3 \\ m + n + p = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{8} \\ n = -2 \\ p = \frac{29}{8} \end{cases}$$

$$g(x) = \frac{3}{8}x^2 - 2x + \frac{29}{8}$$

$$(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại điểm có hoành độ $x=1, x=3, x=5$ suy ra

$$f(x) - g(x) = k(x-1)(x-3)(x-5) (k > 0)$$

$$S = k \left[\int_1^3 (x-1)(x-3)(x-5) dx - \int_3^5 (x-1)(x-3)(x-5) dx \right] = k[4 - (-4)] = 8k$$

$$S = 2 \Rightarrow 2 = 8k \Rightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f(x) &= \frac{1}{4}(x-1)(x-3)(x-5) + \frac{3}{8}x^2 - 2x + \frac{29}{8} \\ &= \frac{x^3}{4} - \frac{15}{8}x^2 + \frac{15}{4}x - \frac{1}{8} \end{aligned}$$

$$V = \pi \int_1^2 [f^2(x) - g^2(x)] dx + \pi \int_2^5 [g^2(x) - f^2(x)] dx = \frac{6533}{3360} \pi + \frac{2007}{1120} \pi = \frac{6277}{1680} \pi.$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;-3), B(4;0;0)$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ có phương trình

$$(A) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}$$

$$(B) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}.$$

$$(C) \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

$$(D) \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases}$$

LG.

Tam giác OAB vuông tại A nên tâm I đường tròn ngoại tiếp $\triangle OAB$ là trung điểm của AB .

Suy ra $I\left(2;0;-\frac{3}{2}\right)$.

Gọi $J(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle OAB$, ta có

$$\begin{aligned} AB \cdot \overrightarrow{JO} + OA \cdot \overrightarrow{JB} + OB \cdot \overrightarrow{JA} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 5 \cdot \overrightarrow{JO} + 3 \cdot \overrightarrow{JB} + 4 \cdot \overrightarrow{JA} &= \vec{0} \\ \Leftrightarrow 12 \cdot \overrightarrow{OJ} &= 4 \cdot \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \overrightarrow{OB} \\ \Rightarrow J &= (1;0;-1). \end{aligned}$$

Ta có $\overrightarrow{IJ} = \left(-1;0;\frac{1}{2}\right)$ nên suy ra đường thẳng IJ có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;0;-1)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } IJ \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 0 \\ z = -1 - t \end{cases}.$$

Chọn đáp án (B).

Câu 47: Cho một hình trụ tròn xoay và hình vuông $ABCD$ cạnh a có 2 đỉnh liên tiếp A, B nằm trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ, hai đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ. Mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Tính thể tích khối trụ.

$$f(y) > f(x) \Leftrightarrow \ln \frac{y}{1-y} - 4y > \ln \frac{x}{1-x} - 4x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{y-x} \left(\ln \frac{y}{1-y} - \ln \frac{x}{1-x} \right) > 4$$

Vậy $m > 4$.

Chọn đáp án (A).

Câu 49. Cho mặt cầu (S) bán kính $R = 5$ cm. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi bằng 8π cm. Bốn điểm A, B, C, D thay đổi sao cho A, B, C thuộc đường tròn (C) , điểm D thuộc (S) (D không thuộc đường tròn (C)) và tam giác ABC đều. Tính thể tích lớn nhất của tứ diện $ABCD$.

(A) $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

(B) $60\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

(C) $20\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

(D) $96\sqrt{3} \text{ cm}^3$.

Lời giải

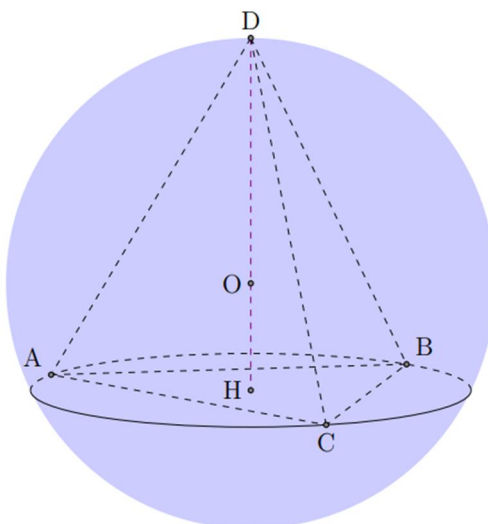
Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm D trên mặt phẳng (P) .

Ta có $V_{ABCD} = V_{D.ABC} = \frac{1}{3} DH \cdot S_{ABC}$.

Tam giác đều ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$ cm, nên có cạnh $a = 4\sqrt{3}$ cm.

$$\Rightarrow S_{ABC} = \frac{(4\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2 \text{ không đổi.}$$

Do đó thể tích tứ diện $ABCD$ lớn nhất khi DH lớn nhất.



Khi đó $DH = DO + OH = DO + \sqrt{OA^2 - AH^2} = 5 + \sqrt{25 - 16} = 8$.

$$(V_{D.ABC})_{\max} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 12\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \text{ cm}^3.$$

Chọn đáp án (A).

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x^2 + 2mx + 5)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có đúng 1 điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5

Lời giải

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x+1 = 0 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0(1) \end{cases}.$$

Theo yêu cầu bài toán ta suy ra

$$\text{Trường hợp 1. Phương trình (1) có hai nghiệm âm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 5 > 0 \\ S = -2m < 0 \\ P = 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \sqrt{5}$$

Trường hợp này không có giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2. Phương trình (1) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 5 \leq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} \leq m \leq \sqrt{5}.$$

Suy ra $m \in \{-5; -1\}$.

Chọn đáp án. **A.**

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Mã đề: **120**

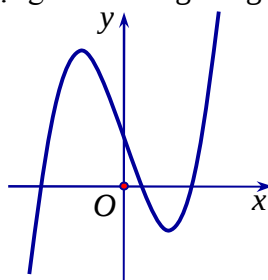
Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A. $\bar{z} = -2 + i$. B. $\bar{z} = -2 - i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -1)$ B. $(2; -4; 1)$ C. $(2; 4; 1)$ D. $(-2; -4; -1)$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 4. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

- A. $V = 4\pi a^3$ B. $V = 2\pi a^3$ C. $V = \pi a^3$ D. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			1		0		1		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $y = 0$ D. $x = 0$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 8. Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 9. Cho a là số thực dương bất kì. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. B. $\log(3a) = 3 \log a$. C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. D. $\log a^3 = 3 \log a$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(3x-2) = 2$ là

- A. $x = 6$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{10}{3}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

- Câu 11.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx = 7$, $\int_6^{10} f(x)dx = -1$. Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x)dx$ bằng
- A. $I = 5$. B. $I = 6$. C. $I = 7$. D. $I = 8$.
- Câu 12.** Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. 1. B. 3. C. 4. D. -2.
- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 3z + 1 = 0$. Tìm một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của (P) .
- A. $\vec{n} = (-4; 2; 6)$. B. $\vec{n} = (2; 1; 3)$. C. $\vec{n} = (-6; -3; 9)$. D. $\vec{n} = (6; -3; -9)$.
- Câu 14.** Trong không gian, $Oxyz$ cho $A(2; -3; -6)$, $B(0; 5; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là
- A. $I(-2; 8; 8)$. B. $I(1; 1; -2)$. C. $I(-1; 4; 4)$. D. $I(2; 2; -4)$.
- Câu 15.** Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.
- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 16.** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là
- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $y = -1$. D. $y = -3$.
- Câu 17.** Cho số thực dương x . Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số x ta được kết quả
- A. $P = x^{\frac{19}{15}}$. B. $P = x^{\frac{19}{6}}$. C. $P = x^{\frac{1}{6}}$. D. $P = x^{-\frac{1}{15}}$.
- Câu 18.** Đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2 + 2$ cắt trục Oy tại điểm
- A. $A(0; 2)$. B. $A(2; 0)$. C. $A(0; -2)$. D. $A(0; 0)$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 7t \\ y = 5 + 4t \\ z = -7 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
- A. $\vec{u}_1 = (7; -4; -5)$. B. $\vec{u}_2 = (5; -4; -7)$. C. $\vec{u}_3 = (4; 5; -7)$. D. $\vec{u}_4 = (7; 4; -5)$.
- Câu 20.** Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là
- A. C_{10}^3 . B. 10^3 . C. A_{10}^3 . D. A_{10}^7 .
- Câu 21.** Cho khối chóp có thể tích bằng 32cm^3 và diện tích đáy bằng 16cm^2 . Chiều cao của khối chóp đó là
- A. 4cm . B. 6cm . C. 3cm . D. 2cm .
- Câu 22.** Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$.
- A. $y' = 6^x$. B. $y' = 6^x \ln 6$. C. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$. D. $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 24. Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a , chiều cao bằng $2a$.

- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. πa^3 .

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = 3$ và $\int_5^7 f(x)dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 6. C. 12. D. -6.

Câu 26. Cho một cặp số cộng có $u_4 = 2$, $u_2 = 4$. Hỏi u_1 và công sai d bằng bao nhiêu?

- A. $u_1 = 6$ và $d = 1$. B. $u_1 = 1$ và $d = 1$. C. $u_1 = 5$ và $d = -1$. D. $u_1 = -1$ và $d = -1$.

Câu 27. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

- A. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$. B. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C$.
C. $\int f(x)dx = e^3 + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

- A. Hàm số không có cực trị. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$. D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 29. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tổng $M + m$ bằng

- A. -27. B. -29. C. -20. D. -5.

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$. B. $f(x) = x^2 - 4x + 1$.
C. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4$. D. $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 31. Cho $0 < a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a^2})$ là

- A. $\frac{4}{3}$. B. 3. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.
A. 90° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Câu 33. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $M(1; -2; 1)$. **B.** $N(2; 1; 1)$.
C. $P(0; -3; 2)$. **D.** $Q(3; 0; -4)$.

Câu 35. Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1+i)z = 3-i$.

A. 2 **B.** -2 **C.** 1 **D.** -1

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $\frac{12a}{7}$. **B.** $\frac{3a}{7}$.
C. $\frac{4a}{7}$. **D.** $\frac{6a}{7}$.

Câu 37. Một hội nghị có 15 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người vào ban tổ chức. Xác suất để 3 người lấy ra là nam:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{91}{266}$. **C.** $\frac{4}{33}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Câu 38. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$?

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$ **B.** $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$
C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$ **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$

Câu 39. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(17 - 12\sqrt{2})^x \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0) = 1; f(1) = -2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $2 + \ln 15$. B. $3 - \ln 15$. C. $\ln 15 - 1$. D. $\ln 15$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = a^3 \sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

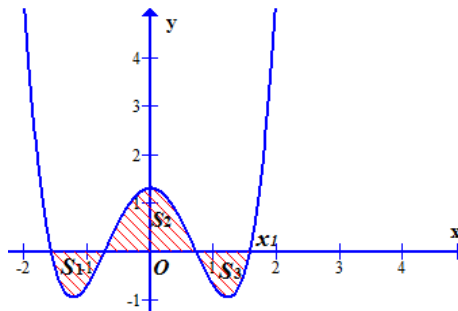
Câu 43. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

A. 13. B. 11. C. 12. D. 10.

Câu 44. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2023}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

A. $\sqrt{2022} - 1$. B. $\frac{\sqrt{2023} - 1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2022} - 1}{2}$. D. $\sqrt{2023} - 1$.

Câu 45. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$. D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$.

Câu 47. Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 8cm , bán kính đáy bằng 6cm . Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng 4cm . Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V = \frac{768}{125} \pi \text{ cm}^3$ **B.** $V = \frac{786}{125} \pi \text{ cm}^3$ **C.** $V = \frac{2304}{125} \pi \text{ cm}^3$ **D.** $V = \frac{2358}{125} \pi \text{ cm}^3$

Câu 48. Xét các số thực x, y ($x \geq 0$) thỏa mãn

$$2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x + 1 = 2018^{-xy-1} + \frac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3).$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 2y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (0; 1)$. **B.** $m \in (1; 2)$. **C.** $m \in (2; 3)$. **D.** $m \in (-1; 0)$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

có bán kính $R = \sqrt{19}$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ và mặt phẳng (P): $3x - y - 3z - 1 = 0$.

Trong các số $\{a; b; c; d\}$ theo thứ tự dưới đây, số nào thỏa mãn $a + b + c + d = 43$, đồng thời tâm I của (S) thuộc đường thẳng d và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P)?

A. $\{-6; -12; -14; 75\}$. **B.** $\{6; 10; 20; 7\}$. **C.** $\{-10; 4; 2; 47\}$. **D.** $\{3; 5; 6; 29\}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3 [x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6]$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	D	D	C	D	C	B	D	A	B	B	C	B	D	B	C	A	D	A	B	B	C	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	C	A	C	A	B	B	B	D	B	D	A	D	C	C	D	A	B	C	A	D	A	D

HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG VÀ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

- A. $\bar{z} = -2 + i$. B. $\bar{z} = -2 - i$. C. $\bar{z} = 2 - i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.

Lời giải

Chọn C.

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là $\bar{z} = 2 - i$.

Câu 2. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

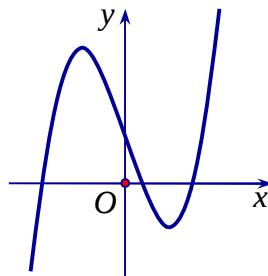
- A. $(-2; 4; -1)$ B. $(2; -4; 1)$ C. $(2; 4; 1)$ D. $(-2; -4; -1)$

Lời giải

Chọn B.

Mặt cầu (S) có tâm $(2; -4; 1)$

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^4 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D.

Đặc trưng của đồ thị là hàm bậc ba. Loại đáp án A và C.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty \Rightarrow a > 0$.

Câu 4. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng a là

- A. $V = 4\pi a^3$ B. $V = 2\pi a^3$ C. $V = \pi a^3$ D. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D.

Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3}$ (đvtt)

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $6x + \cos x + C$. C. $x^3 - \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			1		0		1		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = -1$

B. $x = 1$

C. $y = 0$

D. $x = 0$

Lời giải

Chọn D.

Theo BBT

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

A. $(10; +\infty)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $[10; +\infty)$.

D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[10; +\infty)$.

Câu 8. Thể tích của khối lập phương cạnh 2 bằng

A. 6.

B. 8.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$V = 2^3 = 8$.

Câu 9. Cho a là số thực dương bất kì. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

B. $\log(3a) = 3 \log a$.

C. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

D. $\log a^3 = 3 \log a$.

Lời giải

Chọn D.

$\log a^3 = 3 \log a \Rightarrow$ A sai, D đúng.

$\log(3a) = \log 3 + \log a \Rightarrow$ B, C sai.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_4(3x - 2) = 2$ là

A. $x = 6$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{10}{3}$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\log_4(3x - 2) = 2 \Leftrightarrow 3x - 2 = 4^2 \Leftrightarrow 3x - 2 = 16 \Leftrightarrow x = 6$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x)dx = 7$, $\int_6^{10} f(x)dx = -1$. Giá trị của $I = \int_0^{10} f(x)dx$ bằng

A. $I = 5$.

B. $I = 6$.

C. $I = 7$.

D. $I = 8$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $I = \int_0^{10} f(x)dx = \int_0^6 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx = 7 - 1 = 6$.

Vậy $I = 6$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. -2.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z_1 + z_2 = (2 + i) + (1 + 3i) = 3 + 4i$. Vậy phần thực của số phức $z_1 + z_2$ bằng 3.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 3z + 1 = 0$.

Tìm một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của (P) .

A. $\vec{n} = (-4; 2; 6)$.

B. $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

C. $\vec{n} = (-6; -3; 9)$.

D. $\vec{n} = (6; -3; -9)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{n} = (-6; -3; 9)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) .

Câu 14. Trong không gian, $Oxyz$ cho $A(2; -3; -6)$, $B(0; 5; 2)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(-2; 8; 8)$.

B. $I(1; 1; -2)$.

C. $I(-1; 4; 4)$.

D. $I(2; 2; -4)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì I là trung điểm của AB nên $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$. Vậy $I(1; 1; -2)$.

Câu 15. Tính môđun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - 2i)^2$.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $z = -3 - 4i$.

Suy ra $\frac{1}{z} = \frac{1}{-3 - 4i} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

Nên $|z| = \sqrt{\left(\frac{-3}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \frac{1}{5}$.

Câu 16. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

A. $x = 2$.

B. $x = -3$.

C. $y = -1$.

D. $y = -3$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} \frac{2-x}{x+3} = +\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -3$.

Câu 17. Cho số thực dương x . Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số x ta được kết quả

A. $P = x^{\frac{19}{15}}$.

B. $P = x^{\frac{19}{6}}$.

C. $P = x^{\frac{1}{6}}$.

D. $P = x^{-\frac{1}{15}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$P = \sqrt[3]{x^5} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^3}} = x^{\frac{5}{3}} \cdot x^{-\frac{3}{2}} = x^{\frac{5}{3} - \frac{3}{2}} = x^{\frac{1}{6}}.$$

Câu 18. Đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2 + 2$ cắt trục Oy tại điểm

A. $A(0; 2)$.

B. $A(2; 0)$.

C. $A(0; -2)$.

D. $A(0; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Với $x=0 \Rightarrow y=2$. Vậy đồ thị hàm số $y = -x^4 + x^2 + 2$ cắt trục Oy tại điểm $A(0; 2)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, tìm một vector chỉ phương của đường thẳng $d : \begin{cases} x = 4 + 7t \\ y = 5 + 4t \\ z = -7 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

A. $\vec{u}_1 = (7; -4; -5)$.

B. $\vec{u}_2 = (5; -4; -7)$.

C. $\vec{u}_3 = (4; 5; -7)$.

D. $\vec{u}_4 = (7; 4; -5)$.

Lời giải

Chọn D.

Vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_4 = (7; 4; -5)$. Chọn đáp án **D**.

Câu 20. Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là

A. C_{10}^3 .

B. 10^3 .

C. A_{10}^3 .

D. A_{10}^7 .

Lời giải

Chọn A.

Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc tập hợp P là C_{10}^3 .

Câu 21. Cho khối chóp có thể tích bằng $32cm^3$ và diện tích đáy bằng $16cm^2$. Chiều cao của khối chóp đó là

A. $4cm$.

B. $6cm$.

C. $3cm$.

D. $2cm$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } V_{\text{chop}} = \frac{1}{3} B.h \Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3.32}{16} = 6 \text{ (cm)}.$$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y = 6^x$.

A. $y' = 6^x$.

B. $y' = 6^x \ln 6$.

C. $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$.

D. $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y = 6^x \Rightarrow y' = 6^x \ln 6$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	-1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f'(x) < 0$ trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty) \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$.

Câu 24. Tính theo a thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là a , chiều cao bằng $2a$.

A. $2\pi a^3$.

B. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. πa^3 .

Lời giải

Chọn A.

Thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 \cdot h = \pi \cdot a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 25. Nếu $\int_2^5 f(x) dx = 3$ và $\int_5^7 f(x) dx = 9$ thì $\int_2^7 f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 6.

C. 12.

D. -6.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\int_2^7 f(x) dx = \int_2^5 f(x) dx + \int_5^7 f(x) dx = 3 + 9 = 12$.

Câu 26. Cho một cấp số cộng có $u_4 = 2$, $u_2 = 4$. Hỏi u_1 và công sai d bằng bao nhiêu?

A. $u_1 = 6$ và $d = 1$.

B. $u_1 = 1$ và $d = 1$.

C. $u_1 = 5$ và $d = -1$.

D. $u_1 = -1$ và $d = -1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$. Theo giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} u_4 = 2 \\ u_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 2 \\ u_1 + d = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = -1 \end{cases}$$

Vậy $u_1 = 5$ và $d = -1$.

Câu 27. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

A. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C.$

C. $\int f(x)dx = e^3 + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3} + C.$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 5$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại bằng 5 tại $x = 0$.

Câu 29. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tổng $M + m$ bằng

A. -27.

B. -29.

C. -20.

D. -5.

Lời giải

Chọn C

$y = x^4 - 10x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 20x = 4x(x^2 - 5).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{5} \\ x = -\sqrt{5} \end{cases}.$$

Các giá trị $x = -\sqrt{5}$ và $x = \sqrt{5}$ không thuộc đoạn $[-1; 2]$ nên ta không tính.

Có $f(-1) = -7; f(0) = 2; f(2) = -22.$

Do đó $M = \max_{[-1; 2]} y = 2, m = \min_{[-1; 2]} y = -22$ nên $M + m = -20$

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4.$

B. $f(x) = x^2 - 4x + 1.$

C. $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4.$

D. $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}.$

Lời giải

Chọn A

Xét các phương án:

- A.** $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và dấu bằng xảy ra tại $x=1$. Do đó hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B.** $f(x) = x^2 - 4x + 1$ là hàm bậc hai và luôn có một cực trị nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- C.** $f(x) = x^4 - 2x^2 - 4$ là hàm trùng phương luôn có ít nhất một cực trị nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D.** $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Cho $0 < a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(a \sqrt[3]{a^2} \right)$ là

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** 3. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

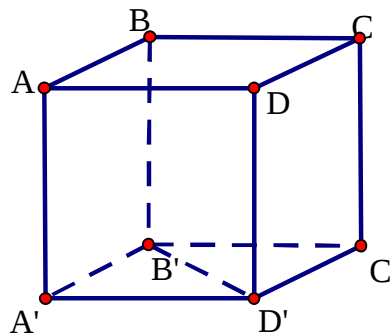
$$\text{Ta có: } P = \log_a \left(a \sqrt[3]{a^2} \right) = \log_a \left(a \cdot a^{\frac{2}{3}} \right) = \log_a a^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3}.$$

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

- A.** 90° . **B.** 45° . **C.** 60° . **D.** 30° .

Lời giải

Chọn A.



Ta có $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên cạnh $A'A \perp (A'B'C'D')$ và $B'D' \in (A'B'C'D')$
 Nên $A'A \perp B'D' \Rightarrow \angle(A'A, B'D') = 90^\circ$.

Câu 33. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A.** 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A.** $M(1; -2; 1)$. **B.** $N(2; 1; 1)$. **C.** $P(0; -3; 2)$. **D.** $Q(3; 0; -4)$.

Lời giải

Chọn B.

Lần lượt thay tọa độ các điểm M, N, P, Q vào phương trình (P) , ta thấy tọa độ điểm N thỏa mãn phương trình (P) . Do đó điểm N thuộc (P) . Chọn đáp án **B**.

Câu 35. Tìm phần ảo của số phức z , biết $(1+i)z = 3-i$.

A. 2

B. -2

C. 1

D. -1

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } (1+i)z = 3-i \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1+i} \Leftrightarrow z = \frac{(3-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} \Leftrightarrow z = 1-2i.$$

Vậy phần ảo của số phức z bằng -2.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ A đến (SBD) bằng $\frac{6a}{7}$. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) ?

A. $\frac{12a}{7}$.

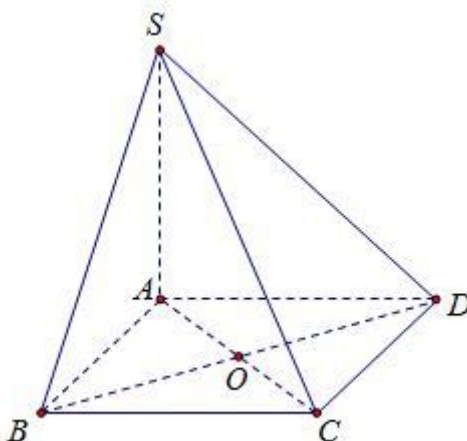
B. $\frac{3a}{7}$.

C. $\frac{4a}{7}$.

D. $\frac{6a}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Do $ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow AC \cap BD = O$ là trung điểm của AC và BD

$$\Rightarrow d(C, (SBD)) = d(A, (SBD)) = \frac{6a}{7}.$$

Câu 37. Một hội nghị có 15 nam và 6 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 người vào ban tổ chức. Xác suất để 3 người lấy ra là nam:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{91}{266}$.

C. $\frac{4}{33}$.

D. $\frac{1}{11}$.

Lời giải

Chọn B.

$$n(\Omega) = C_{21}^3 = 1330.$$

Gọi A là biến cố: “3 người lấy ra là nam”. Khi đó, $n(A) = C_{15}^3 = 455$.

$$\text{Vậy xác suất để 3 người lấy ra là nam là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{455}{1330} = \frac{13}{38} = \frac{91}{266}.$$

Câu 38. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$?

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{4}$

B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-3}$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -3; 4)$ nên phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{4}$.

Câu 39. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(17 - 12\sqrt{2})^x \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có

$$(3 + \sqrt{8}) = (3 - \sqrt{8})^{-1}, (17 - 12\sqrt{2}) = (3 - \sqrt{8})^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Do đó } (17 - 12\sqrt{2})^x \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2} &\Leftrightarrow (3 - \sqrt{8})^{2x} \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2} \Leftrightarrow (3 + \sqrt{8})^{-2x} \geq (3 + \sqrt{8})^{x^2} \\ &\Leftrightarrow -2x \geq x^2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 0. \text{ Vì } x \text{ nhận giá trị nguyên nên } x \in \{-2; -1; 0\}. \end{aligned}$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$	x_0	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		-	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$			5			$+\infty$

Gọi x_0 là giá trị thỏa mãn $f(x_0) = 0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$ ta đưa ra kết luận về số nghiệm của phương trình $|f(x)| - 2 = 0$ là 4 nghiệm.

- Câu 41.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$ và $f(0) = 1; f(1) = -2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng
- A. $2 + \ln 15$. B. $3 - \ln 15$. C. $\ln 15 - 1$. D. $\ln 15$.

Lời giải

Chọn C.

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \int \frac{2 \cdot \frac{1}{2} d(2x-1)}{2x-1} = \ln|2x-1| + c = \begin{cases} \ln(2x-1) + C_1 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + C_2 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$f(1) = -2 \Leftrightarrow C_1 = -2 \Rightarrow f(x) = \ln(2x-1) - 2$$

$$f(0) = 1 \Leftrightarrow C_2 = 1 \Rightarrow f(x) = \ln|2x-1| + 1.$$

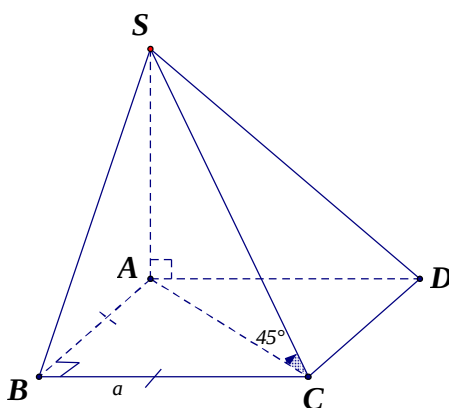
$$\Rightarrow \begin{cases} f(-1) = \ln 3 + 1 \\ f(3) = \ln 5 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow f(-1) + f(3) = \ln 15 - 1.$$

- Câu 42.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, cạnh bên SC tạo với mặt đáy góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V = a^3 \sqrt{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: góc giữa đường thẳng SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 45^\circ$

$$\Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

- Câu 43.** Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ (1). Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \overline{z_1} = z_2 \overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

A. 13.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt là $\Delta = 9 - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 9$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$ thì (1) phải có nghiệm phức. Suy ra $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > 9$.

Vậy trong khoảng $(0; 20)$ có 10 số m_0 .

Câu 44. Trong tập hợp các số phức, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - z + \frac{2023}{4} = 0$, với z_2 có thành phần ảo dương. Cho số phức z thỏa mãn $|z - z_1| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = |z - z_2|$ là

A. $\sqrt{2022} - 1$.B. $\frac{\sqrt{2023} - 1}{2}$.C. $\frac{\sqrt{2022} - 1}{2}$.D. $\sqrt{2023} - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương trình $z^2 - z + \frac{2023}{4} = 0$

Ta có: $\Delta = -2022 < 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức

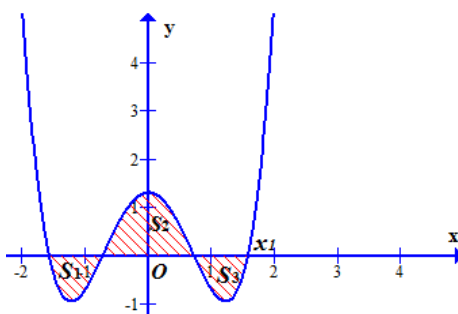
$$\begin{cases} z_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2022}}{2}i \\ z_2 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2022}}{2}i \end{cases}$$

Khi đó: $z_1 - z_2 = i\sqrt{2022}$

$|z - z_2| = |(z - z_1) + (z_1 - z_2)| \geq |z_1 - z_2| - |z - z_1| \Leftrightarrow P \geq \sqrt{2022} - 1$.

Vậy $P_{\min} = \sqrt{2022} - 1$.

Câu 45. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + m$ có đồ thị (C_m) , với m là tham số thực. Giả sử (C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ



Gọi S_1, S_2, S_3 là diện tích các miền gạch chéo được cho trên hình vẽ. Giá trị của m để $S_1 + S_3 = S_2$ là

A. $-\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $-\frac{5}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn B.

Gọi x_1 là nghiệm dương lớn nhất của phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$, ta có $m = -x_1^4 + 3x_1^2$ (1).

Vì $S_1 + S_3 = S_2$ và $S_1 = S_3$ nên $S_2 = 2S_3$ hay $\int_0^{x_1} f(x) dx = 0$.

$$\text{Mà } \int_0^{x_1} f(x) dx = \int_0^{x_1} (x^4 - 3x^2 + m) dx = \left(\frac{x^5}{5} - x^3 + mx \right) \Big|_0^{x_1} = \frac{x_1^5}{5} - x_1^3 + mx_1 = x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right).$$

$$\text{Do đó, } x_1 \left(\frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 + m = 0 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2), ta có phương trình } \frac{x_1^4}{5} - x_1^2 - x_1^4 + 3x_1^2 = 0 \Leftrightarrow -4x_1^4 + 10x_1^2 = 0 \Leftrightarrow x_1^2 = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Vậy } m = -x_1^4 + 3x_1^2 = \frac{5}{4}.$$

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-1}{3}.$

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{3}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}.$

Lời giải

Chọn C.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Gọi $M = \Delta \cap d_1$; $N = \Delta \cap d_2$.

Vì $M \in d_1$ nên $M(3-t; 3-2t; -2+t)$,

vì $N \in d_2$ nên $N(5-3s; -1+2s; 2+s)$.

$\overrightarrow{MN} = (2+t-3s; -4+2t+2s; 4-t+s)$, (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 3)$;

Vì $\Delta \perp (P)$ nên $\vec{n}, \overrightarrow{MN}$ cùng phương, do đó:

$$\begin{cases} \frac{2+t-3s}{1} = \frac{-4+2t+2s}{2} \\ \frac{-4+2t+2s}{2} = \frac{4-t+s}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s=1 \\ t=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(1; -1; 0) \\ N(2; 1; 3) \end{cases}$$

Δ đi qua M và có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1; 2; 3)$.

Do đó Δ có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}.$

Câu 47. Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 8cm, bán kính đáy bằng 6cm. Cắt hình nón đã cho bởi một mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa đáy được một hình nón (N) đỉnh S có đường sinh bằng 4cm. Tính thể tích của khối nón (N) .

A. $V = \frac{768}{125} \pi \text{ cm}^3$

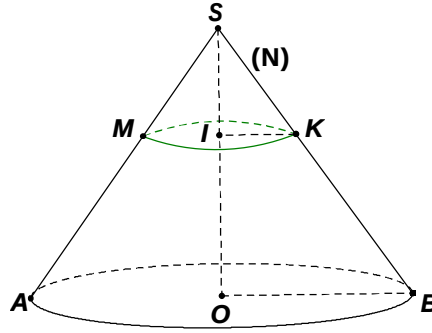
B. $V = \frac{786}{125} \pi \text{ cm}^3$

C. $V = \frac{2304}{125} \pi \text{ cm}^3$

D. $V = \frac{2358}{125} \pi \text{ cm}^3$

Lời giải

Chọn A.



Đường sinh của hình nón lớn là $l = SB = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$.

Gọi l_2 , r_2 , h_2 lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N).

$$l_2 = SK = 4 \text{ cm}$$

Ta có: $\triangle SOB$ và $\triangle SIK$ đồng dạng nên: $\frac{SI}{SO} = \frac{IK}{OB} = \frac{SK}{SB} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

$$\Rightarrow \frac{h_2}{h} = \frac{r_2}{r} = \frac{l_2}{l} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} h_2 = \frac{2}{5}h = \frac{16}{5} \\ r_2 = \frac{2}{5}r = \frac{12}{5} \end{cases}.$$

Thể tích khối nón (N) là $V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r_2^2 \cdot h_2 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{12}{5}\right)^2 \cdot \frac{16}{5} = \frac{768}{125} \pi \text{ cm}^3$.

Câu 48. Xét các số thực x, y ($x \geq 0$) thỏa mãn

$$2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x+1 = 2018^{-xy-1} + \frac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3).$$

Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x+2y$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $m \in (0;1)$. **B.** $m \in (1;2)$. **C.** $m \in (2;3)$. **D.** $m \in (-1;0)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } 2018^{x+3y} + 2018^{xy+1} + x+1 = 2018^{-xy-1} + \frac{1}{2018^{x+3y}} - y(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 2018^{x+3y} - 2018^{-x-3y} + x+3y = 2018^{-xy-1} - 2018^{xy+1} - xy-1$$

$$\Leftrightarrow f(x+3y) = f(-xy-1) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2018^t - 2018^{-t} + t$, với $t \in \mathbb{R}$ ta có

$$f'(t) = 2018^t \ln 2018 + 2018^{-t} \ln 2018 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên (1) $\Leftrightarrow x+3y = -xy-1$

$$\Leftrightarrow y(x+3) = -x-1 \Rightarrow y = -\frac{x+1}{x+3} \Rightarrow T = x - \frac{2(x+1)}{x+3}.$$

Xét hàm số $f(x) = x - \frac{2(x+1)}{x+3}$, với $x \in [0; +\infty)$ có

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+3)^2} = \frac{x^2 + 6x + 5}{(x+3)^2} > 0, \forall x \in (0; +\infty).$$

Do đó $f(x)$ đồng biến trên $[0; +\infty) \Rightarrow f(x) \geq f(0) = -\frac{2}{3}$.

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$

có bán kính $R = \sqrt{19}$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 5 + t \\ y = -2 - 4t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - y - 3z - 1 = 0$.

Trong các số $\{a; b; c; d\}$ theo thứ tự dưới đây, số nào thỏa mãn $a + b + c + d = 43$, đồng thời tâm I của (S) thuộc đường thẳng d và (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) ?

A. $\{-6; -12; -14; 75\}$. **B.** $\{6; 10; 20; 7\}$. **C.** $\{-10; 4; 2; 47\}$. **D.** $\{3; 5; 6; 29\}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $I \in d \Rightarrow I(5 + t; -2 - 4t; -1 - 4t)$.

Do (S) tiếp xúc với (P) nên $d(I; (P)) = R = \sqrt{19} \Leftrightarrow |19 + 19t| = 19 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2 \end{cases}$

Mặt khác (S) có tâm $I\left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right)$; bán kính $R = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - d} = \sqrt{19}$

Xét khi $t = 0 \Rightarrow I(5; -2; -1) \Rightarrow \{a; b; c; d\} = \{-10; 4; 2; 47\}$

Do $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - d \neq 19$ nên ta loại trường hợp này.

Xét khi $t = 2 \Rightarrow \{a; b; c; d\} = \{-6; -12; -14; 75\}$

Do $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{4} - d = 19$ nên thỏa.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3 [x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6]$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (4m-5)x + m^2 - 7m + 6 = 0 \quad (*) \\ x = 1 \end{cases}$.

Hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $\begin{cases} x_1 < 0 < x_2 \neq 1 \quad (1) \\ x_1 = 0 < x_2 \neq 1 \quad (2) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 < 0 \\ 1^2 + (4m-5).1 + m^2 - 7m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 6 \\ m \neq 1, m \neq 2 \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 = 0 \\ 0 < 5 - 4m \neq 1 \end{cases}$ hệ này vô nghiệm.

Do đó tập các giá trị nguyên m thỏa yêu cầu bài toán là $\{3; 4; 5\}$.